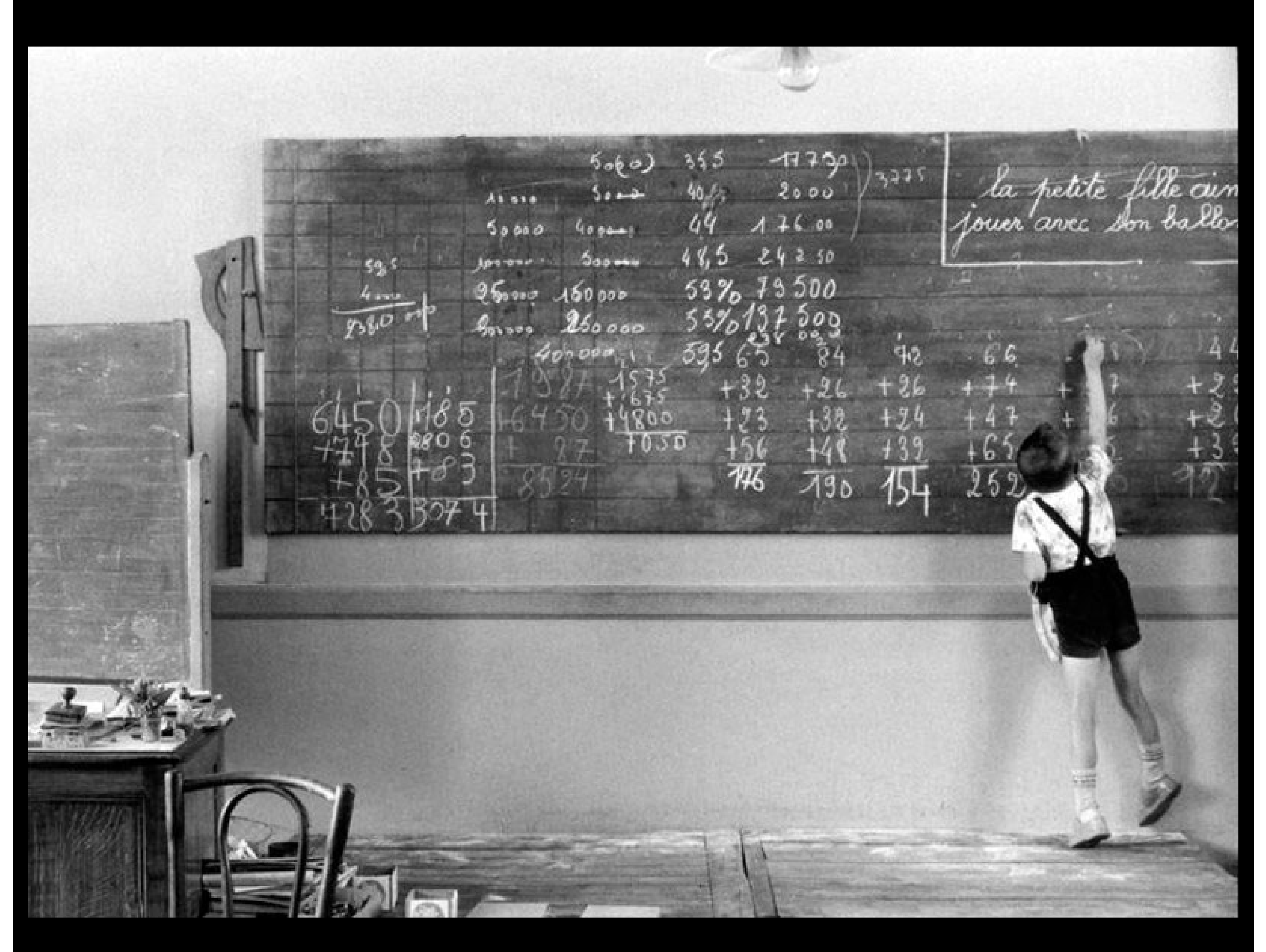
الطريقة المحرمة في تدريس الفيزياء و الرياضيات



د.عمار شرقية

وقف لله تعالى

أسأل الله العظيم رب العرش العظيم أن يتقبله من عبده الذليل الحقير الوضيع الفقير إلى رحمته و مغفرته و فضله و عفوه تعالى.

الطريقة المحرمة في تدريس الفيزياء و الرياضيات

د.عمار شرقية

بسم الله الرحمن الرحيم

الطريقة المحرمة هي الطريقة التي يبرهن فيها الكاتب أنه يفهم الأشياء التي يكتبها و أنه لا يقوم بنقلها نقلاً أعمى ، و هذا الكتاب جزء من سلسلة تعليمية للمؤلف كتبها بالطريقة التحليلية ذاتها :
مفتاح الجبر- الجبر لعلماء رياضيات المستقبل
الرياضيات التأسيسية لتلامذة المدارس الابتدائية و الاعدادية

التعليم النوعي-الكيمياء
الفيزياء و الرياضيات الممتعة
أسرار اللغة الإنكليزية
و مؤلفات أخرى ستنشر تباعاً بإذن الله
و الله وحده ولي الحمد و التوفيق



الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة Kinetic and potential energy

PE = KE

الارتفاع غالباً ما يكون المسافة العمودية و لكن ليس دائماً حيث يمثل الارتفاع المسافة العمودية التي يقطعها جسمٌ ما ما بين نقطة البداية و أدنى نقطة عند سقوطه.

تقريباً فإن جميع العمليات الميكانيكية تتضمن تحولاً للطاقة ما بين طاقةٍ كامنة **PE** و طاقة حركية **KE** و عمل .

معادلة حساب سرعة جسم بالنسبة للطاقة الحركية:

$$v = \sqrt{2 \times KE / m}$$

السرعة v تساوي الجذر التربيعي √ لكلٍ من العدد 2 ضرب الطاقة الحركية KE مقسومة على الكتلة m.

معادلة حساب سرعة جسم بالنسبة للطاقة الكامنة:

$$v = \sqrt{2 \times mgh / m}$$

السرعة v تساوي الجذر التربيعي √لكلٍ من العدد 2 ضرب الكتلة mضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضيةg ضرب الارتفاع hمقسومةً على الكتلةm .

طبعاً كما ترون فإن لدينا في المعادلة السابقة عنصراً متكرراً هو عنصر الكتلة :

$$v = \sqrt{2 \times mgh / m}$$

و كما تعلمون فإن بإمكاننا أن نحذف العنصر الذي يتكرر في أية معادلة لتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$$v = \sqrt{2gh}$$

السرعة v تساوي الجذر التربيعي √ لكلٍ من العدد 2 ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g ضرب الارتفاعh.

ما هو الاختلاف ما بين الطاقة الكامنة PE و الطاقة الحركية KE؟
إن الطاقة الحركية هي الطاقة التي يتمتع بها الجسم بفضل حركته أما الطاقة الكامنة فإنها الطاقة التي يتمتع بها الجسم بفضل موقعه (إذا رفعنا جسماً ما بحبل و تركناه معلقاً فذلك يعني بأن ذلك الثقل أو ذلك الجسم قد اكتسب طاقةً كامنة بفعل موقعه و بمجرد تحرير الحبل أو قطعه تتحرر الطاقة الكامنة و يتحرك الجسم و إذا وضعنا كرةً أو سيارة على منحدر فإنها تكتسب بفضل موقعها في أعلى المنحدر طاقةً كامنة و بمجرد تحرير الفرامل تتحرر طاقتها الكامنة PE و تتحرك إلى أسفل المنحدر.
يمكن للطاقة الحركيةKE أن تنتقل من جسمٍ متحركٍ إلى جسمٍ ساكن عن طريق الاصطدام.
معادلة الطاقة الحركية**KE** :

$$KE = {}^{1}/_{2}mv^{2}$$

الطاقة الحركية **KE** تساوي نصف $^{1}/_{2}$ضرب الكتلة **m**ضرب مربع السرعة v^2.

الكتلةM= **mass**
السرعة V= **velocity**

PE الطاقة الكامنة = potential energy
الطاقة الحركيةKE = Kinetic energy

تقاس الطاقة الحركية بوحدة الجول Joule.
كلما كانت سرعة الجسم اعلى فإن ذلك يعني بأنه يمتلك مقداراً أكبر من الطاقة الحركية.
كلما كانت كتلة الجسم أكبر فإن ذلك يعني بأن ذلك الجسم يمتلك مقداراً أكبر من الطاقة الحركية.

هل الطاقة الحركية تساوي الطاقة الكامنة؟

إن التغير في الطاقة الكامنة يعادل مقدار التغير في الطاقة الحركية .
إن الطاقة الحركية الابتدائية initial KE بالنسبة لأي جسم تساوي الصفر .
لماذا؟
لأن الجسم يكون في وضع السكون و الراحة قبل أن يبدأ بالتحرك و لذلك فإن الطاقة الحركية النهائية final Kinetic Energyتساوي مقدار التغير في الطاقة الحركية.
أي أن الطاقة الكامنة لا تعادل الطاقة الحركية.
الطاقة الكامنة غير قابلةٍ للانتقال من جسمٍ لآخر و ذلك بخلاف الطاقة الحركية التي تنتقل من جسمٍ متحرك إلى جسمٍ ساكن بالاصطدام و الاحتكاك.
تعتمد الطاقة الكامنة على مدى ارتفاع و بعد و كتلة الجسم بينما ترتبط الطاقة الحركية بمقدار سرعة الجسم المتحرك و كتلته.

الطاقة الميكانيكية mechanical energy:
هل الطاقة الميكانيكية هي طاقةٌ حركية أم طاقةٌ كامنة؟
إن الطاقة الميكانيكية تساوي مجموع كلٍ من الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة.
الغرض من الطاقة الميكانيكية تأدية عملٍ محدد.
إن حساب الطاقة الميكانيكية لجسمٍ ما تعني تحديد كلٍ من الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة لذلك الجسم.

هل يمكن لجسمٍ ما أن يمتلك طاقةً حركية و طاقةً كامنة في الوقت ذاته؟
يمكن لجسمٍ ما أن يمتلك طاقةً حركية و طاقةً كامنة في الوقت ذاته فالجسم المتساقط من أعلى أثناء تساقطه و طالما أنه لما يمس الأرض بعد فغنه يمتلك طاقةً حركية و طاقةً كامنة في الوقت ذاته فهو يمتلك طاقةً حركية بفضل تحركه نحو الأسفل كما أنه يمتلك طاقةً كامنة تمكنه من التحرك نحو الأسفل أكثر و أكثر.
تقاس كلٌ من الطاقة الكامنة و الطاقة الحركية بوحدة الجول joules



السرعة و التسارع

السرعة هي معدل تغير موضع شيءٍ ما.
التسارع هو معدل تغير السرعة.

علم الحركة المجردة- **Kinematics**الكينيماتيكا

هو فرع الميكانيك الذي يدرس الحركة دون إشارةٍ إلى القوة أو الكتلة.

إن علم الحركة المجردة هو فرع الميكانيك الذي يدرس حركة الأجسام دون الالتفات للقوى التي سببت حركة ذلك الجسم ، و ذلك بخلاف علم القوى المؤثرة(الديناميكا) dynamics

الذي يتعلق بدراسة القوى التي سببت الحركة و القوى التي تؤثر في الحركة.

و نظراً لأن علم الحركة المجردة (الكينيماتيكا) هو أبسط نسبياً من علم القوى المؤثرة(الديناميكا) فإنه يتم أولاً تدريس علم الحركة المجردة قبل الانتقال إلى تدريس علم القوى المؤثرة(الديناميكا).

معادلتي السرعة و التسارع :

$V=V_0+at$

السرعة التي تم الوصول إليها في نهاية المسألة = velocity= V

السرعة الابتدائية. = V_0

التسارع = a=acceleration

$V=V_0+at$

السرعةV تساوي السرعة الابتدائية V_0 زائد ناتج ضرب التسارع a في الزمن t.

التسارع ضرب الزمن = a×t=At

معادلة التسارع الثانية :

$\Delta X=V_0t+\frac{1}{2}at^2$

ΔX = الازاحة أي مقدار الحركة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

بالنسبة للأجسام الساقطة من أعلى فإن التسارع يدعى بحقل الجاذبية و رمزه g و هو الحرف الأول من كلمة جاذبية gravity و هو يساوي 9.8 متر في الثانية مرفوعةً للقوة الثانية.

علينا الانتباه إلى أن هذه القيمة تنطبق فقط على سطح الأرض و لكنها لا تنطبق على سطح الكواكب الأخرى أو في الفضاء الخارجي أو على مدارات الأقمار صناعية حيث تكون هنالك قيمٌ أخرى للجاذبية.

الازاحة أي مقدار الحركة و الانتقال و رمزها ΔX أو Δr أو s أو X أو X_0.



مثال على معادلة السرعة و التسارع الأولى :

بإمكان سيارة أن تنطلق من الصفر إلى أن تصل سرعتها إلى 10 متر خلال ثانيتين اثنتين فما هو تسارع هذه السيارة؟

لحل هذه المسألة فإننا نطبق معادلة السرعة و التسارع الأولى:

$V=V_0+at$

السرعةV تساوي السرعة الابتدائية V_0 زائد ناتج ضرب التسارع a في الزمن t.

نعوض الرموز بالأرقام المتوفرة لدينا :

$(2)a+0=10$

$2\times a+0=10$

السرعة النهائية 10 مترفي الثانية تساوي السرعة الابتدائية (صفر) زائد التسارع a (مجهول؟)

و بما أن الصفر عنصرٌ محايد بالنسبة لعملية الجمع أي أنه لا يؤثر على نتيجة عملية الجمع فإن :

$2\times a=10$

أي أن التسارع a يساوي 10 ÷2 =5

أي ان تسارع هذه السيارة هو 5 متر في الثانية.

أما معادلة السرعة و التسارع الثانية فإنها تستخدم في حساب الإزاحة ΔX أي المسافة التي قطعها جسمٌ متحركٌ ما.

$\Delta X=V_0t+\frac{1}{2}at^2$ ΔX = الازاحة أي مقدار الحركة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

ما هي المسافة التي تستطيع هذه السيارة أن تقطعها خلال 10 ثواني؟ (المسافة مقاسة بالمتر).

$\Delta X=V_0t+\frac{1}{2}at^2$ ΔX = الازاحة أي مقدار الحركة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية أي صفرV_0 ضرب الزمن t(10 ثواني) زائد نصف ½ ضرب التسارع a (5) ضرب الزمن(10 ثواني) مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

$0\times10 = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5 \times 10^2 = 250$ متر – أي أن هذه السيارة تستطيع أن تقطع 250 مترخلال 10 ثواني.

بالطبع فإن عملية الضرب بالكسر نصف ½ تعني القسمة على 2 :

5 = ½× 10

4 = ½× 8

2 = ½× 4

50 = ½× 100

إن الكسر ½ يساوي 1 ÷2 =0.5

5 =0.5× 10

4 = 0.5× 8

2 =0.5× 4

50 =0.5× 100

إن الكسر ½ أي نصف يساوي الرقم العشري 0.5 .

إن نتيجة الضرب بالكسر ½ أو الرقم العشري المساوي لهذا الكسر أي 0.5 تساوي دائماً نصف القيمة التي نضرب بها ذلك الكسر أو ذلك الرقم العشري.

يسبب الضرب بالكسر ½ أو الرقم العشري المكافئ له 0.5 أحياناً حالة ارتباك و سبب ذلك أن النتيجة تكون أقل من العدد أو الرقم الذي نضرب به ذلك الكسر و تحديداً فإنها تساوي نصفها بينما يتوقع الطالب في عملية الضرب بغير الصفر أن تكون النتيجة دائماً أضعاف الرقم أو العدد الذي نضرب به.



طائرة حربية على مدرجٍ على حاملة طائرات يبلغ طوله 100 متر – إذا كانت هذه الطائرة تحتاج إلى سرعةٍ أفقية قدرها 50 متر ثانية حتى تقلع فما هو التسارع الذي يجب أن تحافظ عليه تلك الطائرة ؟
(الأرقام المعطاة قد لا تكون واقعية)

إذا استخدمت تلك الطائرة المدرج بأكمله أي 100 متر فإن الإزاحة ΔX تساوي 100 متر/ثانية.
الإزاحة ΔX هنا تعني المسافة المقطوعة.
السرعة الابتدائية V_0 صفر.
السرعة النهائية V هي السرعة التي تحتاج ‘ليها الطائرة حتى تقلع و هي 50 متر/ثانية.
نتذكر سوياً معادلتي السرعة و التسارع :

$V=V_0+at$

السرعة V تساوي السرعة الابتدائية V_0 زائد ناتج ضرب التسارع a في الزمن t.

نعوض الرموز بالأرقام المتوفرة لدينا :

السرعة النهائية V التي تحتاجها الطائرة حتى تقلع هي 50 متر/ثانية.

السرعة الابتدائية V_0 تساوي الصغر.

التسارع a مجهول بالنسبة لنا و هو مطلوب المسألة .

الزمن t مجهولٌ بالنسبة لنا.

إذاً فإن معادلة السرعة و التسارع الأولى لن تمكننا من حل هذه المسألة و لذلك فإننا نجرب معادلة السرعة و التسارع الثانية:

$\Delta X=V_0t+½at^2$

ΔX = الازاحة أي مقدار الحركة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

الإزاحة ΔX أي المسافة المقطوعة و هي هنا طول مدرج الإقلاع بالكامل و هي 100 متر.

السرعة الابتدائية V_0 تساوي الصفر.

الزمن t مجهول.

التسارع a مجهول ؟

الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2 مجهول.

هل وصلنا إلى طريقٍ مسدود في حل هذه المسألة لأننا لا نستطيع تعويض معظم الرموز بأرقام؟

إذا كانت لدينا معادلتي سرعة و تسارع و كان لدينا مجهولين اثنين و هما التسارع a و الزمن t فإن بإمكاننا أن نعيد ترتيب هاتين المعادلتين.

التسارع a المجهول يساوي السرعة النهائية V و هي هنا تساوي 50 متر/ثانية تقسيم الزمن :

$a=50/t$

$\Delta X= ½at^2$

الازاحة أو المسافة المقطوعة (طول مدرج الإقلاع) ΔX أي 100 متر تساوي الكسر ½ضرب التسارع ، غير أننا لا نعلم كم يساوي التسارع a , و لكننا نعلم بأنه يساوي السرعة النهائية أي 50 متر/ثانية تقسيم الزمنt ، و لذلك فإننا في موضع التسارع a سنضع 50/t .

أي أن الازاحة 100 متر تساوي الكسر ½ ضرب 50/t أي السرعة النهائية 50 تقسيم الزمن ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2

$\Delta X= ½(50/t)t^2$

$100= ½(50/t)t^2$

نقوم بتنفيذ العمليات المعلقة التي يمكن تنفيذها ،أي أننا نضرب الكسر نصف ½ أو أننا نضرب الرقم العشري المكافئ له 0.5 بالسرعة النهائية 50 :

$25= 50 \times ½$

$25= 50\times 0.5$

عملية الضرب بالكسر ½ أو الرقم العشري المكافئ 0.5 تعني بأننا نقسم على 2 .

½=0.5=نصف

تصبح معادلة السرعة و التسارع على الصورة التالية :

$100 = \frac{1}{2}(50/t)$

$t\ 25=100$

$t \times 25=100$

أي أن الرقم 100 (الإزاحة أو المسافة المقطوعة) هو ناتج ضرب الرقم 25 بالزمن t، أي أننا إذا قسمنا الرقم 100 على 25 فإن الناتج سيكون الزمن t:

$4=25\div 100$

أي أن الزمن يساوي 4 ثواني.

لنتأكد سوياً من صحة الحل الذي توصلنا له و ذلك بأن نستبدل الزمن t بالعدد 4 :

$\Delta X= \frac{1}{2}(50/t)t^2$

$100= \frac{1}{2}(50/4)4^2$

$100= \frac{1}{2}\times 50\div 4\times 4^2$

$=25\div 4=6.25$

$=6.25\times 4^2$

$=6.25\times 16=100$

إذاً فإن العملية التي قمنا بها صحيحة .



علينا هنا الانتباه إلى ناحية هامة :

$100 = \frac{1}{2}(50/t)\ t^2$

$t\ 25=100$

$t \times 25=100$

أي أن الرقم 100 (الإزاحة أو المسافة المقطوعة) هو ناتج ضرب الرقم 25 بالزمن t، أي أننا إذا قسمنا الرقم 100 على 25 فإن الناتج سيكون الزمن t:

$4=25\div 100$

أي أن الزمن يساوي 4 ثواني.

بعد أن علمنا بأن الزمن يساوي 4 ثواني أصبح بإمكاننا أن نستخدم معادلة السرعة و التسارع الأولى :

$V=V_0+at$
السرعة V تساوي السرعة الابتدائية V_0 زائد ناتج ضرب التسارع a في الزمن t.

نعوض الرموز بالأرقام المتوفرة لدينا ثم نحاول إيجاد قيمة المجاهيل.
السرعة النهائية V تساوي 50 .
السرعة الابتدائية V_0: صفر
التسارع a مجهول ؟
الزمن t يساوي 4 ثواني كما قمنا بحسابه في المعادلة الأولى،
أي أن:

$50=?\times4$

$50=a\times4$

50 تساوي التسارع a ضرب الزمن t وهو يساوي 4 ثواني.
أي أن :
50 تقسيم الزمن أي 4 تساوي التسارع a

$50\div4=a$

$50\div4=12.5 \quad M/S^2$

أي أن التسارع a يساوي 12.5 متر/ثانية مرفوعة للقوة الثانية.

$100=\frac{1}{2}(50/t)t^2$

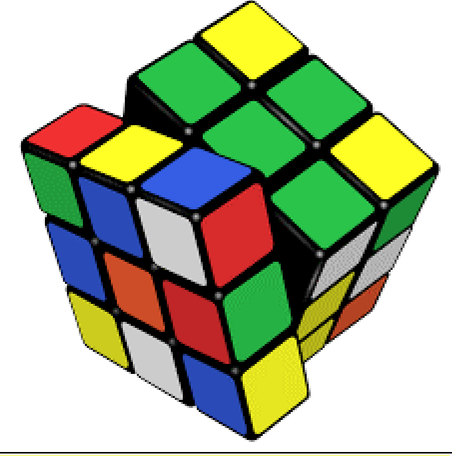
نتأكد بأن الزمن t فعلاً يساوي العدد 4 :

$100=\frac{1}{2}(50/4)4^2$

$100=\frac{1}{2}(12.5)\times16$

$100=0.5\times12.5=6.25$

$6.25\times16=100$



و لكن السؤال الذي يطرح نفسه هنا هو كيف تمكنا من حساب قيمة الزمن t من خلال الأرقام المعلومة المتوفرة لدينا عن طريق إجراء العمليات الحسابية عليها دون اعتبار للمجهول t و كأنه ما من تأثير له؟

في الحقيقة فإن بإمكاننا دائماً القيام بذلك الأمر دون أن نلتفت لقيمة المجهول t و بإمكاني الآن أن أغير الأرقام السابقة لأثبت لكم صحة ذلك الأمر:

$200 = \frac{1}{2}(40/t)\, t^2$

$200 = (40/t)\, t^2$

$200 = 20\, t$

$200 = 20 \times t$

أي أن الرقم 200 (الإزاحة أو المسافة المقطوعة) هي ناتج ضرب الرقم 20 بالزمن t، أي أننا إذا قسمنا الرقم 200 على20 فإن الناتج سيكون الزمن t:

$200 \div 20 = 10$

أي أن الزمن يساوي 10 ثواني.

لنتأكد سوياً من صحة الحل الذي توصلنا له و ذلك بأن نستبدل الزمن t بالرقم 10 :

$\Delta X = \frac{1}{2}(40/t)t^2$

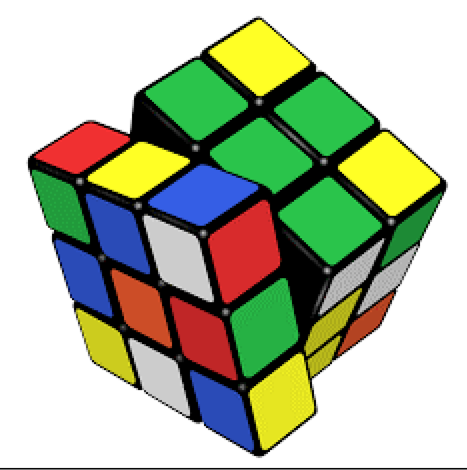
$200 = \frac{1}{2}(40/10)10^2$

$200 = \frac{1}{2} \times 40 \div 10 \times 10^2$

$= 20 \div 10 = 2$

$= 2 \times 10^2$

$= 2 \times 100 = 200$



مثال توضيحي آخر

يمكننا أن نعرف قيمة المجهول إذا تم إجراء عمليتين متعاكستين على ذلك المجهول ذاته حتى و إن كان هذا المجهول في إحدى هاتين العمليتين مرفوعاً للقوة الثانية .

مثال:

$75 = (\frac{1}{2}\, 30\, X) X^2$

$1/2=0.5$
$0.5\times30=15$
الآن تصبح لدينا عملية ضربٍ بسيطة و هي:
$75=(15/X)X^2$
لمعرفة قيمة المجهول X فإننا و بكل بساطة نجري عمليةً معاكسة للعملية الحالية أي اننا نجري عملية قسمة فنقسم الناتج 75 على المعلوم 15 :
$75\div15=5$
$X=5$
$X^2=5^2=5\times5=25$
$75=(15/5)5^2$
$=15\div5=3$
$3\times25=75$

مسألة :
تم إطلاق قذيفة من أعلى تل يبلغ ارتفاعه 20 متر نحو الأعلى– سرعة القذيفة الابتدائية كانت 8 متر/ثانية .
ما هو الارتفاع الذي ستصل إليه تلك القذيفة فوق السهل المحيط بهذا المرتفع ، و كم من الوقت ستستغرق تلك القذيفة حتى ترتطم بالأرض؟

تسارع القذيفة أي a يبلغ $9.8\ M/S^2$ متر / ثانية عندما تسقط سقوطاً حراً إلى الأرض لأن تسارع أي جسم يسقط سقوطاً حراً إلى الأرض هو $9.8\ M/S^2$ متر / ثانية .
في هذه الحالة فإن :
$a=g=9.8m/s$
التسارع a يساوي تسارع السقوط الحر بتأثير الجاذبية g أي 9.8 متر في الثانية.
هذه القيمة أي 9.8 متر في الثانية تنطبق فقط على سطح الأرض ولا تنطبق على طبقات الجو العليا و الفضاء الخارجي.
إذاً لدينا البيانات التالية:
التسارع a يبلغ يبلغ $9.8\ M/S^2$ متر / ثانية عندما يسقط الجسم سقوطاً حراً – كيف عرفنا ذلك؟
لأن تسارع أي جسم يسقط سقوطاً حراً على سطح الأرض يبلغ $9.8\ M/S^2$ متر / ثانية.
تم إطلاق القذيفة أولاً نحو الأعلى من على ارتفاع 20 متر فوق سطح الأرض المحيطة.
السرعة الابتدائيةV_0 للقذيفة هي 8 متر/ثانية.

تم إطلاق هذه القذيفة نحو الأعلى↑ بسرعةٍ ابتدائيةV_0 قدرها 8 متر/ثانية ضد قوة الجاذبية التي تتسبب بحدوث تسارع سقوطٍ نحو الأسفل↓مقداره $9.8\ M/S^2$ متر / ثانية و في هذه الحالة فإننا نطرح تسارع السقوط نحو الأرض بفعل الجاذبية الأرضية أي $9.8\ M/S^2$ متر / ثانية ↓ من السرعة الابتدائية و هي هنا 8 متر/ثانية ↑ فنقول:
$V= t9.8-8$

نتذكر سوياً معادلتي السرعة و التسارع .

$V=V_0+at$

السرعة V تساوي السرعة الابتدائية V_0 زائد ناتج ضرب التسارع a في الزمن t.

$\Delta X=V_0t+\frac{1}{2}at^2$

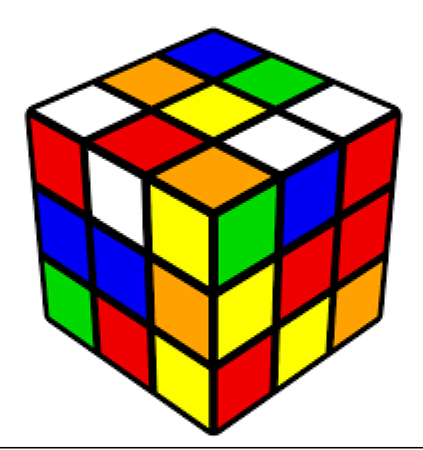
ΔX = الازاحة أي مقدار الحركة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

نحاول تطبيق معادلة السرعة و التسارع الثانية و تعويض الرموز بالقيم المتوفرة لدينا.

$\Delta X=V_0t+\frac{1}{2}at^2$

$\Delta X=(8)t+\frac{1}{2}(-9.8)t^2$

$\Delta X=8\times t+\frac{1}{2}\times -9.8\times t^2$



الإطلاق نحو الأعلى V_0 ↑ يكون ذو قيمةٍ موجبة +

تسارع السقوط نحو الأرض a↓ و نظراً لوجود قوةٍ معاكسة تتجه نحو الأعلى فإن تسارع السقوط يكون ذو قيمةٍ سلبية تساوي ناقص -9.8 متر/ثانية.

عند نقطةٍ ما لا بد أن تصبح سرعة V كل قذيفةٍ يتم إطلاقها نحو الأعلى مساويةً للصفر و تلك النقطة هي النقطة التي تتساوى فيها قوة و سرعة الاندفاع نحو الأعلى ↑ مع قوة الجاذبية الأرضية ↓ التي تتسبب في إحداث السقوط الحر نحو الأرض بتسارع 9.8 .

بمعنى أن القذيفة عندما تصل إلى أعلى ارتفاع لها فإنها لا تصبح بعد ذلك قادرةً على الارتفاع أكثر من ذلك إن نقطة التوقف و تعادل القوى تلك هي النقطة التي تسبق السقوط الحر أي أن بإمكاننا القول بأن السرعة V عند تلك النقطة تكون مساويةً للصفر.

$V=0$

V=صفر

$0=8-9.8t$

$0=8-9.8\times t$

ما الذي تعنيه المعادلة السابقة.
إنها و بكل بساطة تعني بأن ناتج طرح $9.8\times t$ من 8 يساوي الصفر أي أن الزمن t يساوي :
$8\div9.8=0.82$
الناتج بالضبط يبلغ:
0.81632653061224489795918367346939
$t=0.82$
الزمن t يساويً 0.82
كيف عرفنا ذلك؟
لأن
$8\div 9.8-=0.81$
$(-9.8)\times0.82=8$
طبعاً نحن افترضنا بأن القيمة 9.8 هي قيمةٌ سلبية لأنها نمثل تسارع السقوط الحر نحو الأسفل بفعل قوة الجاذبية و لكن بإمكاننا أن نتجاهل أن يكون الزمن الناتج ذو قيمة سلبية لأنه لا يمكن أن يكون الزمن ذو قيمة سلبية.

السؤال الذي يطرح نفسه:
إن معادلة السرعة و التسارع الأولى تتضمن عملية جمع لا عملية طرح :
$V=V_0+at$
كيف تحولت عملية الجمع إلى عملية طرح؟
لأنني قلت بأن تسارع السقوط بتأثير الجاذبية أي 9.8 متر في الثانية هو في هذه الحالة بالذات ذو قيمةٍ سلبية .
لماذا؟
حتى نميزه عن تسارع الصعود نحو الأعلى ، أي حركة القذيفة نحو الأعلى و التي تكون ذات قيمة موجبة.
أي أن العملية كانت على الصورة التالية :
$0=8+(-9.8)t$
و لكننا نعلم بأنه إذا تتابعت شارة جمع + مع شارة طرح (شارة سلبية -) فإننا ندمج الشارتين في شارة طرح أو شارة سلبية واحدة.
مثال:
$5+(-4)=1$
$5-4=1$

المعادلة السابقة معادلة صفرية نتيجتها الصفر و هي تمثل نقطة المساواة ما بين سرعة القذيفة المتجهة نحو الأعلى ↑ و هي 8 متر/ثانية و الجاذبية الأرضية التي تؤدي إلى تسارع نحو الأسفل ↓ مقداره 9.8 - متر/ثانية.
إن المعادلة السابقة تعني بأنه يتوجب علينا أن نطرح قيمتين متماثلتين من بعضهما البعض حتى نحصل على الصفر ،أي أنه يتوجب علينا أن نضرب تسارع السقوط -9.8 بزمنٍ معين حتى نحصل على الرقم 8 الذي يمثل تسارع القذيفة نحو الأعلى، و هذا الرقم يساوي 8.2ثانية و بذلكً يكون ناتج عملية الطرح مساوياً للصفر و بذلك نتمكن من تحديد الزمن الذي سوف تتوقف فيه القذيفة في الجو قبل أن تبدأ بالسقوط الحر.
في مثل هذه المسائل فإننا نعبر عن تسارع السقوط أي 9.8 متر في الثانية و الذي ينتج بالطبع عن تأثير الجاذبية بقيمةٍ سلبية -9.8 ↓ بينما نعبر عن التسارع المعاكس لتسارع الجاذبية ↑ أي الحركة نحو الأعلى بقيمةٍ موجبة و هي هنا 8 متر في الثانية و هذا هو سبب تحول عملية الجمع في معادلة السرعة و التسارع الأولى:

$$V=V_0+at$$

السرعةV تساوي السرعة الابتدائية V_0 زائد ناتج ضرب التسارع a في الزمن t.
إلى عملية طرح :

$$0=8-9.8\times t$$

الآن و بعد أن تمكنا من تحديد الزمن t باستخدام معادلة السرعة و التسارع الأولى أصبح بإمكاننا أن ننتقل إلى معادلة السرعة و التسارع الثانية :

$$\Delta X=V_0t+\frac{1}{2}at^2$$

ΔX = الازاحة أي مقدار الحركة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

نحاول تطبيق معادلة السرعة و التسارع الثانية و تعويض الرموز بالقيم المتوفرة لدينا.

$$\Delta X=8\ (0.82)+\frac{1}{2}(-9.8)(0.82)^2$$

$$\Delta X=8\times 0.82+\frac{1}{2}\times -9.8\times 0.82^2$$

$$8\times 0.82+\frac{1}{2}\times -9.8\times 0.82^2=(-3.3)m$$

ما الذي تمثله الإزاحة أو الرقم (-3.3)؟
إنه يمثل المسافة التي سوف تصعدها القذيفة نحو الأعلى قبل أن تصبح سرعتها مساويةً للصفر لذلك فإنها تبدأ في السقوط الحر نحو الأسفل .
الزمن أي 0.82 ثانية تقريباً هو الزمن الذي سوف تتساوى فيه القوتين،أي قوة الانطلاق نحو الأعلى و تسارع السقوط أي مقدار الزمن الذي سوف تتوقف فيه القذيفة في الجو.

من الممكن اعتبار مسافة السقوط أي 3.3 متر قيمةً سلبية .
تم إطلاق القذيفة من تلٍ يبلغ ارتفاعه 20 متر فوق السهل و صعدت القذيفة لمسافة 3.3 متر أي أن ارتفاعها فوق السهل تساوي ارتفاع التل أي 20 متر زائد المسافة التي صعدت إليها القذيفة نحو الأعلى أي 3.3 متر :

$20+3.3=23.3m$

حساب الزمن الذي سوف يستغرقه سقوط القذيفة من أعلى نقطةٍ وصل إليها أي من على ارتفاع 3.3متر تقريباً .

نقول بأن السرعة النهائية هنا تساوي الصفر –السرعة النهائية هنا تمثل نقطة ارتطام القذيفة بالأرض و بالطبع فإنه بمجرد ارتطام القذيفة بالأرض فإنها بالطبع ستتوقف عن السقوط أي أنه لن تعود هنالك سرعة سقوط.

نعود إلى معادلة السرعة و التسارع الثانية:

$\Delta X=V_0t+\frac{1}{2}at^2$

ΔX = الازاحة أي المسافة المقطوعة تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

نعوض الرموز بأرقام:

ΔX = الازاحة أي المسافة المقطوعة من أعلى نقطة هي كما مرت معنا سابقاً 23.3- متر.

السرعة الابتدائية V_0 : صفر . لماذا؟

لأننا بدأنا القياس من أعلى نقطة وصلت إليها القذيفة و هي النقطة التي توقفت فيها القذيفة عن الصعود نحو الأعلى و بدأت بالسقوط الحر نحو الأرض و ذلك عندما تساوت سرعة الصعود نحو الأعلى ↑ مع تسارع الجاذبية الأرضية ↓.

V_0t أي $V_0\times t$ السرعة الابتدائية ضرب الزمن ، و بما أننا قلنا بأن السرعة الابتدائية مساوية للصفر هنا لأنها النقطة التي توقفت فيها القذيفة عن الصعود في اللحظة التي سبقت بدء السقوط فإن الزمن أياً يكن يساوي الصفر أن أي رقم نضربه بالصفر يساوي صفر.

لذلك فإننا نهمل V_0t لأنها تساوي الصفر.

$\frac{1}{2}a$أي $\frac{1}{2}\times a$ أي نصف ضرب التسارع a و هو هنا تسارع السقوط ↓ بفعل الجاذبية و هو هنا القيمة السلبية -9.8 .

$$\frac{1}{2}\times a=\frac{1}{2}\times(-9.8)=0.5\times(-9.8)=(-4.9)$$

طبعاً فإن الآلة الحاسبة الاعتيادية لا تتعامل مع الكسور و لذلك عند إجراء عملية حسابية على أي كسر فإننا نحوله إلى رقم عشري و ذلك بكل بساطة يتم عن طريق قسمة بسط الكسر على مقامه، أي عن طريق قسمة عالي الكسر على أدناه.

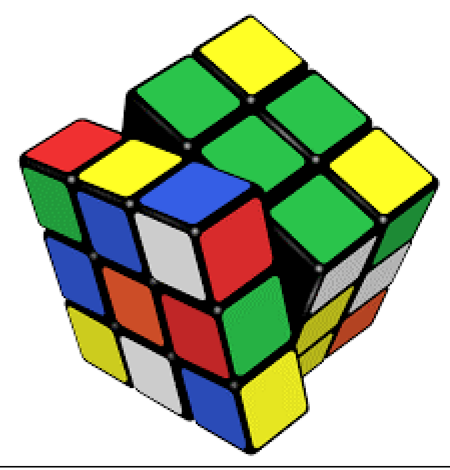
الكسر ½ يساوي 1 ÷2 يساوي 0.5

$\Delta X=V_0t+\frac{1}{2}at^2$

ΔX = الازاحة أي المسافة المقطوعة تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

$-23.3=V_0t+\frac{1}{2}9.8t^2$

$-23.3=0(t)+\frac{1}{2}9.8t^2$



كيف أحل المعادلة التالية و مثيلاتها :

$-23.3=0(t)+½\ -9.8t^2$

كيف أعرف قيمة المجهول t أي الزمن في المعادلة ؟

بدايةً أتخلص من المجهول t الأول لأنه مضروب بصفر و كل ما نضربه بصفر يساوي صفر :

$0(t)= 0×(t)=0$

فتصبح المعادلة على الصورة التالية:

$-23.3=½\ -9.8t^2$

أنفذ عملية الضرب المعلقة بين الكسر ½ و الرقم السلبي -9.8

$½×\ -9.8=0.5×(-9.8)=(-4.9)$

فتصبح المعادلة على الصورة التالية:

$-23.3=(-4.9)t^2$

أصبحت لدي عملية ضرب اعتيادية :

$-23.3=(-4.9)×t^2$

الآن .لمعرفة قيمة المجهول المرفوع للقوة الثانية t^2 أجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب أي أنني أجري عملية قسمة حيث أقوم بقسمة الناتج السلبي -23.3 على الحد المعلوم في عملية الضرب أي -4.9 :

$-23.3÷(-4.9)=4.76$

نتيجة القيمة تحديداً تساوي:

4.7551020408163265306122448979592

و علينا الانتباه هنا إلى أن الرقم 4.76 لا يمثل الزمن t أي مجهول المعالة و إنما فإنه يمثل الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2 و لذلك فإنني لمعرفة قيمة الزمن أجري عمليةً معاكسة لعملية الرفع للقوة الثانية أي أنني أجد الجذر التربيعي للرقم 4.76 :

$\sqrt{4.76}=2.18$

أي أن مجهول المعادلة أي الزمن يساوي 2.18 ثانية .

نضيف الزمن الذي كنا قد توصلنا له في السابق أي 0.82 ثانية على الزمن الذي توصلنا إليه مؤخراً أي 2.18 ثانية :

من الممكن اعتبار مسافة السقوط 23.3- قيمةً سلبية23.3- لأنها تمثل اتجاهاً هابطاً من الأعلى نحو الأسفل
↓
إذا كنا نقيس مسافة السقوط من أعلى نقطة وصلت إليها القذيفة إلى السهل فمن الممكن أن نعتبر بأنها تساوي مسافة السقوط (أي مقدار الإزاحة) أي 20- متر و هي المسافة بين أعلى نقطة و صلت إليها القذيفة و بين قمة التل الذي أطلقت منه القذيفة و يمكننا أن نضيف إلى هذه المسافة مسافة 20 متر أخرى و هي تمثل ارتفاع التل الذي أطلقت القذيفة من قمته :

20+3.3=(-23.3)m

فنحصل على مسافة سقوط القذيفة من أعلى نقطة وصلت إليها إلى السهل المحيط بالتل أي (23.3-) متر.

إن المجهول المطلوب إيجاده في هذه المسألة هو الزمن t المرفوع للقوة الثانية الذي إذا ضربنا به ناتج عملية ضرب الكسر ½ بالرقم العشري السلبي 9.8- (تسارع السقوط بفعل الجاذبية) كان الناتج 23.3 . بالطبع فإن الكسر ½ أو الرقم العشري المكافئ 0.5 ضرب الرقم العشري السلبي 9.8- يساوي 4.9-.

إيجاد مجهول معادلة السرعة و التسارع عن طريق تحويلها إلى معادلة تربيعية.

نتذكر سوياً معادلة السرعة و التسارع الثانية:

$\Delta X=V_0t+\frac{1}{2}at^2$

ΔX = الازاحة أي المسافة المقطوعة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

هنالك طريقةٌ ثانية لمعرفة مجهول معادلة تربيعية أي المعادلة التي يكون مجهولها مرفوعاً للقوة الثانية و هذه الطريقة شديدة الأهمية و الخطورة حيث أن لهذه المعادلة استخدامات شديدة الخطورة فهي المعادلة التي تعتمد منظومة الدفاع الجوي الأقوى في العالم باتريوت في عملها عليها مثلاً حيث تستخدم هذه المنظومة في برمجياتها هذه المعادلة للتنبؤ بمواقع الأهداف الجوية حتى تقوم باعتراضها.

لدينا صيغةٌ تربيعية :

$ax^2+bx+c=0$

الصيغة السابقة تدعى بالصيغة التربيعية quadratic formula و هذه الصيغة يتم اكتشاف مجهولها x باستخدام المعادلة التربيعية quadratic equation و هي على الصورة التالية :

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

و بعد ان نكتشف قيمة المجهول x الذي ورد في الصيغة التربيعية باستخدام المعادلة التربيعية فإننا نعود إلى الصيغة التربيعية و نبدل مجهولها x بالقيمة التي توصلنا إليها باستخدام المعادلة التربيعية ، كما نبدل المجهول المجهول ذاته المرفوع للقوة الثانية x^2 بالقيمة التي توصلنا إليها مرفوعةً للقوة الثانية فإذا كانت

النتيجة أي نتيجة الصيغة التربيعية $ax^2+bx+c=0$ صفرية أي إن كانت مساويةً للصفر فإن ذلك يعني بأن حل المعادلة التربيعية صحيح و إذا كانت غير ذلك فذلك يعني بأن الحل خاطئ.
فإذا كانت معادلتنا التربيعية الأصلية التي تحوي مجهولاً مرفوعاً للقوة الثانية هي معادلة إزاحة و سرعة و تسارع أي معادلة حساب المسافة المقطوعة:

$$\Delta X=V_0t+½at^2$$

ΔX = الازاحة أي المسافة المقطوعة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

$$\Delta X=8t+½(9.8)t^2$$

$$-20=8\times t+½(-9.8)\times t^2$$

نقوم بتنفيذ العمليات الرياضية المعلقة القابلة للتنفيذ فنضرب الكسر $\frac{1}{2}$ أو الرقم العشري المكافئ 0.5 بالرقم السلبي (-9.8) و التي تمثل تسارع السقوط ↓ بتأثير قوة الجاذبية الأرضية و سيكون الناتج سلبياً كذلك أي -4.9 أي أن المعادلة سوف تصبح على الصورة التالية:

$$-20=8t+ (-4.9)\ t^2$$

$$-20=8\times t+ (-4.9)\times t^2$$

و كما تعلمون فإنه إذا تتابعت شارة جمع + مع شارة طرح أو شارة عددٍ سلبي(-) فإننا ندمج الشارتين في شارةٍ سلبية أو شارة طرح(-) لتصبح المعادلة على الصورة التالية:

$$-20=8t- (-4.9)\ t^2$$

$$-20=8\times t+ (-4.9)\times t^2$$

نقول بأنه وفقاً للصيغة التربيعية $ax^2+bx+c=0$
العنصر المضروب في معادلة الإزاحة بالمجهول المرفوع للقوة الثانية أي t^2 (-4.9) و سارته سلبية زائ العنصر المضروب في معادلة الإزاحة بالمجهول غير المرفوع لأية قوة أي العدد ثمانية 8t زائد العنصر المنفرد أي النتيجة و هي في معادلة الإزاحة الرقم السلبي -20 .
و بالطبع بما أن الإزاحة أي الرقم السلبي -20 قيمةٌ سلبية فإننا ندمج شارة الجمع مع شارة الرقم السلبي -20 لتصبح لدينا الصيغة التربيعية التالية:

$$4.9t^2-8(t)-20=0$$

و هي الصيغة الموازية للصيغة التربيعية $ax^2+bx+c=0$.
X هو مجهول الصيغة التربيعية.
x^2 هو مجهول الصيغة التربيعية ذاته مرفوعاً للقوة الثانية.
a هو العنصر المضروب بالمجهول x^2 المرفوع للقوة الثانية.
ax^2
b هو العنصر المضروب بالمجهول إكس X غير المرفوع للقوة الثانية
bx
C يمثل العنصر المنفرد غير المضروب بالمجهول إكس و هو هنا يمثل النتيجة -20 .
الآن نطبق المعادلة التربيعية و نستبدل رموزها بالأرقام و القيم المتوفرة.
(بالطبع يجب أن لا تحوي هذه المعادلة أي عنصرٍ مجهول إلا النتيجة إكس):

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

نستبدل الرموز بالأرقام المتوفرة:

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(-4.9)20}}{2(-4.9)}$$

حتى نحصل على نتيجة صحيحة :
نقوم أولاً بتنفيذ العمليات الموجودة تحت شارة الجذر :

$8^2 - 4(-4.9)20$

8^2=8×8=64

4-×(-4.9)=83.6

83.6×20=456

الآن نقوم بحساب الجذر التربيعي √ للرقم 456 و هو بالطبع ناتج العمليات الموجودة تحت شارة الجذر:

√456=21.4

الآن نضيف العدد 8 إلى الناتج أو نقوم بطرح الناتج منه:

8+21.4=29.4

و الآن نقسم الرقم 29.4 على حاصل ضرب العدد 2 بالرقم 4.9 أي 2 × 4.9

2×4.9=9.8

أي أننا نقسم الناتج 29.4 على 9.8 :

29.4÷9.8=3

إذاً فإن ناتج المعادلة التربيعية التي قمنا بإجرائها هو العدد 3 .
و الآن كيف نتأكد من صحة النتيجة التي توصلنا إليها:
أي كيف نتاكد بأن مجهول المعادلة أي x ساوي 3 ، أي أن مجهول الصيغة التربيعية المرفوع للقوة الثانية x يساوي 3 و أن مجهول معادلة الإزاحة أي الزمن t يساوي 3 ؟
كيف نتأكد من صحة النتيجة التي توصلنا إليها؟
إننا نستحضر الصيغة التربيعية السابقة أي الصيغة $4.9t^2$-8(t)-20=0
ثم نستبدل مجهولها أي الزمن t بالعدد 3 الذي يمثل النتيجة التي توصلنا إليها فإذا كان الناتج صفراً فذلك يعني بأن الحل الذي توصلنا إليه باستخدام المعادلة التربيعية صحيح.

$4.9t^2$-8(t)-20=0

$4.9(3)^2$-8(3)-20=0

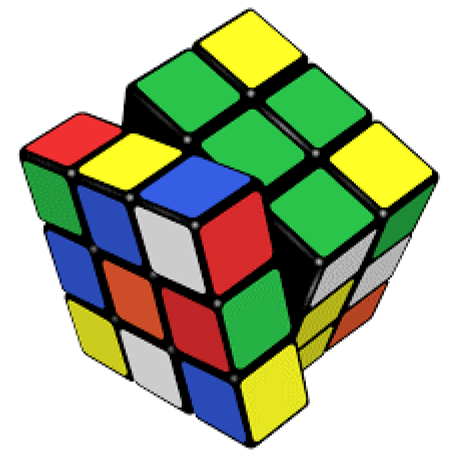
4.9×3^2-8×(3)-20=0

4.9×3^2=4.9×9=44.1

44.1-8×3=44.1-24=20

20-20=0

إذاً فإن الحل الذي توصلنا إليه صحيح.



خطوات استخدام المعادلة التربيعية في اكتشاف المجاهيل المرفوعة للقوة الثانية:

نقوم بتحويل المعادلة التي تحوي مجهولاً مرفوعاً للقوة الثانية إلى صيغةٍ تربيعية:

$ax^2+bx+c=0$

و ذلك عن طريق استبدال رموز الصيغة التربيعية بالأرقام المناسبة الموجودة في المعادلة التي نريد حلها.

نستخدم المعادلة التربيعية في حل الصيغة التربيعية و ذلك عن طريق استبدال كل رمزٍ من رموزها بالرقم الموازي له:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بعد تمكننا من اكتشاف قيمة المجهول إكس عن طريق استخدام المعادلة التربيعية نعود إلى الصيغة التربيعية $ax^2+bx+c=0$ و نستبدل مجهولها بالقيمة التي توصلنا إليها فإذا كانت نتيجة الصيغة التربيعية صفر فذلك يعني بأن الحل الذي توصلنا له حلٌ صحيح.



Quadratic equationالمعادلة التربيعية

المعادلة التربيعية هي معادلةٌ متعددة الحدود من الدرجة الثانية صيغتها العامة :

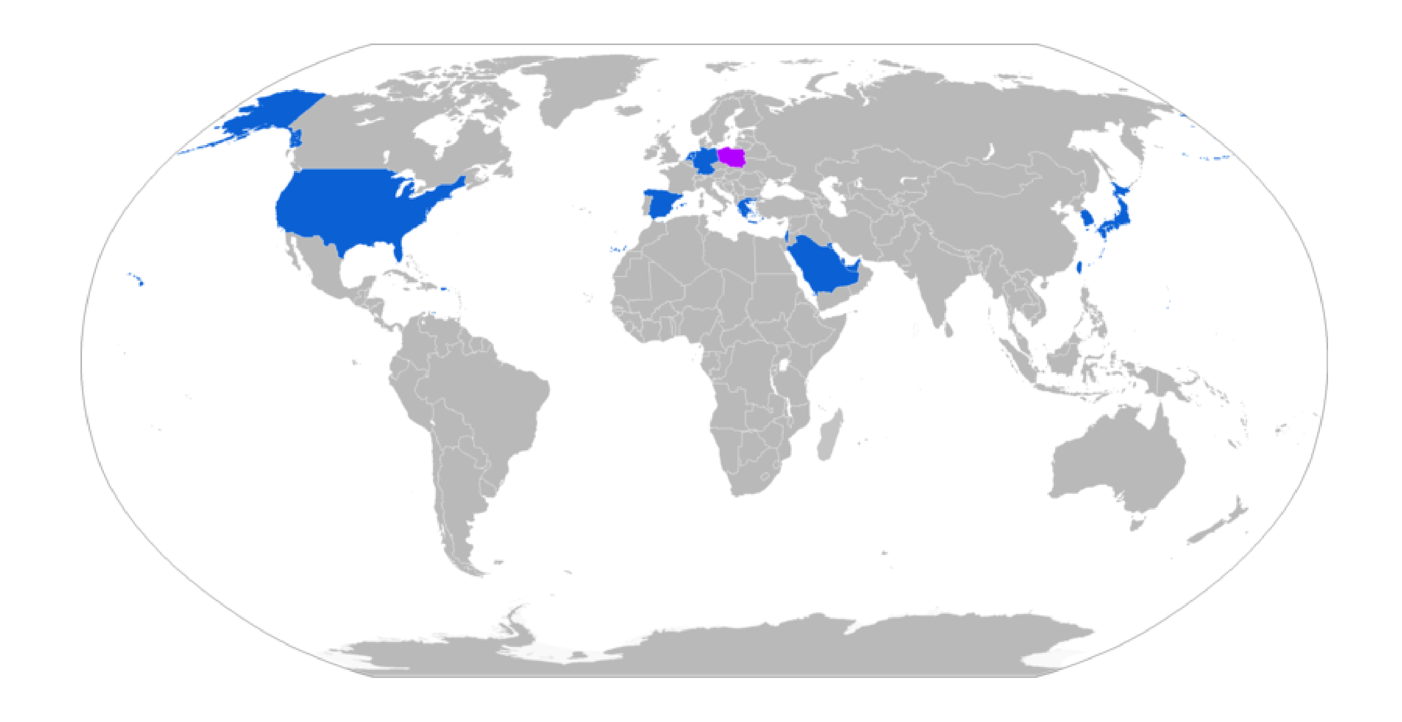
$ax^2+bx+c=0$

حيث a لا تساوي الصفر.

الأحرف a وb وc تدعى بالعوامل coefficients حيث الحرف a هو عامل x^2 أي العنصر المضروب به x^2 و b هو عامل x أي العنصر المضروب به x و c هو عاملٌ ثابت constantcoefficient و يدعى كذلك بالعامل الحر *free term*.

للمعادلة التربيعية سواءً أكانت عواملها حقيقيةً أو معقدة جذرين معقدين أي حلين للمجهول x عندما تكون y مساويةً للصفر حيث يشار إلى هذين الجذرين بالرمز X_1 و الرمز X_2 و قد يكون هذين الجذرين متساويين.

مواقع انتشار منظومة باتريوت:



ΔX = الازاحة أي المسافة المقطوعة و قد اعتبرناها رقماً سلبياً لأنها سرعة هبوط ↓.
V_0 السرعة الابتدائية
t الزمن مجهول ؟
a تسارع الهبوط بتأثير الجاذبية و هو قيمةٌ ثابتة على سطح الكرة الأرضية و هي 9.8 متر/ثانية .

المعادلة التربيعية هي معادلةٌ يكون مجهولها مرفوعٌ للقوة الثانية صيغتها : $ax^2+bx+c=0$ و كما تعلمون فإن مجهول معادلة السرعة و التسارع أي الزمن t^2 مرفوعٌ للقوة الثانية أي أن **بإمكاننا أن نستخدم المعادلة التربيعية في حل معادلة السرعة و التسارع الثانية.** لماذا تحولت عمليتي الجمع في المعادلة التربيعية الأصلية $ax^2+bx+c=0$ إلى عمليتي طرح؟ لأن الرقمين (20-) و (4.9-) هما رقمين سلبيين كونهما يشيران إلى كلٍ من مسافةالهبوط و تسارع الهبوط ↓. ماذا يمثل الحرف x في المعادلة التربيعية؟ إنه يمثل مجهول المعادلة و هو الزمن t. ما الذي يمثله x^2 المرفوع للقوة الثانية في المعادلة التربيعية؟ إنه يمثل المجهول ذاته مرفوعاً للقوة الثانية أي أنه يمثل هنا الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2. ax^2 تعني $a\times x^2$ أي aضربx^2 bxتعني $b\times x$ أي b ضربx أي السرعة الابتدائية ضرب المجهول(الزمن) c تعني مسافة السقوط أي 20- (قيمة سلبية) b تعني السرعة الابتدائية أي 8 متر/ثانية. aتعني تسارع السقوط 9.8- و لكن بعد أن ضربناه بالكسر ½ فأصبح **(4.9-) .**

و بذلك أصبحت لدينا معادلة تربيعية جاهزة للحل.

$ax^2+bx+c=0$

و لكن كيف نحل المعادلة التربيعية؟

إننا نستخدم في حل المعادلات التربيعية صيغةً ثابتة و هي الصيغة :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$ax^2+bx+c=0$

إن مجهول المعادلة التربيعية x يساوي :

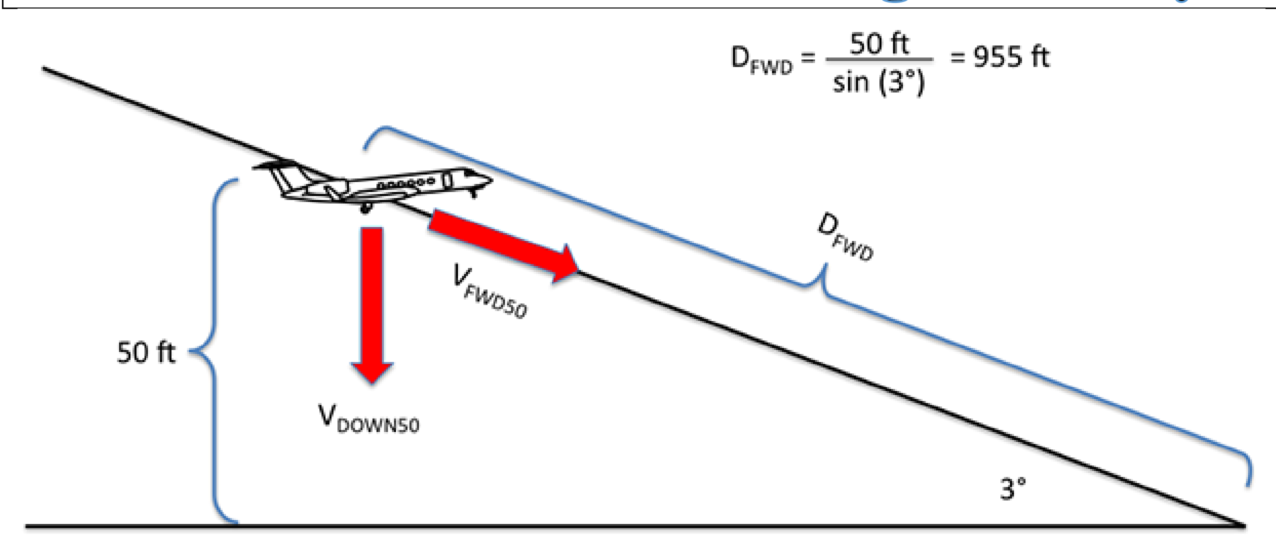
c تعني مسافة السقوط أي 20- (قيمة سلبية)

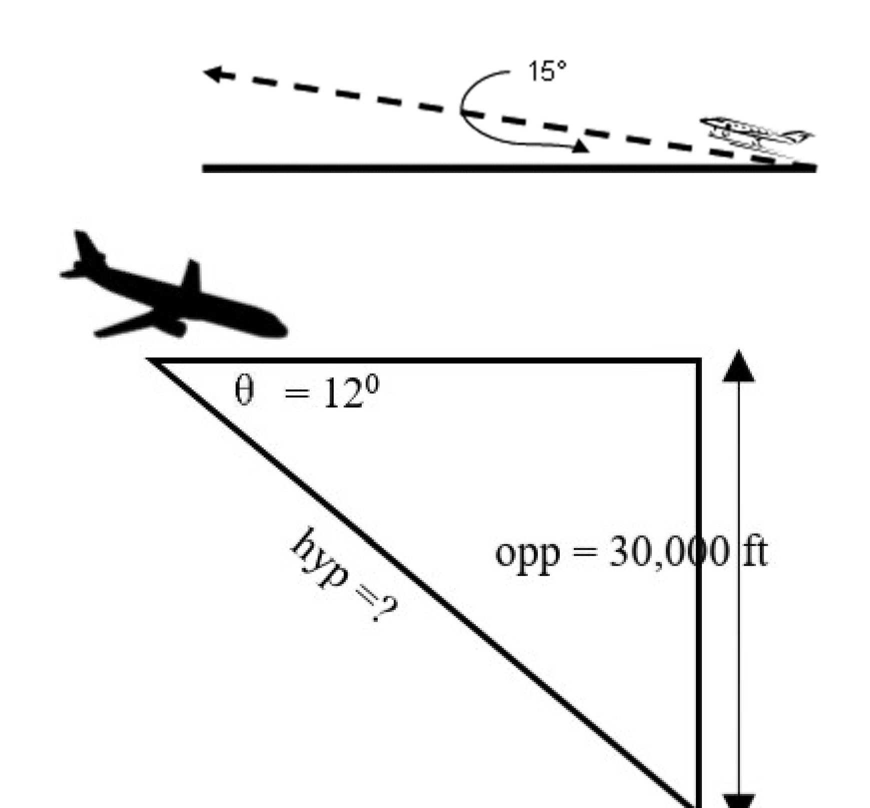
b تعني السرعة الابتدائية أي 8 متر/ثانية.

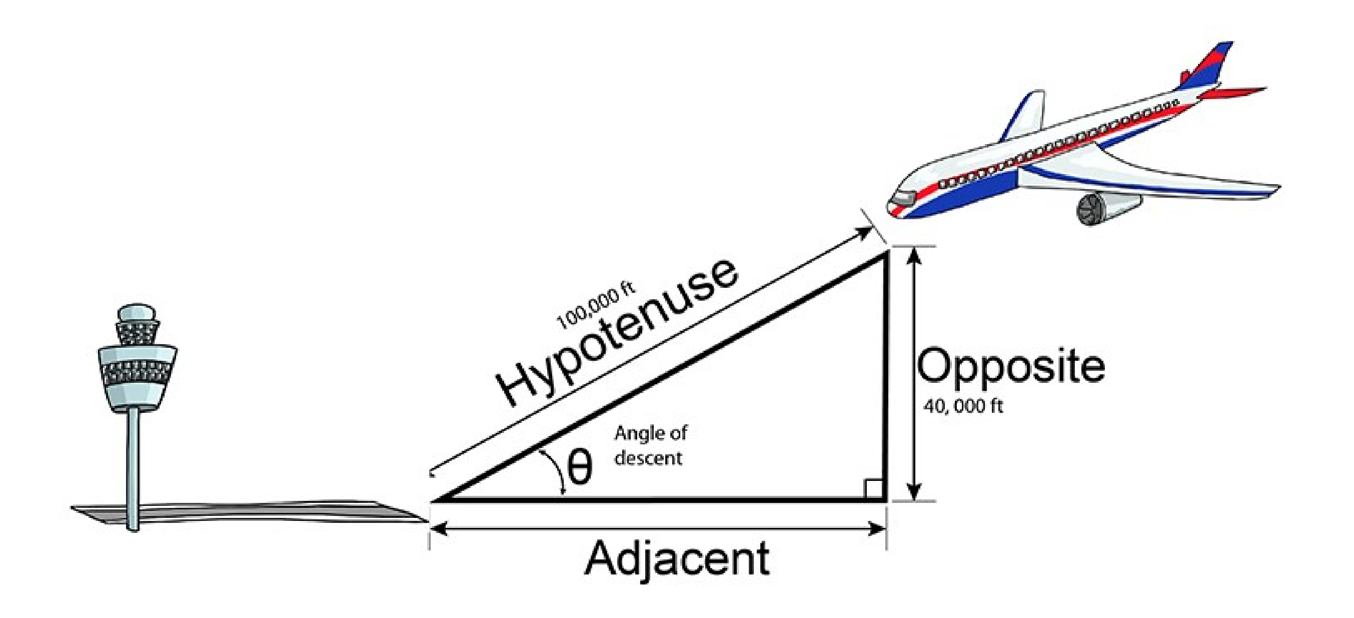
a تعني تسارع السقوط 9.8- و لكن بعد أن ضربناه بالكسر ½ فأصبح **(4.9-)** .

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(-4.9)(-20)}}{2(-4.9)}$$

القياسات و النسب المثلثية Trigonometry







Trigonometry القياسات و النسب المثلثية

قد يتصور البعض بأن النسب المثلثية و الحسابات المثلثية عبارة عن حسابات مجردة لا علاقة لها بالواقع و لكن ذلك أمرٌ خاطئ فالصاروخ الذي ينطلق في الجو بزاويةٍ حادة يشكل مثلثاً قائم الزاوية و تره (أطول أضلاعه و الضلع المائل الوحيد فيه) يمثل مسار انطلاق الصاروخ ، أما مستوى سطح الأرض فإنه يمثل الضلع المجاور لزاوية الإطلاق ، و أقصى نقطة يصل إليها الصاروخ تمثل الارتفاع أو الضلع المقابل لزاوية الإطلاق .

مسار إطلاق الصاروخ (وتر المثلث)←

بعد أقصى نقطة وصل إليها الصاروخ عن الأرض يمثل الضلع المقابل لزاوية الاطلاق←

زاوية إطلاق الصاروخ مستوى سطح الأرض =الضلع المجاور لزاوية الاطلاق

و الطائرة التي تهبط على مدرج المطار تشكل مثلثاً قائم الزاوية : أرض المطار هي الضلع المجاور للزاوية .
مسار هبوط الطائرة المائل نحو الأسفل يمثل وتر المثلث .
بعد النقطة التي بدأت التي بدأت فيها الطائرة بالهبوط فيها عن الأرض يمثل الضلع المقابل للزاوية في المثلث.

مسار هبوط الطائرة
وتر المثلث

بعد النقطة التي بدأت فيها الطائرة بالهبوط عن الأرض(الضلع المقابل) ←

أرض المطار (الضلع المجاور للزاوية)

و السفينة الراسية باستخدام مرساة هي كذلك تمثل أحد أمثلة القياسات المثلثية ذلك أن حبل المرساة المائل نتيجة سحب السفينة له يمثل وتر المثلث (وتر المثلث القائم الزاوية هو الضلع المائل الوحيد في المثلث القائم الزاوية ، كما أنه أطول أضلاع المثلث).

قاع البحر يمثل الضلع المجاور .

بعد سطح البحر أو قعر السفينة عن قاع البحر يمثل الضلع المقابل.

مستوى سطح البحر

مرساة السفينة المائلة تمثل وتر المثلث←

قاع البحر يمثل الضلع المجاور في المثلث

بعد السفينة أو بعد سطح البحر عن الأرض
يمثله الضلع المقابل ←



و بالطبع يمكن أن نتحايل عل الأمر بحيث نتخيل دائماً وجود مثلثٍ قائم الزاوية وهمي ولا يتوجب أن تكون قاعدة المثلث القائم الزاوية متجهةً نحو الأسفل بل إن من الممكن أن يتوضع المثلث القائم الزاوية بأية صورة.

تستخدم القياسات و النسب المثلثية لإيجاد أطوال الأضلاع و قياس الزوايا المجهولة في المثلثات القائمة الزاوية أي المثلثات التي تحوي زاوية قياسها 90 درجة.
ماهي النسب و القياسات المثلثية؟

إنها تمثل نسبة أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية و نسبة قياس زواياه إلى بعضها البعض ، بمعنى أن بإمكاننا إذا علمنا قياس ضلعين من أضلاع مثلثٍ قائم الزاوية أن نعرف قياس زاويته المجهولة و أننا إذا علمنا قياس ضلع و زاوية فيه أن نعرف قياس الضلع المجهول في ذلك المثلث باستخدام النسب المثلثية.
إن جيب الزاوية (ساين) في مثلثٍ قائم الزاوية يساوي نسبة طول الضلع المقابل للزاوية إلى الوتر ، و بالمقابل فإن طول الضلع المقابل المجهول في مثلثٍ قائم الزاوية يساوي طول الوتر ضرب جيب الزاوية.

حيث نحسبه على الآلة الحاسبة على الصورة التالية:
ندخل طول الوتر.
نضغط زر حساب الجيب(ساين)
ندخل قياس الزاوية.

لا تنجح طريقة الحساب هذه مع بعض الآلات الحاسبة .



لقد بين فيثاغورث في أطروحته الشهيرة أن مربع طول وتر المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع طولي ضلعيه الآخرين.

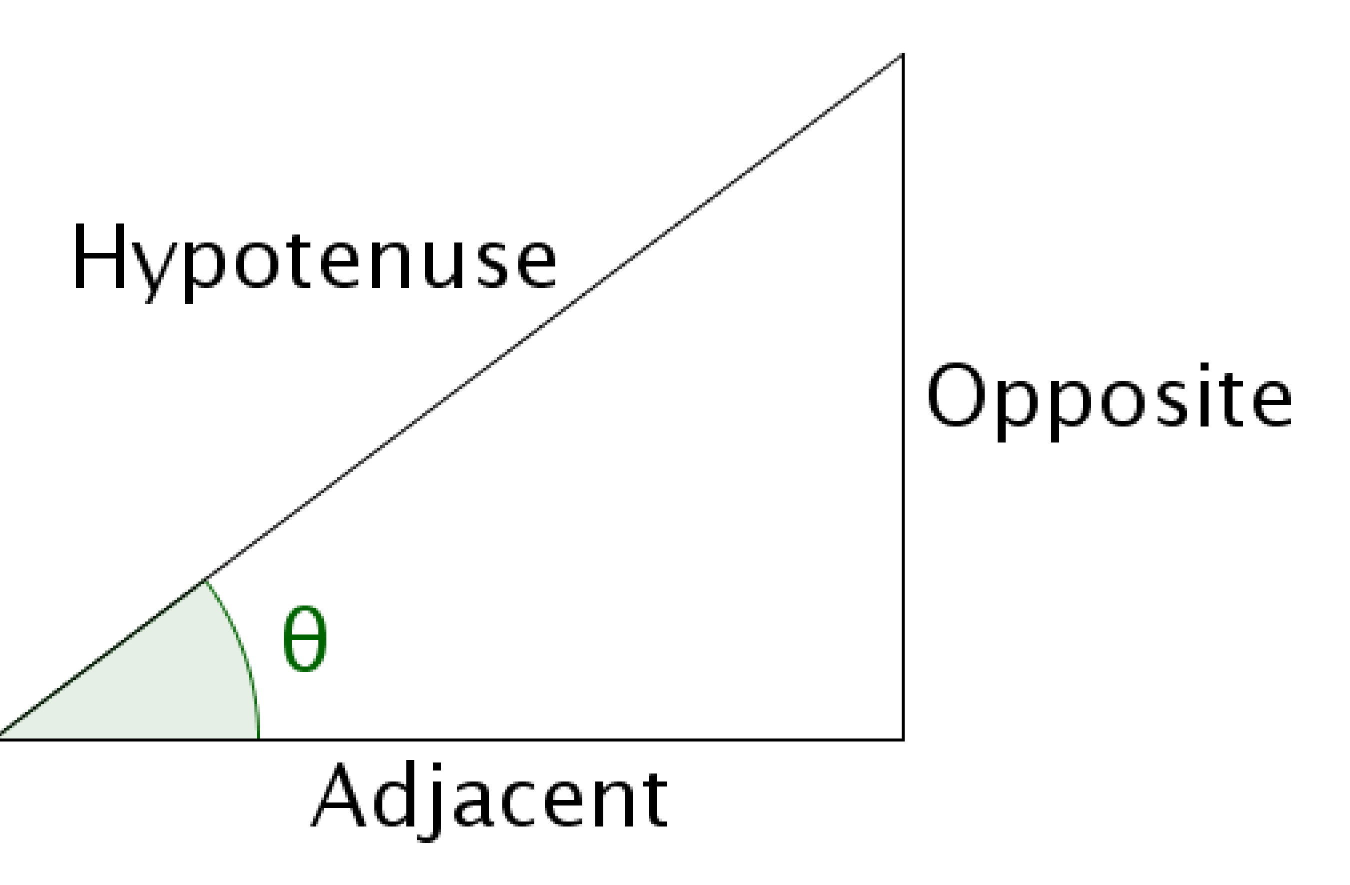
$$a^2+b^2=c^2$$

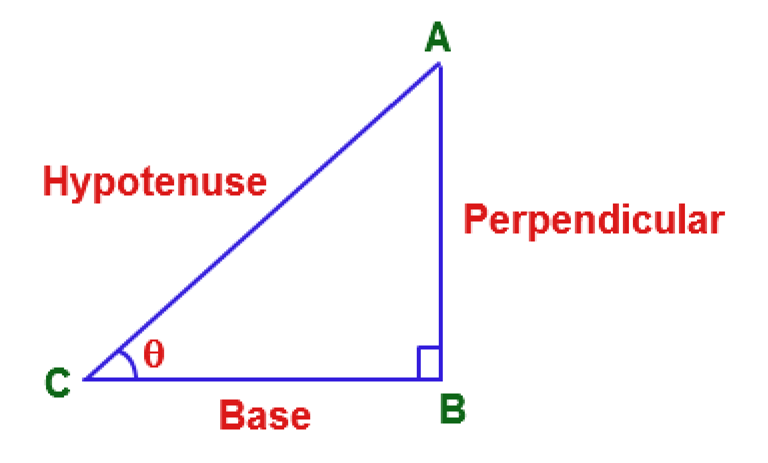
حيث c يمثل طول وتر المثلث القائم الزاوية بينما يمثل كلٌ من a و b ضلعي المثلث القائم الزاوية الآخرين.
ما هو وتر المثلث Hypotenuse؟
وتر المثلث هو أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية كما أنه الضلع الوحيد المائل في المثلث القائم الزاوية.
بالطبع لايمكن أن يكون هنالك ضلعين مائلين في المثلث القائم الزاوية ؟
لماذا؟
لأن المثلث القائم الزاوية يجب أن يحوي ضلعين متعامدين حتى يشكلا بتعامدهما معاً زاويةً قائمة قياسها 90 درجة فلا يتبقى فيه إلا ضلعٌ واحدٌ مائل هو الوتر.
و بذلك تكون قد أصبحت لدينا خمس أدواتٍ تمكننا من التعامل مع المثلثات القائمة الزاوية و معرفة طول أي ضلع مجهولٍ من أضلاعها و معرفة قياس أي زاويةٍ مجهولةٍ من زواياها، و هذه الأدوات هي :
النسب المثلثية الثلاثة و هي : الجيب و التجيب و الظل .
أطروحة فيثاغورث التي تقول بأن مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي ضلعي المثلث القائم الزاوية الآخرين.

بعد حساب مربع طول الوتر نقوم بإيجاد الجذر التربيعي لمعرفة الطول الحقيقي للوتر و ليس مربع طول الوتر لأن الجذر التربيعي هو عكس عملية الرفع للقوة الثانية(التربيع) .
الأداة الخامسة : معرفتنا بأن مجموع قياس زوايا المثلث(أي مثلث) يجب أن لا يزيد عن 180 درجة و بذلك فإن معرفتنا لقياس أي زاويتين في أي مثلث تمكننا من معرفة قياس زاويته الثالثة ، أما بالنسبة للمثلث القائم الزاوية فإن الأمر يكون أكثر سهولة حيث يكون لدينا زاوية قياسها 90 درجة و هي الزاوية القائمة و زاوية أخرى معلومة و زاوية مجهولة ، و مع علمنا بأن مجموع زوايا المثلث يجب أن يكون 180 درجة يصبح بإمكاننا بمجرد معرفة قياس أي زاوية غير الزاوية القائمة أن نعرف قياس زاويته الثالثة المجهولة .

معرفة قياس زوايا المثلث القائم الزاوية عن طريق معرفة اطوال أضلاعه باستخدام النسب المثلثية

الجيب يساوي الضلع المقابل للزاوية على الوتر و التجيب يساوي الضلع المجاور للزاوية على الوتر و الظل يساوي الضلع المقابل/الضلع المجاور .
إن كل نسبةٍ من هذه النسب المثلثية الثلاثة تمكننا من حساب الزاوية المحصورة بين الضلعين موضوع تلك النسبة بعد معرفتنا لقياس هذين الضلعين حيث يمكننا قياس الجيب من معرفة قياس الزاوية الواقعة بين الضلع المقابل و الوتر و يمكننا التجيب من معرفة قياس الزاوية المحصورة بين الضلع المجاور و الوتر و يمكننا الظل من معرفة قياس الزاوية الواقعة بين الضلع المقابل و الضلع المجاور على الصورة التالية:





النسب المثلثية :

Sin=opposite/hypotenuse.

الجيب=الضلع المقابل للزاوية/الوتر
Cos=adjacent/hypotenuse.
التجيب=الضلع المجاور للزاوية/الوتر
Tan=opposite/adjacent.
الظل=الضلع المقابل للزاوية/الوتر

النسب المثلثية :
الجيب= المقابل /الوتر
التجيب= المجاور /الوتر
الظل= المقابل /الوتر

لحساب الجيب نقسم المقابل على الوتر.
لحساب التجيب (كوساين) نقسم المجاور على الوتر.
لحساب الظل نقسم المقابل على المجاور.

تذكر دائماً ترتيب النسب المثلثية : جيب(ساين) تجيب(كوساين) ظل(تان).



تذكر دائماً:
مجموع قياس زوايا المثلث(أي مثلث) هو 180 درجة.
لا يمكن لأي مثلث أن يكون مجموع زواياه أكبر من 180 درجة.

مسألة :
ليكن لدينا مثلثٌ قائم الزاوية طول وتره 11 سنتيمتر – الزاوية التي يشكلها الضلع المجاور للزاوية مع الوتر تساوي 21 درجة –طول الضلعين الآخرين أي الضلع المقابل للزاوية و الضلع المجاور للزاوية مجهول.

الحل :
بما أننا نعرف طول وتر المثلث (11 سنتمتر) و نعرف قياس الزاوية التي يشكلها التقاء الوتر مع الضلع المجاور و هو 21 درجة فإننا سوف نستخدم قياس الظل (كوساين) لمعرفة طول الضلع المجاور عن طريق الآلة الحاسبة و ذلك بالطريقة التالية :
ندخل طول الوتر (11 سنتمتر مثلاً).
نضعط زر حساب التجيب (كوساين) Cos
ندخل قياس الزاوية و هي هنا 21 درجة.
11 cos 21
فنحصل على طول الضلع المجاور للزاوية و هو 10.2 تقريباً.

ملاحظة هامة :
في بعض الحاسبات كالحاسبة الموجودة في نظام التشغيل ويندوز 7 يتوجب إجراء هذه العملية بصورة معاكسة أي يتوجب إدخال قياس الزاوية 21 أولاً ومن ثم الضغط على زر حساب التجيب (كوساين) Cos و بعد ذلك إما أن ندخل الرقم 11 مباشرة أو أن نضرب ناتج حساب التجيب بالرقم 11 .

الآن، لمعرفة طول الضلع المقابل للزاوية فإننا نستخدم طريقة فيثاغورث : مربع طول وتر المثلث القائم الزاوية C^2 يساوي مجموع مربع ضلعيه الآخرين .

$a^2+b^2=c^2$

$10.2^2+b^2=11^2$

$10.2^2 =104$

$11^2=121$

$104+b^2=121$

$121-104=17$

بالطبع فإن الرقم 17 ليس هو طول الضلع المقابل للزاوية و إنما هو يمثل مربع طول الضلع المقابل للزاوية و حتى نعرف طول الضلع المقابل للزاوية فإننا نجد الجذر التربيعي للرقم 17 و هو 4.12 تقريباً ، أي أن طول الضلع المقابل للزاوية يساوي تقريباً 4.12 .

c^2 = مربع طول وتر المثلث القائم.

b^2= مربع طول الضلع المقابل للزاوية.

a^2 = مربع طول الضلع المجاور للزاوية.

فإذا كان لدينا مثلثٌ قائم الزاوية يبلغ قياس زاويته 21 درجة و يبلغ طول وتره 11 سنتمتر و كنا نريد معرفة طول الضلع المقابل للزاوية 21 فإننا نستخدم حساب الجيب : أنها الصيغة التي تتعلق بكلٍ من الضلع المقابل و الوتر .

Sin=opposite/hypotenuse. الجيب=الضلع المقابل للزاوية/الوتر

فنكتب في الآلة الحاسبة :

21 sin 11=

21 sin 11=4

ندخل إلى الحاسبة قياس الزاوية و هي هنا 21 درجة .

نضغط زر حساب الجيب sin

ندخل إلى الحاسبة طول وتر المثلث و ليكن 11 سنتمتر مثلاً فنحصل على طول الضلع المقابل للزاوية 21 درجة و هو 4 سنتمتر تقريباً .

في بعض الحاسبات يتوجب علينا أن ندخل قياس الزاوية و من ثم أن نضغط زر حساب الجيب sin و بعد ذلك نضرب الناتج بطول الوتر.

تتعلق النسب المثلثية دائماً بمعلومين و مجهول : ضلعين معلومين و زاوية مجهولة أو زاوية و ضلع معلومين و زاوية مجهولة .

ليكن لدينا مثلثٌ قائم الزاوية طول ضلعه المقابل 5 سنتمتر و طول ضلعه المجاور 10 سنتمتر و طول وتره مجهول .
المطلوب : حساب طول وتر هذا المثلث.
نستحضر أطروحة فيثاغورث التي تقول بأن مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي ضلعي المثلث القائم الزاوية الآخرين.
بعد حساب مربع طول الوتر نقوم بإيجاد الجذر التربيعي لمعرفة الطول الحقيقي للوتر و ليس مربع طول الوتر لأن الجذر التربيعي هو عكس عملية الرفع للقوة الثانية(التربيع) .

10^2+5^2=مربع طول الوتر.

$5^2=5\times5=25$

$10^2=10\times10=100$

$5^2+10^2=25+100=125$

أي أن مربع طول وتر هذا المثلث يساوي 125 سنتيمتر.
لإيجاد طول الوتر فإننا نحسب الجذر التربيعي للرقم 125 لأن الرقم 125 يمثل مربع طول الوتر و ليس طول الوتر و كما تعلمون فإن عملية إيجاد الجذر التربيعي هي العملية المعاكسة لعملية الرفع للقوة الثانية الجذر التربيعي للرقم 125 يساوي 11.18 تقريباً.

$\sqrt{125}=11.18$

$^2\sqrt{125}=11.18$

إن تجيب (كوساين) الزاوية في مثلثٍ قائم الزاوية يساوي نسبة الضلع المجاور للزاوية إلى الوتر.
و بالمقابل فإن طول الضلع المجاور للزاوية في مثلثٍ قائم يساوي طول الوتر ضرب تجيب الزاوية.
حيث نحسبه على الحاسبة بالطريقة التالية:
ندخل طول الوتر-نضغط زر حساب الجيب –ثم ندخل قياس الزاوية .
قد نحتاج إلى أن نضغط زر المساواة =.

تمت تجربة طريقة الحساب هذه على الحاسبة الموجودة في هاتف السامسونغ.

إن ظل الزاوية في مثلثٍ قائم الزاوية يساوي نسبة الضلع المقابل إلى الضلع المجاور.

بمجرد أن ندخل أي رقم قبل أن نضغط زر حساب الجيب أو التجيب أو الظل فإن الحاسبة تعلم بأن هنالك علاقة ضرب بين ذلك الرقم الذي قمنا بإدخاله و بين تلك النسبة المثلثية.

مثلثٌ قائم الزاوية طول وتره 11 سنتمتر و قياس زاويته 21 درجة .
المطلوب:
أوجد طول الضلع المقابل .
لدينا هنا زاوية و وتر و ضلعٌ مقابل فأي النسب المثلثية سوف نستخدم.

إننا سوف نستخدم نسبة الجيب لأنها تتضمن زاوية و ضلعٌ مقابل و وتر – الجيب يساوي نسبة الضلع المقابل للزاوية إلى الوتر.
لحساب جيب الزاوية فإننا نضغط زر حساب الجيب (ساين) ثم ندخل قياس الزاوية و هي هنا 21 درجة فنحصل على النسبة ما بين طول الضلع المقابل و طول الوتر و هي تقريباً تساوي:
0.35836794954530027348413778941347
في بعض الآلات الحاسبة ندخل أولاً قياس الزاوية ثم نضغط بعد ذلك زر حساب الجيب.
ما الذي أفعله بهذا الرقم أو هذه النسبة التي حصلت عليها حتى أعرف طول الضلع المقابل؟
بكل بساطة فإنني أضرب هذه النسبة بطول الوتر أي 11 .
إذا ضربت هذه النسبة بطول الوتر فإنني سوف أحصل على الرقم
3.9420474449983030083255156835481
بكل بساطة : أدخل طول وتر المثلث إلى الحاسبة- اضغط زر حساب الجيب –أدخل قياس الزاوية أي 21 فأحصل على طول الضلع المقابل أي 3.9 تقريباً.
في بعض الآلات الحاسبة ندخل أولاً قياس الزاوية ثم نضغط بعد ذلك زر حساب الجيب.

إذا كان لدينا مثلث قياس زاويته 33 و طول وتره 11 سنتمتر و طول الضلع المجاور لتلك الزاوية مجهول فكم يبلغ طول الضلع المجاور لتلك الزاوية؟
أي أن لدي زاوية قياسها 33 درجة و وتر طوله 11 سنتمتر و المطلوب حساب طول الضلع المجاور للزاوية فأي النسب المثلثية سوف أستخدم؟
بالطبع سأستخدم التجيب(كوساين) لأن التجيب يمثل نسبة الضلع المجاور للزاوية إلى الوتر أي أن تجيب الزاوية التي يبلغ قياسها 33 درجة يساوي نسبة طول الضلع المجاور إلى طول الوتر، أي أن تجيب الزاوية 33 يساوي نسبة طول الضلع المجاور إلى طول الوتر.
أضغط زر حساب التجيب (كوساين) ثم أدخل قياس الزاوية أي 33 درجة فأحصل على الرقم
0.83867056794542402963759094180455
في بعض الآلات الحاسبة ندخل أولاً قياس الزاوية ثم نضغط بعد ذلك زر حساب التجيب(كوساين).

ماذا أفعل بهذا الرقم؟
هذا الرقم يمثل نسبة طول الضلع المجاور إلى طول الوتر فإذا ضربته بطول الوتر أي بالرقم 11 فإنني سوف أحصل على طول الضلع المجاور:
$= 11\times0.83867056794542402963759094180455$
9.22537624739966432601350035985
أي تقريباً 9.2 و هذا الرقم يمثل طول الضلع المجاور.

إذا ضربنا طول الوتر أي 11 بتجيب الزاوية 33 فإننا سوف نحصل على طول الضلع المجاور للزاوية ، و لتحقيق ذلك فإننا ندخل طول الوتر أي الرقم 11 ثم نضغط زر حساب التجيب(كوساين) ثم ندخل قياس الزاوية أي 33 درجة فنحصل على طول الضلع المجاور أي 9.22 .

مسألة

إذا كان لدينا مثلثٌ قائم الزاوية طول ضلعه المقابل 10 سنتمتر و طول ضلعه المجاور 20 سنتمتر فكم يبلغ قياس الزاوية ؟

لدينا هنا ضلعٌ مقابل طوله 10 سنتمتر و ضلعٌ مجاور طوله 20 سنتمتر فإي النسب المثلثية سنستخدم؟

إننا سوف نستخدم هنا حساب الظل لأن هذه النسبة تتعلق بنسبة طول الضلع المقابل إلى طول الضلع المجاور للزاوية .

انتبه على أنه في هذه المسألة المعلومين هما طولي ضلعين و المجهول المطلوب هو قياس الزاوية.

بدايةً نحسب تلك النسبة فنقول :

$10 \div 20 = 0.5$

إذاً فإن النسبة بين الضلع المقابل و الضلع المجاور هي 0.5 .

الآن ماذا أفعل بهذه النسبة؟

علي الانتباه إلى أنني حتى أحسب قياس زاويةٍ ما عن طريق النسبة بين طول ضلعين فإنني أستخدم النسب المثلثية المعكوسة أي المرفوعة للقوة السلبية ناقص واحد -1 على الالة الحاسبة ، و على سبيل المثال فإنني في المثال السابق فإنني في استخدم زر حساب الظل $\tan^{-1}$ المرفوع للقوة السلبية ناقص واحد على الصورة التالية:

اضغط زر حساب الظل المرفوع للقوة السلبية الأولى $\tan^{-1}$.

أُدخل النسبة بين الضلعين المقابل و المجاور أي 0.5 فأحصل على قياس الزاوية ψ المحصورة بين الضلعين المقابل و المجاور وهي 26.6 تقريباً.

الآن إذا علمت قياس الزاوية ψ المحصورة بين الضلعين المقابل و المجاور .

كيف أحسب قياس الزاوية المجهولة الثانيةθ في المثلث القائم الزاوية .

في المثلث القائم الزاوية يكون لدي حتماً زاوية قائمة قياسها بالطبع 90 درجة ، و لدي الزاوية θ المحصورة بين الضلعين المقابل و المجاور و قياسها كما تعلمون و كما تبين لنا 26.6 ، و كما تعلمون فإن قياس زوايا أي مثلث يجب حتماً أن يكون 180 درجة ، أي أن قياس الزاوية ψ المحصورة بين الضلعين المقابل و المجاور +قياس الزاوية القائمة 90 درجة +قياس الزاوية θ المجهولة الثالثة يجب أن يساوي 180 درجة.

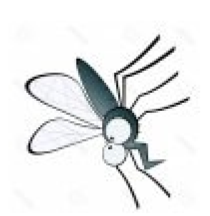
26.6+90+قياس الزاوية المجهولة =180 درجة.

26.6 +90 =116.6 درجة.

180 درجة -116.6=63.4 درجة.

180 درجة ناقص116.6=63.4 درجة.

إذاً فإن قياس الزاوية المجهولة يساوي 63.4 درجة.



تتعلق النسب المثلثية بمجهولٍ و معلوم –مجهولٌ مطلوب و معلومين اثنين –نستخدم المعلومين الاثنين إذا كانا قياس ضلعين لمعرفة قياس الزاوية التي يشكلانها بالتقائهما و إذا كان هذين المعلومين عبارة عن قياس زاوية و طول ضلع فإننا نستخدمهما لمعرفة قياس الضلع الثاني الذي يشكل تلك الزاوية.

ليكن لدينا مثلثٌ قائم الزاوية طول ضلعه المقابل للزاوية المجهولة ɵ 10 سنتمتر و طول وتره 18 سنتمتر .
المطلوب: احسب قياس الزاوية ɵ.
لدينا هنا ضلع مقابل للزاوية طوله معلوم 10 سنتمتر و وتر طوله معلوم 18 سنتمتر و زاوية ɵ مجهولة القياس و لذلك فإننا سنستخدم قياس الجيب لأن قياس الجيب يساوي الضلع المقابل على الوتر.

$\sin \theta = 10/18 = 0.555$

إن جيب الزاوية ɵ يساوي طول الضلع المقابل تقسيم طول الوتر.
10 تقسيم 18 تساوي 0.555 .
الآن ماذا نفعل بهذه النسبة بين الضلع المقابل للزاوية و الوتر أي النسبة 0.555 ؟
أضغط زر قياس الجيب المرفوع للقوة السلبية ناقص واحد $\sin^{-1}$
أدخل النسبة ما بين الضلع المقابل و الوترأي 0.555 .
أضغط زر المساواة = فأحصل على قياس الزاوية المجهولة ɵ وهو 33.7 درجة.

ماهو قياس الزاوية المجهولة الثالثة ψ في المثلث السابق؟
لدينا مثلثٌ قائم الزاوية، أي أن هذا المثلث يحوي زاوية قائمة قياسها 90 درجة .
الزاوية الثانية كما قمنا بحسابها يبلغ قياسها 33.7 درجة ، و كما تعلمون فإن مجموع زوايا المثلث –أي مثلث يبلغ 180 درجة :
90+33.7 +الزاوية المجهولة=180درجة
123.7=33.7+90
56.3=123.7-180
أي أن قياس الزاوية المجهولة الثالثة في المثلث يبلغ 56.3 درجة.

VECTORSالمتجهات (الأسهم)

↕↙↘↖↔→↗↘↙↑↓←

المتجه عبارة عن سهم له اتجاهٌ و مقدار- إن طول السهم يمثل المقدار .
لجمع المتجهات مع بعضها البعض فإننا نضعها فوق شبكة فإذا وجدنا بأن بعض المتجهات(الأسهم) متطابقة مع أحد المحورين المتعامدين Y,X أي المحور الأفقي X و المحور العمودي Y فإن ذلك سيكون أمراً جيداً جداً لأنه سيعني بأن ذلك المتجه يشكل زاويةً قائمة و عندها سيصبح بإمكاننا أن نعتبر بأن ذلك المتجه الذي يشكل زاويةً قائمة يشكل مثلثاً قائم الزاوية و عندها سوف يصبح بإمكاننا اعتماداً على طول المتجه(السهم) و قياس زاوية ميلانه أو اعتماداً على طول متجهين(سهمين) يشكلان معاً جزئاً من مثلثٍ وهمي أن نستخدم قياس المثلثات و النسب المثلثية التي مرت معنا سابقاً لمعرفة قياس الزاوية المجهولة أو طول الضلع المجهول.

نرمز للمتجه (السهم) بمثلثٍ أو سهم يشير إلى الجهة ذاتها التي يشير إليها ذلك المتجه(السهم).
إذاً للتعامل مع المتجهات (الأسهم) فإننا نتخيل بأن تلك المتجهات هي جزءٌ من مثلثٍ قائم الزاوية حتى نتمكن من تطبيق حساب المثلثات التي مرت معنا سابقاً .

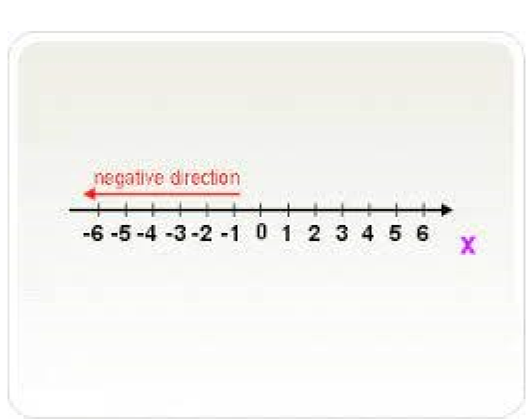
لدينا مثلثٌ قائم الزاوية طول وتره 10 سنتمتر و قياس زاويته التي يشكلها التقاء الوتر مع الضلع المجاور للزاوية 30 درجة .
احسب كلاً من طول الضلع المجاور للزاوية و طول الضلع المقابل للزاوية.
الطلب الأول: حساب طول الضلع المجاور للزاوية.
لدينا زاوية قياسها 30 درجة و وتر طوله 10 سنتمتر و ضلعٌ مجاور مجهول فإي نسبة مثلثية سنستخدم؟
بما أن لدينا وتر و ضلعٌ مجاور فإننا سوف نستخدم نسبة التجيب(كوساين) التي تمثل نسبة الضلع المحاور على الوتر.

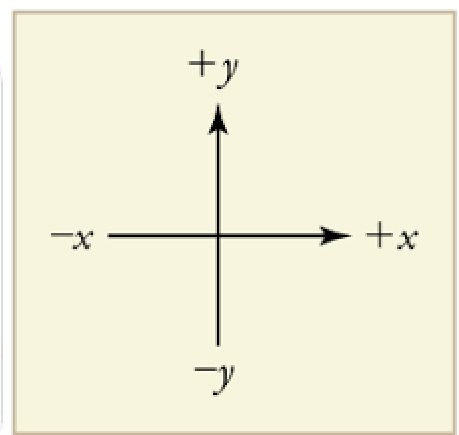
Cos=adjacent/hypotenuse. التجيب=الضلع المجاور للزاوية/الوتر

ندخل إلى الآلة الحاسبة طول الوتر أي 10 سنتمتر .
نضغط زر حساب التجيب (كوساين) .
ندخل قياس الزاوية ، و هي هنا 30 درجة.
$10 \cos 30$
$10 \times \cos 30 = 8.6$
إذاً فإن طول الضلع المجاور يساوي 8.6 سنتمتر.

الطلب الثاني : حساب طول الضلع المقابل.
لدينا طول وتر معلوم 10 سنتمتر و قياس زاوية 30 درجة ، و المطلوب تحديد قياس طول الضلع المقابل و لذلك فإننا نستخدم حساب الجيب (ساين) لأن الجيب يمثل نسبة الضلع المقابل إلى الوتر.
$10 \sin 30^0 = 5$
$10 \times \sin 30^0 = 5$
ندخل طول الوتر 10 سنتمتر
نضغط زر حساب الجيب
ندخل قياس الزاوية 30^o
فنحصل على طول الضلع المقابل للزاوية و هو 5 سنتمتر.

و لكن علينا الانتباه إلى ناحيةٍ هامة و هي أنه عندما يشير المتجه(السهم) إلى الاتجاه السلبي على المتقاطعة فإن علينا أن نعامل طول أضلاعه معاملة الأرقام السلبية.
اتجاهٌ سلبي negative direction





لدينا مثلثٌ قائم الزاوية ضلعه المجاور للزاوية يمثله متجه(سهم) يشير نحو الصفر و يتجه نحو الصفر .
قياس زاويته التي يشكلها التقاء الضلع المجاور للزاوية مع الوتر تبلغ 20 درجة .
طول الوتر 13 سنتمتر .
المطلوب : احسب طولي كلٍ من الضلع المقابل للزاوية و الضلع المجاور للزاوية.
إيجاد طول الضلع المقابل للزاوية:
لدينا وترٌ طوله 13 سنتمتر و زاوية قياسها 20 درجة و ضلعٌ مقابلٌ مجهول .
أي أن لدينا وتر و ضلعٌ مقابل للزاوية أي أن علينا أن نستخدم حساب الجيب (ساين) لأنه يمثل نسبة طول الضلع المقابل للزاوية على طول الوتر.

Sin=opposite/hypotenuse. الجيب=الضلع المقابل للزاوية/الوتر

و لذلك فإننا نحسب طول الضلع المقابل على الآلة الحاسبة على الصورة التالية:
طول الوتر 13 سنتمتر ضرب جيب الزاوية 20 يساوي طول الضلع المقابل للزاوية.
13 sin 20=4.4
13×sin 20=4.4
ندخل طول الوتر أي 13
نضغط زر الجيب (ساين)
ندخل قياس الزاوية أي 20 درجة فنحصل على طول الضلع المقابل للزاوية أي 4.4 سنتمتر.

المطلوب الثاني إيجاد طول الضلع المجاور للزاوية.
لدينا وتر طوله 13 سنتمتر و زاوية يبلغ قياسها 20 درجة و ضلعٌ مجاورٌ للزاوية مجهول الطول فأي النسب المثلثية نستخدم؟
إننا سوف نستخدم نسبة التجيب (كوساين) لأنها نسبة المجاور إلى الوتر.

Cos=adjacent/hypotenuse. التجيب=الضلع المجاور للزاوية/الوتر

تنبيه:
غير أنه يتوجب علينا الانتباه إلى أن المتجه أو السهم الذي يمثل الضلع القائم الثاني أي الضلع المجاور للزاوية يتجه نحو الصفر في مستقيمي الأعداد أي أن اتجاهه معاكسٌ و سلبي و هذا يعني بأن طوله سلبيٌ كذلك.

نحسب طول الضلع المجاور على الصورة التالية:
ناقص -13 اعتبرنا طول الوتر طولاً سلبياً لأن السهم أو المتجه الذي يمثله يتجه إلى الاتجاه المعاكس (نحو الأسفل) أي باتجاه الأعداد السلبية و الصفر .
$-13 \cos 20^0 = -12$
العدد السلبي ناقص 13 تجيب الزاوية 20 درجة يساوي العدد السلبي ناقص 12- .
ندخل طول الوتر بقيمةٍ سلبية -13 .
نضغط زر حساب التجيب cos
ندخل قياس الزاوية و هي هنا تساوي 20 درجة فنحصل على طول الضلع المجاور للزاوية.

و الآن بعد أن تمكنا من حساب أطول المتوجهات(الأسهم) يمكننا أن نقوم بجمع أطوالها مع بعضها البعض في عملية جمعٍ اعتيادية بسيطة ، و لكن علينا الانتباه إلى شارة الأرقام فالمتوجهات أو الأسهم التي تكون متجهةً نحو الأسفل تكون شارتها سلبية ، و على سبيل المثال إذا كان لدينا متجهين (سهمين) ذوي قيمةٍ موجبة أحدهما طوله مثلاً 50 سنتمتر (موجب) و الثاني طوله 25 سنتمتر فإننا و بكل بساطة نكتب:
50+25=75 (قيمة موجبة) موجب+موجب=موجب
إذا كان لدينا متجهين(سهمين) أحدهما يتجه نحو الأسفل (ذو قيمةٍ سلبية) و الثاني يتجه نحو الأعلى (قيمة موجبة) الأول قيمته سلبية -35 مثلاً و الثاني قيمته إيجابية 40 مثلاً فإننا نجمعهما على الصورة التالية:
-35 +40 = 5 (قيمة موجبة)
و إذا كان لدينا متجهين(سهمين) أحدهما قيمته سلبية -50 مثلاً و الثاني قيمته إيجابية 10 مثلاً فإن مجموعهما يساوي :
-50 +10=(-40) قيمة سلبية.
و إذا كان لدينا ثلاثة أو أربعة أو أي عددٍ من المتجهات (الأسهم) فإننا نحسب مجموعهما بالطريقة ذاتها .
لحساب القيم السلبية نضغط زر تبديل الشارة ± قبل أو بعد العدد السلبي حسب نوعية الحاسبة التي نستخدمها.

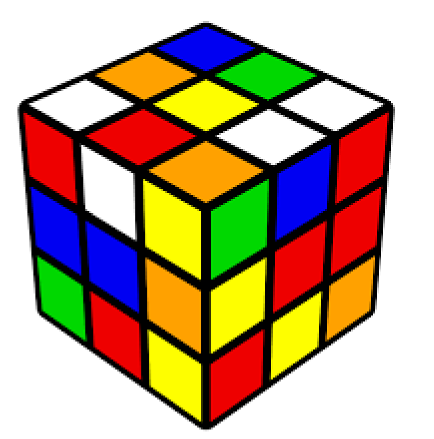
لدينا متجه(سهم) ينطلق من محور الأعداد العمودي و يصيب محور الأعداد الأفقي في نقطةٍ يمنى.
بعد النقطة العلوية الواقعة على محور الأعداد العمودي الذي ينطلق منه هذا المتجه عن نقطة الصفر (نقطة التقاء المحور العمودي مع المحور الأفقي) تساوي 24 سنتمتر.
مسافة ابتعاد النقطة التي يصيب فيها المتجه(السهم) المحور الأفقي عن نقطة الصفر 262 سنتمتر.
المطلوب:
احسب طول هذا المتجه و احسب الزاوية التي يشكلها التقائه مع محور الأعداد الأفقي.
ما يهمنا في الأمر إن هذا المتجه (السهم) يشكل مثلثاً قائم الزاوية ضلعه المقابل للزاوية طوله 24 سنتمتر .
الضلع المقابل للزاوية يقع على مستقيم الأعداد العمودي (ما بين نقطة الصفر و نقطة انطلاق المتجه)
الزاوية تمثل نقطة التقاء المتجه مع الجهة اليمنى من مستقيم الأعداد الفقي.
الضلع المجاور هو بعد نقطة الصفر عن نقطة التقاء المتجه مع مستقيم الأعداد الأفقي و تبلغ 262 .
لحساب طول وتر المثلث القائم نطبق أطروحة فيثاغورث التي تقول :
مربع طول الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربعي ضلعيه الآخرين.
$C^2=262^2+24^2$
$C^2=68644+576=69220$

أي أن مربع طول الوتر يساوي 69220
لحساب طول الوتر فإننا نجري عمليةً معاكسةً لعملية التربيع (الرفع للقوة الثانية) و هذه العملية المعاكسة هي عملية التجذير التربيعي أي إيجاد الجذر التربيعي للرقم 69220.
$263 = \sqrt[2]{69220} = \sqrt{69220}$
أي أن طول وتر هذا المثلث هو 263 سنتمتر.

الآن نقوم بحساب الزاوية المجهولة:
لدينا ضلعٌ مقابل و ضلعٌ مجاور و لذلك فإننا نستخدم حساب الظل :

Tan=opposite/adjacent. الظل=الضلع المقابل للزاوية/المجاور

الظل كما نعلم هي نسبة الضلع المقابل إلى المجاور
نقوم أولاً بحساب نسبة طول الضلع المقابل للزاوية إلى نسبة الضلع المجاور للزاوية:
$262 \div 24 = 0.091$ تقريباً ، و لذلك فإن:
$Tan^{-1}\ 0.093 = 5.4$
أي أن قياس الزاوية يبلغ 5.4 درجة.



لإيجاد قياس الزاوية :
نجد النسبة بين الضلعين موضوع تلك النسبة عن طريق قسمة طوليهما على بعضهما البعض.
نستخدم عكس النسبة المثلثية أي النسب المثلثية المرفوعة للقوة السلبية ناقص واحد -1 .
للتبديل إلى النسب المثلثية المرفوعة للقوة الأولى نستخدم زر التبديل $1st \rightleftarrows 2^{nd} \leftrightarrows$

إذا كان لدينا مثلثٌ قائم الزاوية أضلاعه الثلاثة تمثلها متوجهاتٌ أو أسهم تتجه إلى الجهة العلوية أو اليمنى أي أنها ذات قيمةٍ موجبة .
و إذا كان طول وتر هذا المثلث 10 سنتمتر و كان قياس زاويته 30 درجة .
المطلوب حساب كلٍ من طول الضلع المجاور للزاوية و طول الضلع المقابل للزاوية.
المطلوب الأول: حساب طول الضلع المجاور للزاوية.

لدينا هنا زاوية قياسها 30 درجة و وترٌ طوله 10 سنتمتر و ضلعٌ مجاورً للزاوية مجهول .
نستخدم نسبة التجيب(كوساين) لأنها تمثل نسبة الضلع المجاور للزاوية إلى الوتر و نحسب من خلالها طول الضلع المجاور للزاوية بالصيغة التالية:
10 cos 30=8.6
ندخل طول الوتر أي 10 سنتمتر.
نضغط زر التجيب (كوساين)
ندخل قياس الزاوية المعلومة أي 30 درجة فنحصل على طول الضلع المجاور للزاوية وهو 8.6.

Cos=adjacent/hypotenuse.
التجيب=الضلع المجاور للزاوية/الوتر

الآن نأتي إلى الطلب الثاني و هو حساب طول الضلع المقابل للزاوية 8.6 .
لحساب طول الضلع المقابل للزاوية يتوجب علينا استخدام صيغة تتعلق بالضلع المقابل للزاوية و الوتر وهي صيغة الجيب وهي تمثل نسبة الضلع المقابل إلى الوتر:

Sin=opposite/hypotenuse.
الجيب=الضلع المقابل للزاوية/الوتر

فنقول:
10 sin 30=5

ندخل طول الوتر.
نضغط زر حساب الجيب (ساين)
ندخل قياس الزاوية أي 30 درجة فنحصل على طول الضلع المقابل للزاوية أي 5 سنتمتر.

عندما يشير المتجه (السهم) إلى اتجاهٍ سلبي (نحو الجهة السفلية مثلاً) فلا تنسى أن تعتبر بأن قيمته قيمةٌ سلبية، و عندما تعتبر هذا المتجه(السهم) ضلعاً لمثلثٍ قائم الزاوية و عندما تقوم باستخدام النسب المثلثية فلا تنسى أن تضع شارة السالب - قبله و أن تدخل قيمته إلى الآلة الحاسبة كقيمةٍ سلبية.
فإذا كان لدي متجهين (سهمين) يتجهان نحو الجهة السفلية أحدهما يشكل وتر المثلث و الثاني يشكل الضلع المجاور و كانا يحصران بينهما زاوية قياسها 20 درجة فإنني اعتبر بأن قيمة طول الوتر أي 130 قيمةً سلبية أي -130 .
إيجاد قياس الضلع المجاور للزاوية :
لدي هنا وترٌ معلوم طوله سلبي -130 سنتمتر و زاوية 20 درجة و ضلعٌ مجهول – إذاً فإن لدي هنا وترٌ معلوم -130 وزاوية قياسها 20 درجة و ضلعٌ مجاورٌ مجهول و لذلك فإنني أستخدم حساب التجيب (كوساين):

Cos=adjacent/hypotenuse.
التجيب=الضلع المجاور للزاوية/الوتر

-130 cos 20=(-122)

الرقم السلبي -130 تجيب 20 درجة يساوي ناقص 122-
ندخل القيمة السلبية -130
نضغط زر التجيب Cos.
ندخل قياس الزاوية 20 درجة فنحصل على طول الضلع المجاور أي الرقم السلبي ناقص -122 و هي قيمةٌ سلبية لأن هذا المتجه يتجه نحو الأسفل.

بعد أن نعرف أطوال المتوجهات(الأسهم) باستخدام القيم المثلثية نقوم بجمعها مع بعضها البعض جمعاً اعتيادياً كما نقوم بجمع أي أرقام و لكن ننتبه إلى ضرورة مراعاة شارة القيم السلبية.

مثلثٌ قائم الزاوية طول ضلعه المقابل للزاوية 12 سنتمتر و طول ضلعه المجاور 131 سنتمتر.
المطلوب : حساب طول الوتر و حساب قياس الزاوية المحصورة بين الضلع المجاور و الوتر.
مربع طول الوتر يساوي مربع طول الضلع المقابل زائد مربع طول الضلع المجاور.
طول الضلع المجاور 130 و طول الضلع المقابل 12 .
مربع طول الوتر يساوي 12^2+131^2
$17305=144+17161$
مربع طول الوتر يساوي 17305 و هذا هو مربع طول الوتر و ليس طول الوتر ـلمعرفة طول الوتر أجري عمليةً معاكسة لعملية التربيع وهذه العملية المعاكسة لعملية التربيع (الرفع للقوة الثانية) هي عملية إيجاد الجذر التربيعي للرقم 17305 .
$\sqrt[2]{17305}=\sqrt{17305}=131.5$
أي ان طول وتر هذا المثلث يساوي 131.5 .

حساب قياس الزاوية المحصورة ما بين الضلع المجاور للزاوية و الوتر:
لدي هنا ضلعٌ مقابلٌ للزاوية طوله 12 سنتمتر و ضلعٌ مجاور طوله 131 سنتمتر فأي النسب المثلثية نستخدم؟
إننا نستخدم هنا نسبة الظل لأن الظل يساوي المقابل على المجاور أي 12/131.5 يساوي 0.091 .
$12\div131.5=0.091$
ماذا أفعل بهذه النسبة؟
أقوم بحساب ظل هذه النسبة و كما تعلمون عندما نقوم بحساب قياس الزوايا فإننا نستخدم النسب المثلثية المرفوع للقوة السلبية الأولى -1 أي النسبة المثلثية المعكوسة:
$Tan^{-1}\ 0.091=5.1$
الظل المرفوع للقوة السلبية ناقص واحد -1 ضرب النسبة بين المقابل و المجاور تساوي 5.1
أي أن قياس هذه الزاوية يساوي 5.1 درجة.

مسألة :
تم إطلاق قذيفة من حافة سطح برج يبلغ ارتفاعه 200 متر بسرعةٍ ابتدائية قدرها 80 متر/ثانية بزاوية إطلاقٍ مقدارها 30 درجة فوق الأفق(نحو الأعلى-قيمة موجبة) .
كم يبعد الموقع الذي سوف تسقط فيه تلك القذيفة عن قاعدة المبنى؟

كم سترتفع تلك القذيفة بعد إطلاقها عن مستوى سطح الأرض المحيطة بالبرج الذي أطلقت منه.
كم ستستغرق تلك القذيفة من الزمن حتى تسقط على الأرض بعد إطلاقها.
الإحداثيات:
ارتفاع البرج : 200 متر.
السرعة الابتدائية للقذيفة :80 متر/ثانية.
زاوية الإطلاق: 30 درجة فوق الأفق أي نحو الأعلى(اتجاه موجب+)
المتحه أو السهم الذي يمثل السرعة الابتدائية أي 8 متر في الثانية يشكل وتراً لمثلثٍ وهمي مقدار ميلاننه يعادل زاوية الإطلاق أي 30 درجة .
إن وتر المثلث الوهمي الذي يمثل خط سير القذيفة و الذي يساوي طوله السرعة الابتدائية أي 8 متر في الثانية و الذي تبلغ زاوية ميلانه 30 درجة يقسم مستطيلاً وهمياً إلى مثلثين اثنين قائمي الزاوية و متطابقين.

وتر المثلث الوهمي

زاوية الإطلاق
الضلع المجاور لزاوية الإطلاق كما أنه يمثل المحور الأفقي

عرض هذا المستطيل أو ارتفاعه يمثل المحور العمودي y أما طوله فإنه يمثل المحور الأفقي x .
و في الوقت ذاته فإن ارتفاع هذا المستطيل هو الضلع المقابل للزاوية أما طول المستطيل فإنه يمثل الضلع المجاور للزاوية.



نحسب طول الضلع المجاور للزاوية (زاوية الإطلاق) أي طول المحور الأفقي x الذي يمثل في الوقت عينه طول المستطيل الوهمي .
كيف نحسب طوله؟
لدينا و ترٌ معلومٌ طوله أي أن طوله هو السرعة الابتدائية للقذيفة أي 8 متر في الثانية، كما أن لدينا زاويةٌ قياسها معلوم قدرها 30 درجة و ضلعٌ مجاورٌ للزاوية(زاوية الإطلاق) مجهولٌ طوله فأي النسب المثلثية سوف نستخدم؟
إننا سوف نستخدم نسبة الظل (كوساين) cos لأنها النسبة التي تمثل نسبة الضلع المجاور إلى الوتر فنقول:
$8 \cos 30° = 6.9$
ندخل طول وتر المثلث أي 8 متر .
نضغط زر حساب الظل (كوساين) cos.

ندخل قياس الزاوية أي 30 درجة فنحصل على طول الضلع المجاور أي 6.9 متر.

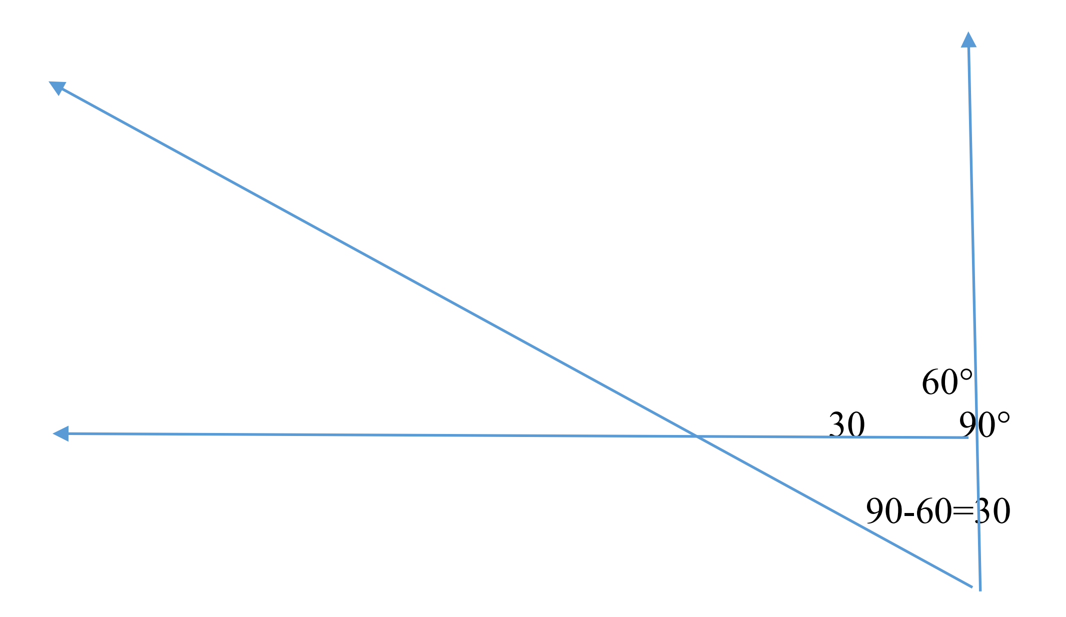


في بعض الآلات الحاسبة يتوجب علينا أن نقوم بهذه العملية بالترتيب التالي:
ندخل قياس الزاوية أي 30 درجة.
نضغط زر حساب الظل (كوساين) cos.
نحصل على ناتج معين هو ظل الزاوية 30 درجة و هذا الناتج نقوم بضربه بطول وتر المثلث أي العدد 8 فنحصل بذلك على طول الضلع المجاور للزاوية أي 6.9 متر.

حساب طول الضلع المقابل لزاوية الإطلاق:
بالطبع فإن الضلع المقابل يساوي ارتفاع المستطيل الوهمي و المحور العمودي Y .
لدينا و تر معلوم الطول (8 متر) و زاوية قياسها معلوم و هي بالطبع زاوية الإطلاق (30 درجة) و لدينا ضلعٌ مجهول هو الضلع المقابل لزاوية الإطلاق فإي النسب المثلثية سوف نستخدم؟
إننا سوف نستخدم نسبة الجيب (ساين) sin لأنها تمثل نسبة الضلع المقابل إلى الوتر فنقول:
$8 \sin 30° = 4$
أي أن طول الضلع المقابل لزاوية الإطلاق يساوي 4.
ندخل طول الوتر أي 8 .
نضغط زر حساب جيب الزاوية(ساين) sin.
ندخل قياس الزاوية أي 30° درجة فنحصل على طول الضلع المقابل لزاوية الإطلاق أي 4 متر.

في بعض الآلات الحاسبة يتوجب القيام بهذه العملية بالصورة التالية:
ندخل قياس الزاوية أي 30 درجة.
نضغط زر الجيب(ساين) sin.
نحصل على الناتج التالي 0.5 .
نضرب هذا الناتج أي 0.5 بطول الوتر أي 8 فنحصل على طول الضلع المقابل لزاوية الإطلاق أي 4 .

و الآن سوف نتأكد من الأرقام التي حصلنا عليها:
ذكرت سابقاً بأن مسار إطلاق القذيفة المائل بزاوية 30 درجة يشكل مثلثين متطابقين وهميين .
إن مسار إطلاق القذيفة أي وتر المثلث القائم الزاوية ينطلق ما بين المحورين المتعامدين مع بعضهما بزلويةٍ قائمة وهما المحور العمودي و المحور الأفقي الذين يشكلان طول و عرض المستطيل و بالطبع فإن قياس تلك الزاوية يبلغ 90 درجة و بما أن زاوية الإطلاق مقدارها 30 درجة فذلك يعني بأن الزاوية الثانية يجب أن يكون قياسها 60 درجة:
$30+60=90°$



كيف أحسب الزاوية الثانية استخدام طريقة النسب المثلثية و أنا أعرف مسبقاً بأن قياسها يجبأن يكون 90 درجة؟
لدي هنا ارتفاع المستطيل الوهمي أي الضلع المقابل في المثلث الوهمي الثاني و الذي يبلغ طوله 4 متر ، ولدي طول المستطيل الذي يمثل كذلك الضلع المجاور لزاوية الإطلاق و يبلغ طوله 6.9 متر كما قمنا بحسابه سابقاً .
لحساب الزاوية أحسب النسبة ما بين طول الضلع المقابل للزاوية أي 6.9 و الضلع المجاور للزاوية أي 4 :

$6.9 \div 4 = 1.725$

لدي هنا نسبة الضلع المقابل إلى الضلع المجاور و لذلك و لمعرفة الزاوية فإنني أستخدم نسبة الظل المعكوسة أي الظل tan المرفوع إلى القوة السلبية ناقص واحد $\tan^{-1}$ حيث أقوم بضربها بالنسبة ما بين الضلع المقابل للزاوية و الضلع المجاور أي 1.725 :

$\mathrm{Tan}^{-1} \times 1.725 = 59.9$

أي تقريباً 60 درجة أي أن العملية التي قمنا بها سابقاً صحيحة.

نتخيل بأن مستقيم الأعداد الأفقي يتطابق مع سطح المبنى الأفقي و نتخيل وجود مستقيم أعدادٍ عمودي يتقاطع مع مستقيم الأعداد الأفقي عند نقطة الصفر.
زاوية إطلاق القذيفة مقدارها 30 درجة و هي تقع ما بين مستقيم الأعداد الأفقي و مستقيم الأعداد العمودي.

السرعة الابتدائية 8 متر/ثانية و يمثلها متوجه(سهم) يشكل زاوية قدرها 30 درجة (زاوية إطلاقٍ موجبة متجهة نحو الأعلى) ما بين المستقيم الأفقي X الذي يمثله سطح المبنى و المستقيم العمودي Y المتعامد معه.

بعد إطلاق القذيفة بمدةٍ من الزمن فإن سرعتها لابد أن تصل إلى الصفر و ذلك بعد أن تضعف سرعة اندفاعها ↑و تتساوى مع الجاذبية الأرضية ↓ و عندها فإن القذيفة سوف تتوقف لبرهةٍ في الجو من ثم فإنها سوف تبدأ بالسقوط التدريجي نحو الأرض في اتجاهٍ منحني.

الآن أصبح لدينا مثلثٌ وهمي قائم الزاوية :

وتر المثلث هو المتجه أو السهم الذي يمثل السرعة الابتدائية للقذيفة أي 8 متر/ثانية ↖ .

الضلع المجاور للزاوية و يمثله متجه أو سهمٌ افقي متطابقٌ مع سطح المبنى←.

يشكل وتر المثلث (مسار أطلاق القذيفة) ↖ مع الضلع المجاور المتطابق مع سطح المبنى زاويةً حادة قدرها 30 درجة وهي زاوية إطلاق القذيفة.

ارتفاع المبنى عن الأرض 20 متر.

ΔX الإزاحة : تمثل المسافة الأفقية ما بين النقطة التي بدأت فيها القذيفة تفقد قوتها الدافعة (أو النقطة التي بدأت فيها قوتها الدافعةA تتساوى مع الجاذبية الأرضية) و النقطة التي سقطت فيها B

B--A

نبدأ أولاً بحساب طول الضلع المجاور للزاوية (زاوية الإطلاق) و هو الضلع المتطابق مع سطح البرج و هذا الضلع يمثل المسافة الأفقية ما بين نقطة إطلاق القذيفة و نقطة سقوطها .

B--A

يمثل الضلع المجاور للزاوية هنا قاعدة المثلث.

أصبح لدينا زاوية إطلاق 30 درجة و وتر (مسار انطلاق القذيفة) و ضلعٌ مجاور (قاعدة المثلث الأفقية) و لذلك فإننا سوف نستخدم نسبة التجيب (كوساين) لأنها تمثل نسبة الضلع المجاور للزاوية إلى الوتر :

Cos=adjacent/hypotenuse.
التجيب=الضلع المجاور للزاوية/الوتر

$8 \cos 30^0 = 6.9$

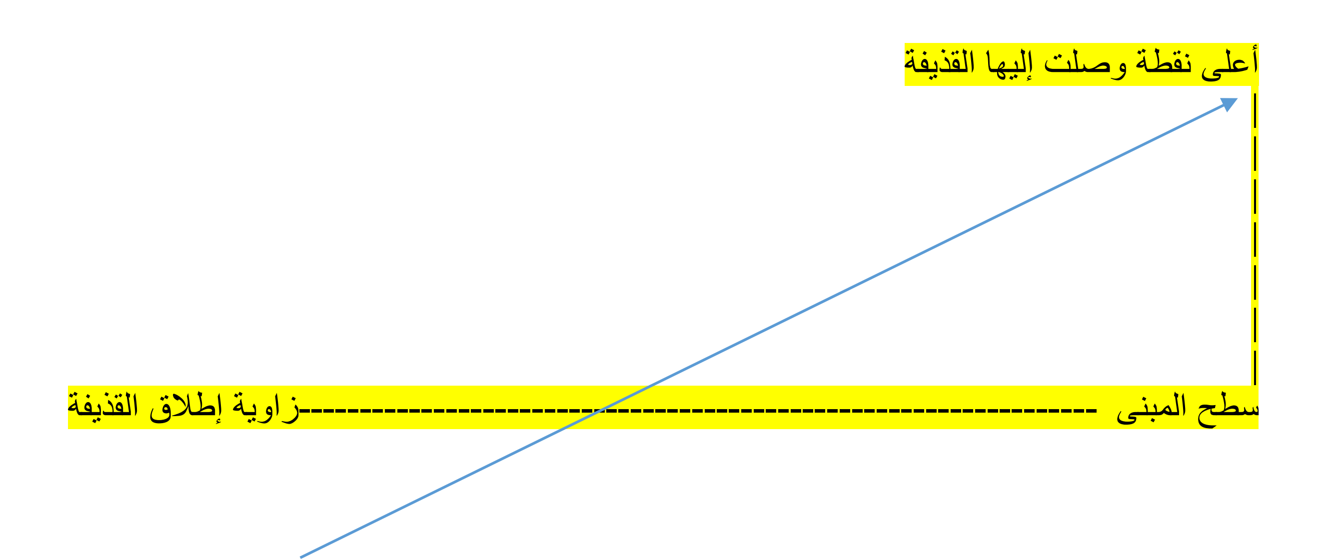
طول الوتر (السرعة الابتدائية 8 متر/ثانية) تجيب 30 درجة يساوي 6.9 و هو طول الضلع المجاور لزاوية الإطلاق و هذا الضلع المجاور يمثل المسافة الأفقية المستقيمة ما بين نقطة إطلاق القذيفة و نقطة بدء سقوطها.

نقطة الإطلاق ---نقطة بدء سقوط القذيفة

الضلع المقابل لزاوية الإطلاق في المثلث الوهمي يمثل المسافة العمودية ما بين سطح المبنى و بين أعلى نقطة وصلت إليها القذيفة بعد إطلاقها.

أعلى نقطة وصلت إليها القذيفة
[
[
[
[
[
[
[
سطح المبنى ---زاوية إطلاق القذيفة

كيف نحسب طول الضلع المقابل للزاوية(زاوية إطلاق القذيفة) ؟
لدينا زاوية (زاوية الإطلاق) قياسها 30 درجة و وتر 8 متر (السرعة الابتدائية للقذيفة) ، و هذا الوتر يمثل المسافة المستقيمة المائلة ما بين نقطة إطلاق القذيفة و أعلى نقطة وصلت إليها القذيفة بعد إطلاقها.



إذاً لمعرفة طول الضلع المقابل للزاوية فإننا نستخدم نسبة الجيب لأنها تمثل نسبة الضلع المقابل إلى الوتر.

Sin=opposite/hypotenuse. الجيب=الضلع المقابل للزاوية/الوتر

فنقول:

$8\times\sin 30 = 40$

ندخل طول الوتر إلى الآلة الحاسبة 8 متر (متجه أو سهم السرعة الابتدائية)

نضغط زر حساب الجيب.

ندخل قياس زاوية الإطلاق 30 درجة فنحصل على طول الضلع المقابل أي 4 متر.

إذاً فإن المسافة العمودية ما بين سطح المبنى و أعلى نقطة وصلت إليها القذيفة تبلغ 4 متر .

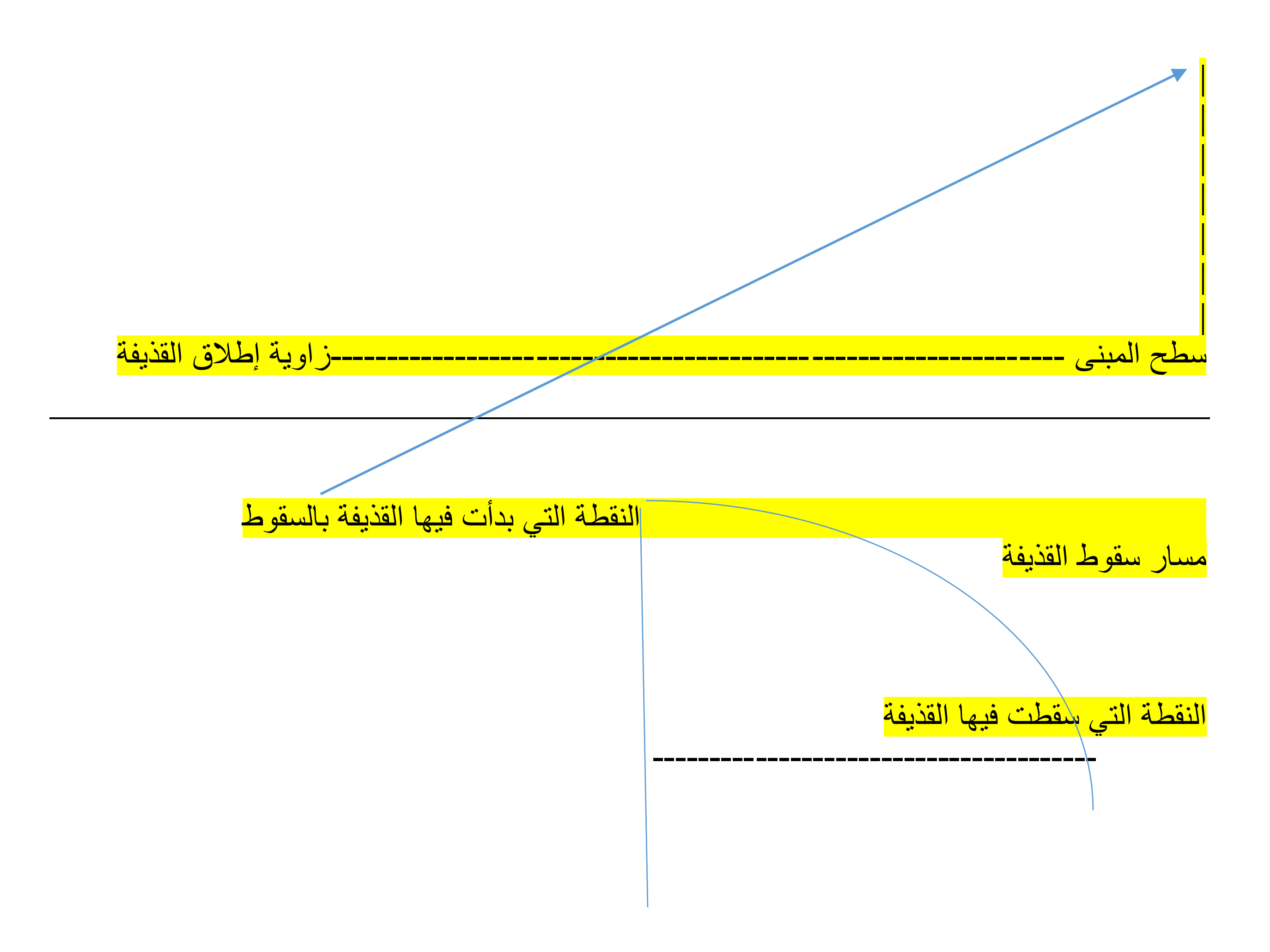
و بما أن ارتفاع هذا البرج عن سطح الأرض المحيطة به يبلغ 20 متر فإن المسافة العمودية بين أعلى نقطة وصلت إليها القذيفة و بين سطح الأرض تساوي:

20+4=24m

ΔX الازاحة: تمثل الازاحة المسافة الأفقية ما بن النقطة التي بدأت فيها القذيفة بالسقوط و بين النقطة التي سقطت فيها القذيفة على الأرض.

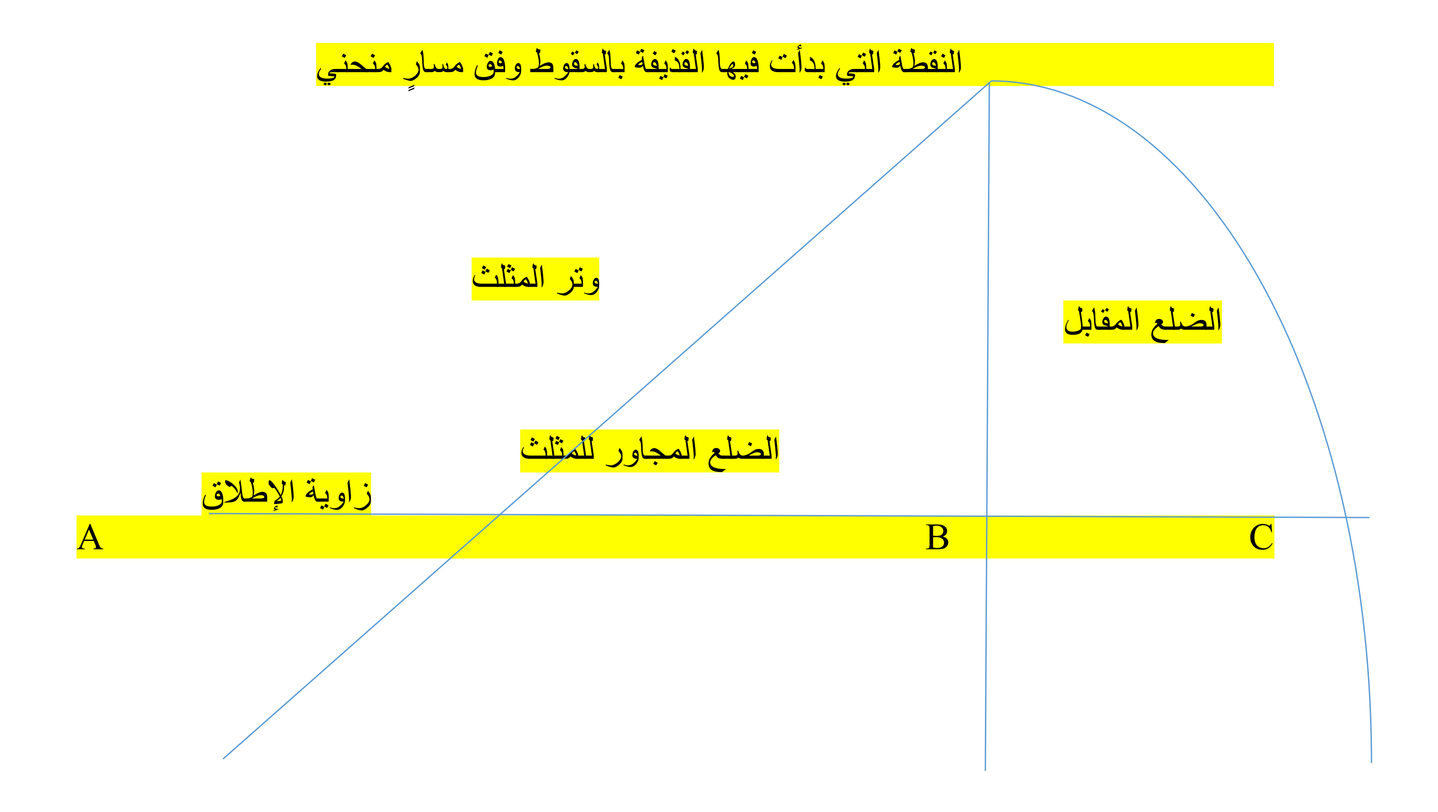
النقطة التي بدأت فيها القذيفة بالسقوط هي النقطة التي تساوت فيها سرعة اندفاع القذيفة نحو الأعلى مع تسارع السقوط نحو الأسفل بتأثير الجاذبية الأرضية أي 9.8 متر في الثانية .

إن مسار السقوط الحر يكون مساراً منحنياً و ليس مساراً مستقيماً كما هي حال مسار الإطلاق.



الازاحة ΔX =المسافة الأفقية ما بين النقطة التي بدأت فيها القذيفة بالسقوط و بين النقطة التي سقطت فيها القذيفة على الرض.

المسافة الأفقية الكلية التي قطعتها القذيفة تساوي طول الضلع المجاور لزاوية الإطلاق في المثلث الوهمي أي البعد الأفقي بين نقطة إطلاق القذيفة و النقطة التي بدأت فيها القذيفة بالسقوط زائد بعد النقطة التي سقطت فيها القذيفة على الأرض عن النقطة التي بدأت فيها القذيفة بالسقوط.
أي أن طول الضلع المجاور يشكل جزءاً فقط من المسافة الكلية التي قطعتها القذيفة.
المسافة الكلية التي قطعتها القذيفة=طول الضلع المجاور+المسافة ما بين النقطة التي بدأت فيها القذيفة بالسقوط و النقطة التي ارتطمت فيها القذيفة بالأرض.



الآن نستحضر معادلتي السرعة و التسارع :

$V=V_0+at$ السرعة V تساوي السرعة الابتدائية V_0 زائد التسارع a ضرب الزمن t.

V_x سرعة المتجه X أي سرعة المتجه أو السهم المتطابق مع المستقيم الأفقي X و هو يمثل الضلع المجاور لزاوية الإطلاق التي يبلغ مقدارها 30 درجة و الذي قمنا سابقاً بحساب طوله و تبين لنا بأنه يبلغ 6.9

$V_X=6.9+(0)t=6.9$

الآن ننتقل إلى معادلة السرعة و التسارع الثانية:

$\Delta X=V_0t+½at^2$ ΔX = الازاحة أي مقدار الحركة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½

ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.
$\Delta X=V_0t+½at^2$

$\Delta X=6.9 (t)+½(0)t^2=6.9t$

a التسارع يساوي الصفر
t الزمن (مجهول)؟
ΔX الازاحة أي المسافة المقطوعة وهي مجهولة؟
لدينا هنا إزاحة أفقية ΔX أي مسافة تحرك أفقية← و إزاحة عمودية ΔY أي مسافة تحرك عمودية ↑

$\Delta Y=20m$
الازاحة العمودية- مسافة التحرك العمودية و هي المسافة ما بين أعلى نقطة في البرح و سطح الأرض أي 20 متر و لكنها قيمةٌ سلبيةٌ هنا أي -20 متر لأنها تدل على حركة القذيفة نحو الأسفل.↓
VY سرعة المتجه العمودي Y :

$\Delta X=V_0t+½at^2$
ΔX = الازاحة أي مقدار الحركة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

$\Delta X=4 (t)+½(-9.8)t^2$
Δ X الازاحة الأفقية أي المسافة الأفقية المقطوعة ↓ تساوي المسافة ما بين سطح البرج و أعلى نقطة وصلت إليها القذيفة بعد إطلاقها نحو الأعلى و هي 4 متر ضرب الزمن t (مجهول) زائد ½ ضرب تسارع السقوط وهي قيمةٌ سلبية -9.8 ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية .
و بذلك تصبح لدينا معادلة تربيعية مجهولها t^2 أي الزمن مرفوعٌ للقوة الثانية.

$-20=4 (t)+½(-9.8)t^2$

المعادلة التربيعية هي معادلةٌ يكون مجهولها مرفوعٌ للقوة الثانية صيغتها :
$ax^2+bx+c=0$
و كما تعلمون فإن مجهول معادلة السرعة و التسارع أي الزمن **t^2** مرفوعٌ للقوة الثانية **أي** أن بإمكاننا أن نستخدم المعادلة التربيعية في حل معادلة السرعة و التسارع الثانية.
نقوم بتحويل معادلة السرعة و التسارع الثانية التي توصلنا لها أي
$-20=4 (t)+½(-9.8)t^2$
إلى معادلة تربيعية فنحصل على المعادلة التربيعية التالية :
$(-4.9)t^2-4 (t)-20=0$
لماذا تحولت عملية الجمع في المعادلة التربيعية الأصلية $ax^2+bx+c=0$ إلى عمليتي طرح؟
لأن الرقم (-20) يمثل قيمةً سلبية .
ماذا يمثل الحرف x في المعادلة التربيعية؟
إنه يمثل مجهول المعادلة و هو الزمن t.
ما الذي يمثله x^2 المرفوع للقوة الثانية في المعادلة التربيعية؟

إنه يمثل المجهول ذاته مرفوعاً للقوة الثانية أي أنه يمثل هنا الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.
ax^2 تعني $a\times x^2$ أي aضربx^2
bxتعنيb×x أي b ضربx أي السرعة الابتدائية ضرب المجهول(الزمن)
c تعني ارتفاع المبنى أي 20- (قيمة سلبية)
b تعني البعد بين سطح المبنى و أعلى نقطة وصلت إليها القذيفة أي4 متر/ثانية.
aتعني تسارع السقوط 9.8- و لكن بعد أن ضربناه بالكسر ½ فأصبح (4.9-) .
و بذلك تصبح لدينا معادلة تربيعية جاهزة للحل.
$ax^2+bx+c=0$
$4.9t^2+4\ (t)-20=0$

و لكن كيف نحل المعادلة التربيعية؟
إننا نستخدم في حل المعادلات التربيعية صيغةً ثابتة و هي الصيغة :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$ax^2+bx+c=0$
$4.9t^2+4\ (t)-20=0$

إننا سوف نحصل على المعادلة التربيعية التالية :

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(-4.9)(-20)}}{2(-4.9)}$$

لدينا عدة مشكلات تتعلق بالمعادلة التربيعية السابقة تستدعي منكم التفكير و إعمال العقل :
المشكلة الأولى تتمثل في ضرورة أن يكون المطلوب الجذري (الراديكاند) أي ناتج العمليات الرياضية التي تقع تحت شارة الجذر ذو قيمةٍ موجبة حتماً لأنه لا يوجد جذرٌ تربيعي لقيمةٍ سلبية حيث ترفض الآلة الحاسبة إيجاد الجذر التربيعي لأي قيمةٍ سلبية بينما الناتج الذي توصلت إليه كان قيمةً سلبية هي (712-)
و إذا ما تجاهلنا شارته السلبية و قمنا بتجذيره كرقمٍ موجب 712 تجذيراً تربيعياً:
$\sqrt{712}=26.7$
26.683281282526674249788725450 17
أي أن الجذر التربيعي للرقم 712 يساوي 26.7
الآن أجمع العدد السلبي -4 مع 26.7 :
$(-4)+26.7=22.7$
ثم أقسم الناتج على 9.8 و هي ناتج ضرب العدد 2 بالقيمة السلبية -4.9
فأحصل على القيمة السلبية (2.3-)
و كما تعلمون فإننا نختبر صحة الناتج بالصيغة التربيعية :
$ax^2+bx+c=0$
حيث يتوجب علي استبدال مجهول الصيغة التربيعية x بالنتيجة التي توصلت إليها باستخدام المعادلة التربيعية أي القيمة السلبية (2.3-) فأكتشف بأن النتيجة التي توصلت إليها قريبةً نوعاً من النتيجة الصحيحة و لكنها ليست النتيجة الصحيحة يجب أن تكون القيمة الموجبة 2.5 و ليس القيمة السلبية -2.3

فإذا استبدلت مجهول الصيغة التربيعية x بالرقم 2.5 ، أي إذا استبدلت المجهول t أي الزمن بالرقم 2.5 كان الناتج صحيحاً :

$4.9t^2+4\ (t)-20=0$

$4.9\times2.5^2+4\times(2.5)-20=0$

$20-20=0$

نحن بانتظار تصويباتكم لهذه المعضلة ....

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$ax^2+bx+c=0$

$4.9t^2+4\ (t)-20=0$

أين وقع الخلل برأيكم؟

مسألة

طائرة تتجه نحو الأعلى بتسارع 30 متر/ثانية و هنالك حبلٌ مربوطٌ بالطائرة و معلقٌ به وزنٌ قدره 20 كيلو غرام.

المطلوب: حساب توتر الحبل.

تحليل المسـألة:

اتجاه تسارع الطائرة نحو الأعلى ↑.
اتجاه توتر الحبل نحو الأعلى ↑.
اتجاه الوزن المعلق بالحبل نحو الأسفل ↓.
الوزن =كتلة الجسم × التسارع الذي تحدثه الجاذبية g و مقداره 9.8 .
التوتر أو الشدة T =الكتلة وهي هنا 20 كيلو غرام × التسارع و هو هنا 30 متر/ثانية+الكتلة (20 كيلو غرام) × التسارع بتأثير الجاذبية الأرضية ↓ g و مقداره 9.8 متر/ثانية.
لاحظ كيف أن النتيجة في كلتا الحالتين واحدة:

$20\times30+20\times9.8=796N$

$20(30+9.8)=796N$

Nنيوتن
796N نيوتن هي مقدار توتر الحبل.

الآن تغير الطائرة اتجاهها فتتسارع منقضةً نحو الأسفل ↓ بتسارعٍ قدره 30 متر/ثانية وهي تسحب حبلاً معلقٌ فيه ثقلٌ مقداره 20 كيلو غرام.
المطلوب: احسب توتر الحبل.
في حال تخفيض السرعة أثناء الصعود فذلك يعني بأن التسارع هابط.
اتجاه القوى ما زال على حاله لأن الثقل يتجه دائماً نحو الأسفل ↓.
إن الجزء الوحيد الذي يختلف عن المسألة السابقة هو مقدار التسارع a.
الوزن الآن ذو اتجاهٍ موجب + بينما اتجاه توتر الحبل سلبي - .
الكتلة m ضرب التسارع بتأثير الجاذبية g 9.8 ناقص التوتر T يساوي الكتلة ضرب التسارع .
التوتر T (المطلوب المجهول) تساوي الكتلة m(20 كيلو غرام وهي وزن الثقل المعلق بالحبل) ضرب التسارع بفعل الجاذبية 9.8 g ناقص الكتلة 20 كيلو غرام × التسارع ، و هي تساوي الكتلة ضرب التسارع الذي تحدثه الجاذبية 9.8 ناقص التسارع .
التوتر $=20 \times9.8 -20 \times30 =20 \times9.8 -30 =-404$ نيوتن.

إن وجود علامة المساواة بين عمليتين تعني بأن كلا الرقمين الذين نحصل عليهما قبل و بعد شارة المساواة = يجب أن يكونا متماثلين و إلا فإن العملية خاطئة.

مسألة:
ثقلين معلقين ببكرة أحدهما يعادل أربعة أمثال الثاني –أحسب تسارع هذين الثقلين.
إذا كانت كتلة الثقل الأول تساوي m فإن كتلة الثقب الثاني تساوي 4m لأن كتلة(وزن)الثقل الثاني تعادل أربعة أمثال كتلة الثقل الأول .
فإذا كان الثقل الأيسر m فإن الثقل الأيمن يعادل 4 m .
حساب مجموع القوى Σf

$\Sigma F=ma-mg+T=ma$

Σf مجموع القوى يساوي الكتلة m ضرب التسارع a ناقص الكتلة m ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g أي 9.8 زائد التوتر T تساوي الكتلة m ضرب التسارع a.

يجب أن يكون الرقمين على طرفي شارة المساواة متساويين إذا كانت العملية غير خاطئة.

تحليل المسألة:
ثقلين معلقين على بكرة .
الثقل الأيمن يساوي أربعة أضعاف الثقل الأيسر و لذلك فقد سمينا الثقل الأيسر m و سمينا الثقل الأيمن 4m.
و الذي سيحدث أن الثقل الأيمن سينزل نحو الأسفل و سيجذب الثقل الأيسر نحو الأعلى – إذاً فإن تسارع a الثقل الأيمن (الأثقل) يكون باتجاه الأسفل a↓ بينما سيكون تسارع الثقل الأيسر (الأقل كتلةً) نحو الأعلى a↑ .
بالنسبة لكلٍ من هذين الثقلين فإن ضغط الوزن سيكون نحو الأسفل ↓ و سيكون 4mg بالنسبة للثقل الأيمن و 1mg بالنسبة للثقل الأيسر حيث m هي الكتلة و g تمثل التسارع بفعل الجاذبية الأرضية أي 9.8 متر/ثانية.
توتر T كلا الحبلين الذين يتدلى منهما الثقلين يكون متجهاً نحو الأعلى ↑ :
اتجاه توتر الحبل المعلق به الثقل الأول T↑
اتجاه توتر الحبل المعلق به الثقل الثاني T↑.

التوتر T يساوي الكتلة m ضرب التسارع a +الكتلة m ضرب التسارع الناتج عن تأثير الجاذبية الأرضية g وهو يساوي 9.8 متر /ثانية.
$$(4m)g-(ma+mg)=(4m)a$$
4 ضرب الكتلة m (أياً تكن) ضرب التسارع بفعل الجاذبية الأرضية g وهو يعادل 9.8 ناقص الكتلة m ضرب التسارع a زائد الكتلة m ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية الأرضية g أي 9.8 متر/ثانية يساوي 4 أضعاف الكتلة m ضرب التسارع a.
$$4mg-ma-mg=4ma$$
4 ضرب الكتلة ضرب تسارع السقوط 9.8 ناقص الكتلة ضرب التسارع ناقص الكتلة ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية 9.8 يساوي 4 ضرب الكتلة ضرب التسارع.

إذا كانت لدينا عدة قوى تؤثر في نقطةٍ ما فيمكن تمثيلها على شكل متجهات(أسهم) متعامدة مع السطح الذي تؤثر فيه بالإضافة إلى متوجه(سهم) موازي يمثل الاحتكاك.

إذا دعونا μ بمعامل الاحتكاك coefficient of friction فإن قوة الاحتكاك تقسيم القوة الطبيعية(مجموع القوى المؤثرة) يجب أن تكون أصغر أو تساوي معامل الاحتكاك.

مسألة :
مجموعة من كلاب الأسكيمو تجر ثلاثة زحافات مربوطة ببعضها البعض بحبل .
وزن الزحافة الأولى 30 كيلو غرام –وزن الزحافة الثانية 100 كيلو غرام و وزن الزحافة الثالثة 100 كيلوغرام.
تم جر هذه الزحافات على سطحٍ أفقي – عامل الاحتكاك بين جميع الزحافات و الأرض هو 4 .
تم سحب الزحافة الأولى بقوةٍ أفقيةٍ مقدارها 1500 نيوتن.
المطلوب:

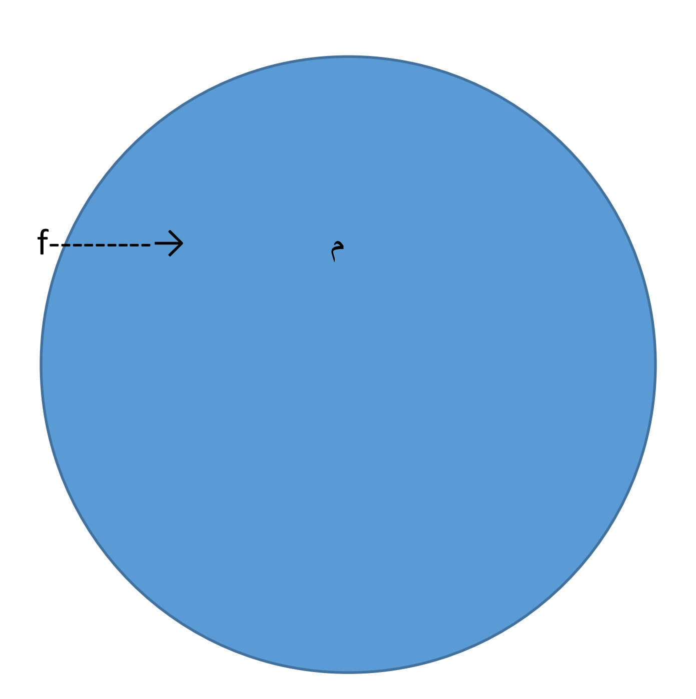
احسب تسارع مجموعة الزحافات و توتر الحبل في كل مقطع.
تصور المسألة:
قوة الشد الواقعة على أول زحافة 1500 نيوتن و هي قوة شدٍ أفقية ليست سفلية ولا عمودية، أي أن الكلاب تسحب الزحافة بشكلٍ أفقي.
الشدة الواقعة على الجزء الأول من الحبل T1.
الشدة الواقعة على الجزء الثاني من الحبلT 2.
الشدة الواقعة على الجزء الثالث من الحبلT 3.
القوة المؤثرة على الزحافة الأولى F1
القوة المؤثرة على الزحافة الثانية F2
القوة المؤثرة على الزحافة الثالثة F3
إن كل زحافة تضغط نحو الأسفل (بفعل وزنها) و بفعل قوة الجاذبية الأرضية حيث تضغط الزحافة الأولى نحو الأسفل ↓ بقوة 30g و الزحافة الثانية تضغط نحو الأسفل ↓ بقوة 100g بينما تضغط الزحافة الثالثة نحو الأسفل ↓بقوة 100g .
حيث g تساوي 9.8 و هي تمثل تسارع السقوط بتأثير الجاذبية.
جهة التسارع → a هي الجهة التي تجر إليها الكلاب الزحافات.
مجموع القوى f Σ يساوي الكتلة m ضرب التسارع a.

$$ma = \Sigma f$$

$$m \times a = \Sigma f$$

عامل الاحتكاك μ يساوي قوة الاحتكاك/القوة الطبيعية .
مجموع القوى يساوي الكتلة ضرب التسارع.
الوزن يساوي الوزن ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية أي 9.8 .

الجسم الذي يتحرك بشكلٍ دائري أي الجسم الذي يرسم دائرة في حركته يعني بأن تسارعه يكون متجهاً نحو المركز .
في مسائل التسارع دائماً نرسم محوراً موجباً في اتجاه تسارع الجسم.
حتى يدور جسمٌ ما في دائرة فيجب أن يشير الاحتكاك إلى مركز الدائرة.



مسألة دولاب مدينة الملاهي

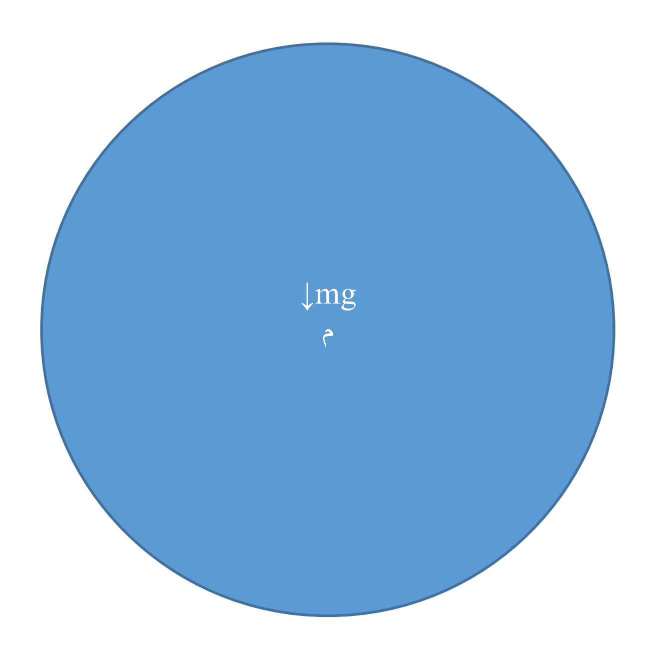


القوة الطبيعية n تساوي الكتلة m ضرب عامل الجاذبية g وهو يساوي 9.8 .

$n=mg$

إذا تم إلقاء ركاب دولاب مدينة الملاهي أو إذا كانوا على وشك أن يلقى بهم فهذا يعني بأن القوة الطبيعية n الواقعة عليهم تساوي الصفر.

اتجاه القوة الطبيعية n↑



أرجوحة دائرية في مدينة ملاهي نصف قطرها 10 أمتار .
المطلوب: ما هي أعلى سرعة دوران يمكن أن تصل إليها دون أن تلقي الأشخاص الذين يصلون إلى أعلى نقطةٍ فيها من مقاعدهم؟

مجموع القوى Σ f يساوي الكتلة m ضرب التسارع a.
ma = Σ f
m×a = Σ f

إن الشخص عندما يصل أثناء دوران دولاب مدينة الملاهي إلى أعلى نقطة يكون خاضعاً لمؤثرين اثنين :
قوةٌ نابذة نحو الخارج و الأعلى و يمثلها سهمٌ يتجه نحو الخارج و هذه القوة تمثل القوة الطبيعية n↑ ↑
أما المؤثر الثاني فهو قوةٌ جاذبة تتجه نحو مركز الدائرة أي مركز دولاب مدينة الملاهي و نرمز له بسهمٍ يتجه نحو مركز الدائرة أو مركز دولاب الملاهي و ترمز له بسهمٍ يتجه من أعلى نقطةٍ في الدائرة إلى مركزها ↓.

أعلى نقطة في الدائرة تمثل المقعد الذي يصل إلى أعلى نقطة في دولاب مدينة الملاهي.
متجه أو سهم القوة الجاذبة الذي يتجه من أعلى نقطةٍ في الدائرة إلى مركزها يساوي حاصل ضرب الكتلة Mفي تسارع السقوط بتأثير الجاذبية g و الذي يساوي 9.8 متر/ثانية.

$$-n+mg=ma=mv^2/r=mv^2/10$$

القوة الطبيعية السلبية (النابذة) n- زائد mg أي الكتلة ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية 9.8 تساوي الكتلة m ضرب التسارع a و تساوي الكتلة m ضرب السرعة مرفوعةً للقوة الثانية v^2 مقسومةً على نصف قطر الدائرة r و هو هنا يساوي 10 أمتار.

ملاحظة قد تساعدنا ي التقليل من عدد مجاهيل المسألة :
في حال ما إذا تم إلقاء الأشخاص من دولاب مدينة الملاهي أو في حال ما إذا كانوا على وشك أن يتم إلقائهم فإن ذلك يعني بأن القوة الطبيعية n الواقعة عليهم تساوي الصفر.
القوة الطبيعية هي القوة النابذة التي تدفع الشخص الذي يركب دولاب الملاهي نحو الأعلى ، و هي القوة المعاكسة لقوة الجاذبية التي تجذب نحو مركز الدولاب و التي تساوي الكتلة ضرب ثابت تسارع السقوط بتأثير الجاذبية أي 9.8 متر/ثانية.
إذاً أصبح بمقدورنا أن نستبدل القوة الطبيعية السلبية n- بالصفر 0 :

$$-0+mg=mv^2/10$$



إذا كانت لدينا معادلة تتألف من عمليتين رياضيتين أو أكثر ، أي إذا كانت لدينا شارة مساواة = تفصل ما بين عمليتين رياضيتين اثنتين أو أكثر تحويان عنصراً مكرراً مجهولاً أو معلوماً فإن بإمكاننا أن نحذف ذلك العنصر المتكرر حتى نتمكن من اكتشاف قيمته إن كان مجهولاً أو حتى نتمكن من معرفة قيمة العنصر الآخر المجهول.

$$A\times B=A\times C/D$$

لدينا في المثال السابق عمليتين متعادلتين تفصل بينهما شارة مساواة = و لدينا عنصرٌ مكرر و هو العنصر A ، إذاً يمكننا أن نحذف هذا العنصر المتكرر لتصبح معادلتنا على الصورة التالية :

$$B= C/D$$

مثالٌ توضيحي رقمي:

$$2\times 4=2\times 80/20$$

لدينا معادلة تحوي عدة عمليات رياضية تفصل بينها شارة مساواة = ، و لدينا عنصرٌ متكرر و هو العدد 2 و لذلك يمكننا أن نحذف العدد المكرر 2 لتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$$4=80/20$$

تذكروا جيداً هذه الطريقة لأنها ستساعدكم كثيراً عندما تضيق بكم السبل في حل المسائل التي تحوي عناصر متكررة في عمليات متعادلة .

و إذا عدنا لمسألتنا السابقة وبعد أن قمنا باستبدال القوة الطبيعية السلبية n– بالصفر أصبحت لدينا المعادلة التالية:

$$-0+mg=mv^2/10$$

كما ترون فقد أصبحت لدينا معادلة تتألف من عدة عمليات متعادلة لأنه تفصل بينها شارة مساواة =

نسقط الصفر و نتخلص منه لأنه أي الصفر عنصرٌ محايد بالنسبة لعملية الجمع أي أنه لا يغير من نتيجة عملية الجمع فتصبح المعادلة على الصورة التالية:

$mg=mv^2/10$

كما ترون فإن لدي معادلة تتألف من عدة عملياتٍ رياضية متعادلة لأنه تفصل بينها شارة مساواة،كما أن لدي عنصرٌ مكرر وهو العنصر m و لذلك فإن بإمكاني أن أحذف هذا العنصر المكرر و أن أتتجاهله و أتصرف كأنه لا وجود له فأقول:

$g=v^2/10$

الآن و كما تعلمون فإن g هو تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية وهو قيمةٌ ثابتة على سطح الأرض تبلغ 9.8 متر/ثانية.

أما الرقم 10 فإنه يمثل نصف قطر دولاب مدينة الملاهي فتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$9.8=v^2/10$

أصبحت لدي عملية قسمة تحوي مجهولاً v^2و لمعرفة قيمة مجهول عملية القسمة فإي أجري عملية معاكسة لعملية القسمة أي أنني أجري عملية ضرب ما بين الطرفين المعلومين .

أي أن v^2 تساوي 10 ×9.8 أي أن v^2 تساوي 98.

غير أن 98 يمثل مربع السرعة v^2 أي v×v و ليس السرعة v و لذلك و حتى نجد السرعة فإننا نجري عمليةٌ معاكسة لعملية التربيع (الرفع للقوة الثانية) و هذه العملية المعاكسة لعملية التربيع ليست إلا عملية التجذير التربيعي أي إيجاد الجذر التربيعي للرقم 98 وهو يساوي تقريباً 9.9 .

$9.9=\sqrt[2]{98}=\sqrt{98}$

الآن و كما تذكرون فإن المسألة تقول : ما هو أعلى تردد أو ما هو أكبر عددٍ من الدورات في الثانية الواحدة يمكن لدولاب مدينة الملاهي أن يدوره دون أن يلقي بالركاب.

التردد f يساوي السرعة v تقسيم المسافة :

$F=v/(2\,\pi\, r)$

$f=9.9\backslash 2\times\pi\times 10$

$2\times\pi\times 10=26.8$

$9.9/26.8=0.15$

f=التردد وهو مجهول.

V=السرعة و قد قمنا بحسابها سابقاً وهي تساوي 9.9 .

π الثابت باي وهو يساوي 3.14 تقريباً.

radius= r=نصف قطر الدائرة أو نصف قطر دولاب مدينة الملاهي و يبلغ هنا 10 أمتار.

إذاً فإن أكبر عددٍ من الدورات أو أقصى عدد دورات يمكن الوصول إليه دون أن يلقي دولاب مدينة الملاهي ركابه هو 0.15 دورة في الثانية الواحدة.

قمنا أولاً بحساب القيمة الموجودة بين القوسين $(2\,\pi\, r)$ وذلك بتنفيذ العمليات الرياضية المعلقة : $(2\times3.14\times10)$ ثم قمنا بقسمة السرعة أي 9.9 على الناتج و ليس العكس :

$2\times\pi\times 10=62.8$

$9.9/62.8=0.15$

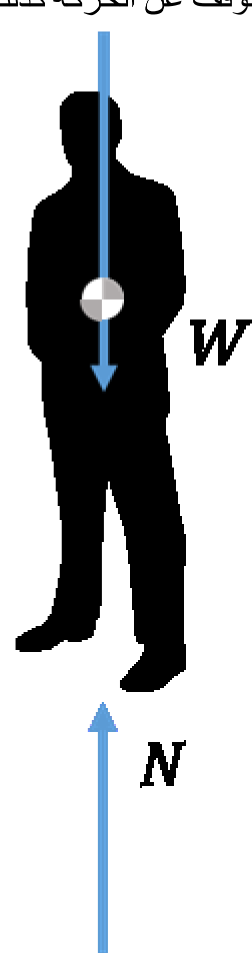
$9.9\div 62.8=0.15$

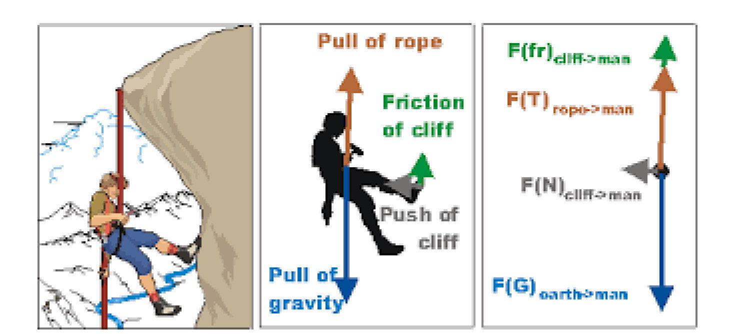
لإجراء العمليات على الثابت باي π فقط اضغط زر حساب الثابت باي π و ستدخل الحاسبة قيمته الرقمية بشكلٍ آلي إلى العملية الحسابية الجارية.

$\sum$

Free body الجسم الحر

الجسم الحر هو أي جسم يمكن اعتباره كوحدة مستقلة أي أن الجسم الحر هو جسمٌ يتحرك كقطعةٍ واحدة و يتوقف عن الحركة كذلكً كقطعة واحدة .



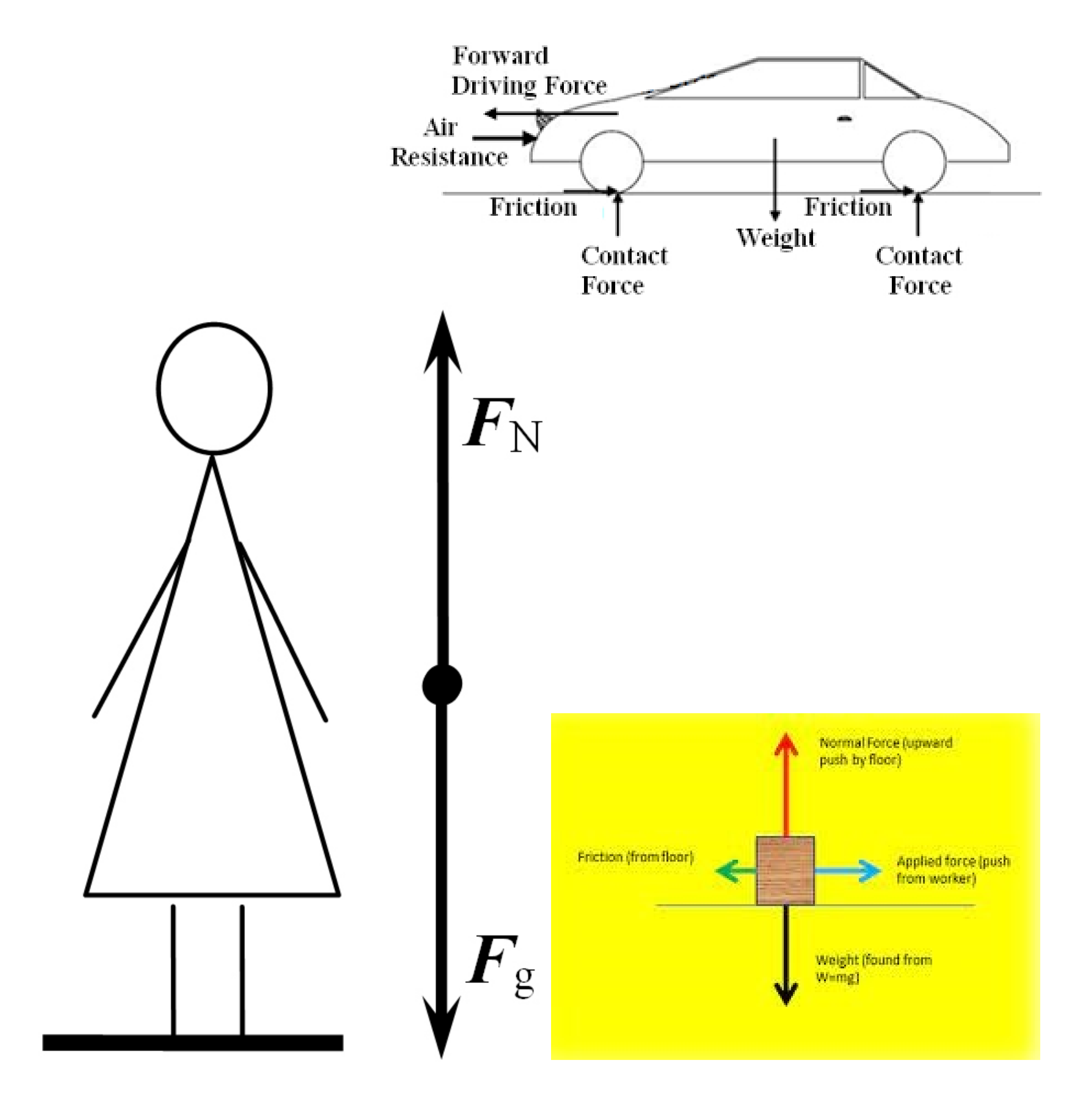


Normal force acts exactly
direction of the **gravita**

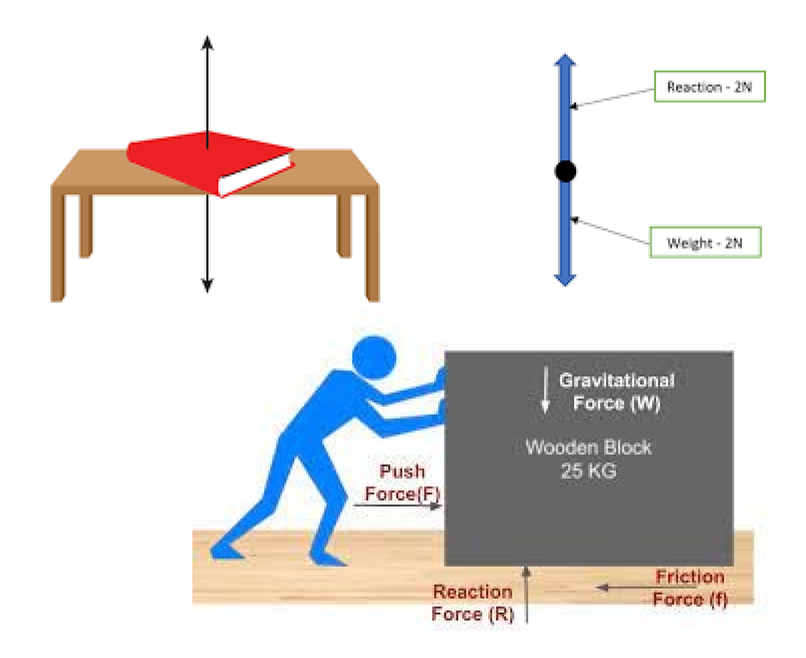
Normal force

Grav

ScienceStruck.com



Forward
Driving Force
Air
Resistance
Friction
Contact
Force
Weight
Friction
Contact
Force
F_N
F_g
Normal Force (upward push by floor)
Friction (from floor)
Applied force (push from worker)
Weight (found from W=mg)



Free body diagram

مخطط الجسم الحر : يستخدم مخطط الجسم الحر في إظهار جميع القوة التي تؤثر على جسمٍ ما في الوقت ذاته حيث يتم إظهار تلك القوى على صورة متجهات(أسهم) .

Normal force (F_N)

القوة الطبيعية

القوة الطبيعية هي القوة التي يبديها سطحٌ ما في مواجهة قوةٍ أخرى تحاول تجاوز حدودها أو تحاول التأثير على ذلك السطح أو ذلك الجسم فالأرض التي نقف عليها مثلاً تمارس ضدنا قوة طبيعية تتجه نحو الأعلى و هذه القوة الطبيعية تكون معاكسة لكلٍ من اتجاه ثقلنا و اتجاه الجاذبية الأرضية الذين يضغطان للأسفل نحو الأرض.

مسألة :

ما هو الارتفاع أو المدار فوق سطح الأرض الذي يدور الشيء الذي يوضع فيه بشكلٍ متزامنٍ مع دوران الأرض (مرة واحدة خلال 24 ساعة) أي أن الشيء الذي يوضع في ذلك المدار أو على ذلك الارتفاع (قمر صناعي مثلاً) فإنه سوف يبقى فوق تلك النقطة على سطح الأرض بشكلٍ دائم (قمر صناعي ذو مدار ثابت)

إذا علمنا بأن كتلة الأرض هي 6×10^{24} كيلو غرام و إذا علمنا أن نصف قطر الأرض يبلغ 6.4×10^{6} متر؟

المطلوب : إيجاد المدار الثابت المتزامن مع دوران الكرة الأرضية Geosynchronous الذي إذا وضعنا فيه قمراً صناعياً بقي ذلك القمر الصناعي في مكانه بشكلٍ دائم لأن دورانه سيكون متزامناً مع دوران الكرة الأرضية.

خطوات الحل:

نرسم مخططاً للجسم الحر free body diagram

تذكر دائماً بأن مجموع القوى يساوي كتلة الجسم m ضرب التسارع a.

$\sum f=ma$

$mg=ma=mv^2$

الكتلة ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية تساوي الكتلة ضرب التسارع تساوي الكتلة ضرب مربع السرعة أي السرعة مرفوعةً للقوة الثانية.

الكتلة mضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية gتساوي الكتلة mضرب التسارع aتساوي الكتلةm ضرب مربع السرعة v^2أي السرعة مرفوعةً للقوة الثانية.

هنا فإن الكتلة m هي كتلة القمر الصناعي و ليست كتلة الأرض.

نصف القطر هنا radius -r هو نصف قطر المدار و ليس نصف قطر الكرة الأرضية.

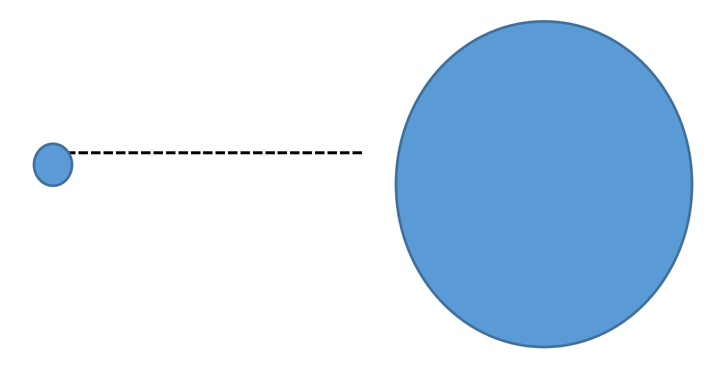
طبعاً نحن هنا نتحدث عن ارتفاعاتٍ شاهقة البعد عن سطح الكرة الأرضية و ليس عن سطح الأرض و لذلك فإن عامل التساقط بفعل الجاذبية g و الذي يساوي 9.8 متر/ثانية و هو تسارع السقوط فوق سطح الأرض لا ينطبق على تلك الارتفاعات و لذلك يتوجب علينا أن نحسب عامل التساقط بفعل الجاذبية من جديد باستخدام المعادلة التالية:

$g=GMd^2$

حيث M هي كتلة الأرض و هي تساوي 6×10^{24} كيلو غرام و حيث d هي بعد مدار القمر الصناعي عن مركز الأرض (و ليس بعد مدار القمر الصناعي عن سطح الأرض).

يبلغ نصف قطر الأرض 6.4×10^6

radius -r نصف قطر : المسافة الممتدة ما بين مركز الدائرة و محيطها.



$g=GMd^2$

و يمكن حساب لمسافة d على أنها تساوي تصف قطر الأرض مرفوعاً للقوة الثانية r^2 و بذلك يصبح بإمكاننا أن نحسب عامل التساقط بقعل الجاذبية في المدارات الجوية العليا باستبدال مربع المسافة d^2 بمربع نصف قطر الأرض :

$g=GMr^2$

$mg=ma=mv^2/r$

$g=GM/r^2$

إن التردد المطلوب هنا هو دورة واحدة في اليوم الواحد ، أي المطلوب إيجاد المدار الذي يؤمن دوران القمر الصناعي دوراناً متزامناً مع دوران الأرض بحيث يبقى فوق النقطة ذاتها .
تستخدم الأقمار الصناعية ذات المدارات الثابتة في أغراض الاتصالات و البث التلفزيوني الموجه إلى منطقةٍ معينة كما يستخدم كذلك في أغراض التجسس على منطقةٍ ما.
و كما استخدمنا المعادلة التي تقول بأن التردد f يساوي السرعة v تقسيم 2 ضرب باي π ضرب نصف القطر في مسألة دولاب مدينة الملاهي التي مرت معنا سابقاً:

$$f=v/(2\pi r)$$

و كذلك فإننا سنستخدم هذه المعادلة هنا كذلك.
يتألف اليوم الواحد من 24 ساعة و كل ساعة تتألف من 60 دقيقة أي أن اليوم الواحد يتألف من 1440 دقيقة :

$1440=24\times60$ دقيقة

تتألف الدقيقة الواحدة من 60 ثانية أي أن اليوم يتألف من :

$86400= 1440\times60$ ثانية.

مرة واحدة في اليوم تعني 86400/1 ثانية أي ثانية واحدة على 86400 ثانية.

الآن نعود إلى معادلتنا السابقة:

$$mg=ma=mv^2/r$$

الكتلةm ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبيةg تساوي الكتلةm ضرب التسارعaتساوي الكتلةm ضرب مربع السرعة v^2مقسومةً على نصف القطر r
و كما ترون فإن لدينا في المعادلة السابقة شارة مساواة = تفصل بين عدة عملياتٍ يتكرر فيها جميعاً عنصرٌ واحد وهو الكتلة m و هذا يعني بأن بإمكاننا أن نحذف عنصر الكتلة m من هذه المعادلة.
تصبح معادلتنا على الصورة التالية :

$$g=a=v^2/r$$

$$g =v^2/r$$

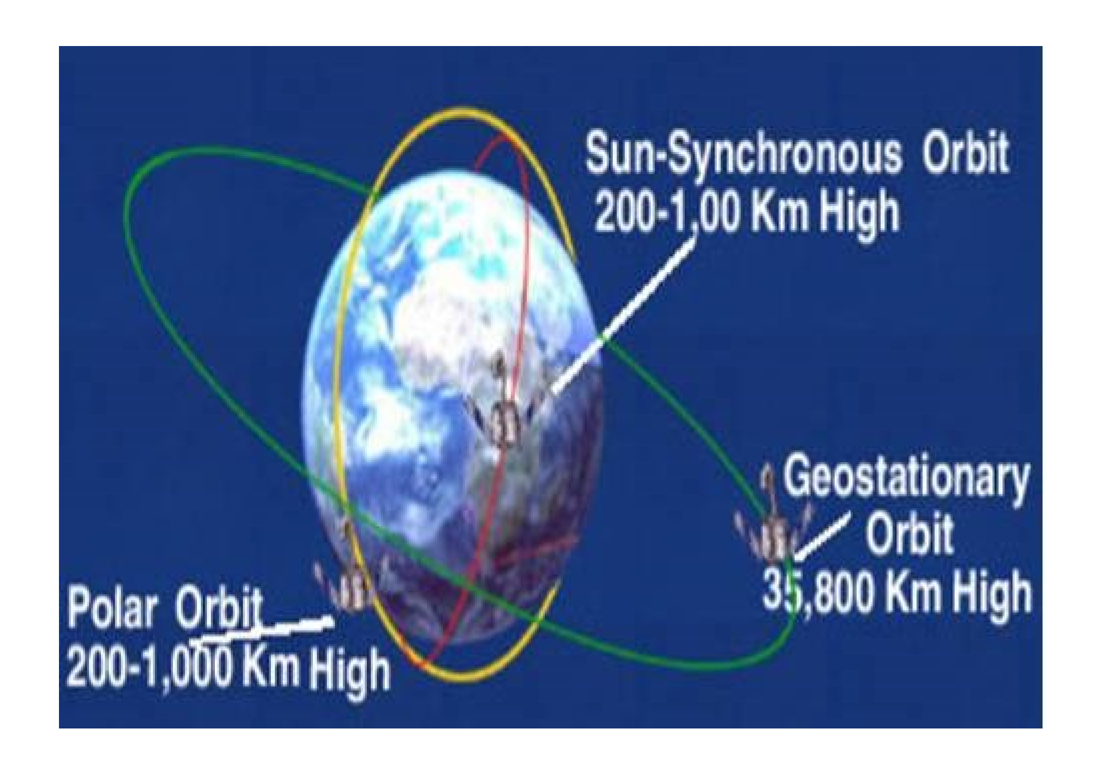


إذا كانت لدينا عدة عملياتٍ رياضية تفصل بينها شارة مساواة و إذا كانت جميع تلك العمليات الرياضية تحوي على عنصر مكرر فإن بإمكاننا حذف ذلك العنصر المكرر.

$$mg=ma=mv^2/r$$

$$g=a=v^2/r$$

m هنا ليست كتلة الأرض و إنما هي كتلة القمر الصناعي.
R هنا نصف قطر المدار و ليس نصف قطر الأرض.
نحن هنا لسنا على سطح الأرض و لذلك فإن عامل الجاذبية g لايساوي 9.8 و إنما فإنه يساوي :
$g=GM/d^2$
M كتلة الأرض 6×10^{24} كيلو غرام
d المسافة بين القمر الصناعي و مركز الأرض (و ليس سطحها) و لذلك فإن d أي المسافة بين القمر الصناعي و مركز الأرض هي ذاتها نصف قطر الأرض r
$g=GM/r^2$
d هي المسافة ما بين مركز القمر الصناعي و مركز الأرض و ليست بعد القمر الصناعي عن سطح الأرض.
ارتفاع القمر الصناعي هي المسافة ما بين سطح القمر الصناعي (المدار)و سطح الأرض mg
Mg الكتلة ضرب عامل الجاذبية و يمثله سهمٌ يتجه من القمر الصناعي إلى الأرض.
نصف قطر المدار يساوي :
$r=4.1\times10^7$
للحصول على ارتفاع القمر الصناعي فوق سطح الأرض فإننا نطرح القيمة 4.1×10^7 مترمن نصف قطر الأرض 6.4×10^6 متر.
أي اننا نطرح نصف قطر الأرض من المسافة ما بين مركز الأرض و القمر الصناعي فنحصل على ارتفاع القمر الصناعي.
نصف قطر الأرض يساوي 6.4×10^6 متر =6,400,000
المسافة ما بين مركز الأرض و القمر الصناعي 6×10^{24}= 41,000,000
و هي تساوي 34,600,000 أي 3.5×10^7 تقريباً و هو يمثل بعد المدار الثابت عن مركز الأرض.



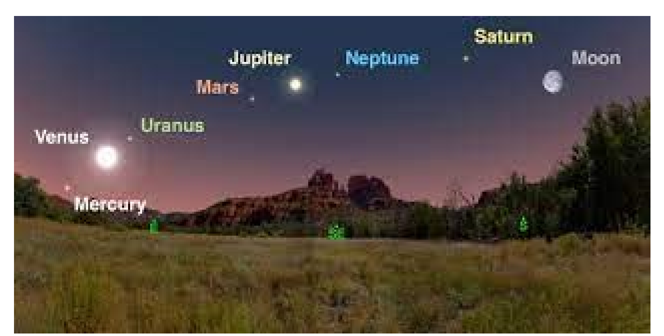
مسألة في الفيزياء الفلكية

تبلغ قيمة حقل الجاذبية على سطح كوكب عطارد 3.8 متر/ثانية .
نصف قطر كوكب الزهرة (فينوس) هو أكبر 2.48 مرة من نصف قطر كوكب عطارد ، كما أن كتلته أكبر ب 14.7 مرة من كتلة كوكب عطارد.
المطلوب: احسب قوة حقل الجاذبية على سطح كوكب عطارد.



إذا طبقنا قوةً على جسم ما أدت إلى تسارعه بمعدل 5 متر/ثانية ثم قمنا بمضاعفة تلك القوة المطبقة على ذلك الجسم فكم يصبح تسارع ذلك الجسم؟
ببساطة شديدة نقول 2×5=10 أي أن تسارع ذلك الجسم يصبح 10 متر/ثانية , لأن التسارع a يتناسب بشكلٍ طردي مع القوة F المطبقة على ذلك الجسم مالم تتغير كتلة ذلك الجسم m.

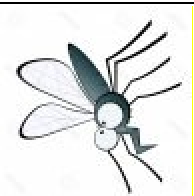
المطلوب : حساب الجاذبية على كوكب عطارد .



الحل كما نجده في كتب الفيزياء التقليدية:
نطبق قانون الجاذبية:
$g=GM/d^2$
الكتلة M أكبر ب 14.7 مرة .
المسافة أو نصف القطر d أكبر ب 2.84 مرة.
و هذا يعني بأن الجاذبية g أي 2.48\14.7 أكبر ب 2.39 مرة.
3.8×2.39 =9.1 مرة.
9.1 متر/ثانية.
هي قيمة تسارع السقوط بفعل الجاذبية على كوكب الزهرة.

تحليل المسألة :
هذه المسألة تشبه قولنا أن عمر عبد الهادي أكبر بمرتين من عمر نور كما أنه أطول بمرتين من نور فإذا كان عمر نور 8 سنوات و طوله 85 سنتمتر فكم يبلغ طول عبد الهادي و عمره؟
إننا ببساطة نضرب عمر نور بالعدد 2 كما أننا نضرب طول نور بالعدد 2 .

مثال توضيحي آخر حول المنطق التناسبي-الاستنتاج التناسبي –التسبيب التناسبي proportional reasoning
:



لدينا مستطيلين : المستطيل الأول مساحته 32 سنتمتر –المستطيل الثاني طوله أكبر بمرتين من طول المستطيل الأول كما أن عرضه أكبر بمرتين من عرض المستطيل الأول فما هي مساحة المستطيل الثاني إذا علمنا بأن مساحة المستطيل تساوي الطول× العرض أو الارتفاع.
مساحة المستطيل تساوي الطول ×العرض.
نضرب الرقمين المتوفرين لدينا ببعضهما البعض:
لدينا أن الطول أي طول المستطيل الثاني أطول بمرتين من المستطيل الثاني أي لدينا العدد 2 و لدينا أن عرض المستطيل الثاني أكبر بمرتين من عرض المستطيل الأول أي العدد 2 كذلك .
فنقول بأن 2×2=4 أي أن مساحة المستطيل الثاني تساوي 4 أضعاف مساحة المستطيل الأول .

مساحة المستطيل الثاني 4=2×2و هذه الأربعة لا تعني مساحة المستطيل الثاني و إنما تعني بأن المستطيل الثاني أكبر بأربع مرات من المستطيل الأول.
الآن ماذا نفعل بالعدد 4 الذي حصلنا عليه ؟
إننا نضرب به مساحة المستطيل الأول فنحصل على مساحة المستطيل الثاني فنقول:
4×32=128
128 هي مساحة المستطيل الثاني.
طبعاً فإن العلاقة هنا هي علاقة ضرب لأن حساب مساحة المستطيل هو علاقة ضرب أما في مثال الجاذبية فإن العلاقة كانت علاقة قسمة.
$g=GM/d^2$

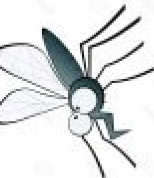
لنتأكد من صحة الحل الذي توصلنا له:
مساحة المستطيل الأول 32 أي أن طوله مثلاً 8 سنتمتر و عرضه 4 سنتمتر :
4×8=32 سنتمتر
الآن طول المستطيل الثاني أكبر بمرتين أي 8×2=16 سنتمتر و عرضه أكبر بمرتين أي 2×4=8 سنتمتر .
أي أن مساحة المستطيل الثاني تساوي الطول 16 ضرب العرض 8 أي 128 سنتمتر.
16×8=128 سنتمتر هي مساحة المستطيل الثاني.

و ماذا لو كان طول المستطيل الأول 16 و عرضه 2 :
2×16=32 سنتمتر.
طول المستطيل الثاني أكبر بمرتين 2×16=32
عرض المستطيل الثاني أكبر بمرتين 2×2=4
مساحة المستطيل الثاني تساوي 4 ×32=128 سنتمتر .
الحل صحيح إذاً فإن الطريقة التي استخدمناها صحيحة.

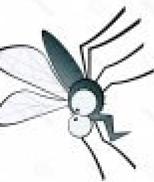
لماذا المستطيل الثاني طوله أكبر بمرتين من المستطيل الأول و هو أعرض بمرتين من المستطيل الأول و مساحته أكبر بأربع مرات و ليس بمرتين من المستطيل الأول؟
لأنه لو كان طول المستطيل الثاني مساوياً لطول المستطيل الأول و لكنه كان أعرض بمرتين لكانت مساحة المستطيل الثاني أكبر بمرتين من المستطيل الأول ، و لو كان عرض المستطيل الثاني مساوياً لعرض المستطيل الأول و لكنه كان أطول بمرتين من المستطيل الأول لكانت مساحة المستطيل الثاني أكبر بمرتين من المستطيل الأول.



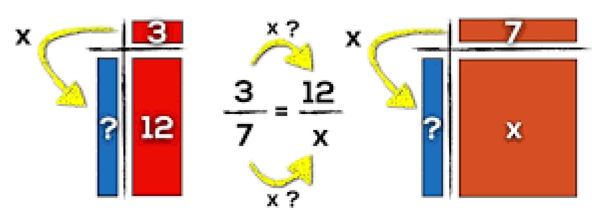
بما أن مساحة المستطيل تساوي الطول ضرب العرض أي أنها تتضمن عملية ضرب فإننا نضرب النسب المتوفرة ببعضها البعض أو الأرقام المتوفرة لدينا أو نقسمه عليها حسب طبيعة المسألة .
في حال كانت هنالك علاقة مساواة في ناحيةٍ من النواحي فإننا نضرب بالعدد واحد.



في مثال العمر و الطول و بما أنه لا توجد علاقةٌ رياضية ثابتة بين العمر و الطول لذلك فإننا نأخذ كل عاملٍ على حدة ولا نضرب العمر بالطول.



عند مقارنة قيمتين ببعضهما البعض فليس ضرورياً دائماً أن نعلم مقدار تلك القيمتين إذ يكفي أن نعرف النسبة بينهما حتى تمكن من استخدام المنطق التناسبي لحل تلك المعضلة كما مر معنا سابقاً في حالة مقارنة مساحة المستطيلين.



المنطق التناسبي-الاستنتاج التناسبي –التسبيب التناسبي proportional reasoning



علينا الانتباه إلى الصيغة التالية :

$g=GM/d^2$

الجاذبيةg تساوي الجاذبية G ضرب الكتلة M مقسومةً على مربع المسافة d^2

كما ترون فإنها معادلة رياضية تحوي علاقة مساواة و شارة مساواة = بين مقدارين g من جهة و GM/d^2

من الجهة الأخرى و كما ترون فإن هنالك عنصراً مكرراً في طرفي شارة المساواة ة هو العنصر g و هذا يعني بأن بإمكاننا أن نحذفه لتصبح العلاقة على الصورة التالية $g=M/d^2$
أي أن تسارع الجاذبية يساوي الكتلة M على مربع المسافة d^2.



إذا قسمنا كم مرة كتلة الزُهرة هي أكبرمن كتلة عطارد على كم مرة نصف قطر كوكب الزُهرة أكبر من نصف قطر كوكب عطارد فإننا نحصل على كم مرة جاذبية كوكب الزُهرة أكبر من جاذبية كوكب عطارد.

$2.39 = 2.48^2/14.7$

$2.39 = 2.48^2 \div 14.7$

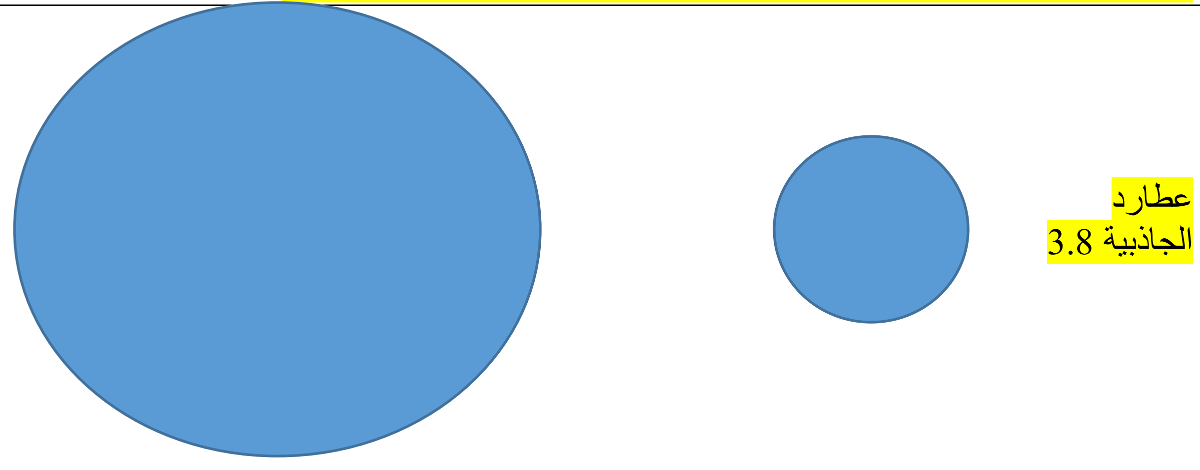
2.39 لا تمثل الجاذبية على سطح كوكب الزُّهرة و إنما تمثل كم مرة الجاذبية على سطح كوكب الزُهرة أكبر من الجاذبية على سطح كوكب عُطارد .

انتبه إلى أننا رفعنا الرقم 2.48 للقوة الثانية 2.48^2 لأن معادلة حساب الجاذبية تفرض علينا أن نرفع المسافة أي نصف القطر للقوة الثانية d^2

الآن ماذا نفعل بالفرق في قوة الجاذبية بين هذين الكوكبين؟

إننا ببساطة نضربه بقوة الجاذبية على سطح كوكب عُطارد و هو 3.8 متر/ثانية.

$2.39 \times 3.8 = 9.082$ أي 9.1 متر/ثانية هي الجاذبية على كوكب الزُّهرة.



عطارد
الجاذبية 3.8

الزُّهرة : كتلته أكبر ب 14.7 مرة من عُطارد كما أن قطره أكبر ب 2.48 مرة.

حتى يتحرك جسمٌ ما حركةً دائرية يتوجب أن يتسارع نحو مركز الدائرة

مصونية الطاقة Conservative of Energy

مسألة :

عربة في أفعوانيه مدينة الملاهي تبلغ كتلتها 50 كيلو غرام و تتعرض لمقاومة هواء تبلغ بالمتوسط 50 نيوتن – سرعة هذه العربة 50 متر/ثانية عندما تصل إلى قمة أول مرتفع و الذي يبلغ ارتفاعه 27 متر فوق مستوى سطح الأرض المحيطة .

المطلوب:

كم ستكون سرعة تلك العربة عندما تصل إلى قمة الحلقة الدائرية التي يبلغ ارتفاعها 13 متراً فوق مستوى سطح الأرض علماً أن البعد بين النقطتين يبلغ 42 متراً ؟

وزن العربة 50 كيلو غرام يضغط باتجاه الأسفل ↓ نمثله بسهم يتجه نحو الأسفل.

القوة الطبيعية(القوة النابذة) N و يمثلها سهمٌ يتجه نحو الأعلى ↑ (قوة نابذة).

سرعة التحرك من قمة المرتفع و هي 20 متر/ثانية يمثلها سهمٌ يتجه نحو جهة تحرك العربة → أو ←

المسافة ما بين قمة المرتفع و قمة الحلقة الدائرية 42 متر.

مقاومة الهواء F يكون اتجاهها دائماً معاكساً لجهة السرعة ←→ وهي تساوي 50N نيوتن.

الزاوية θ هي الزاوية الواقعة ما بين القوة F أي مقاومة الرياح و السرعة :

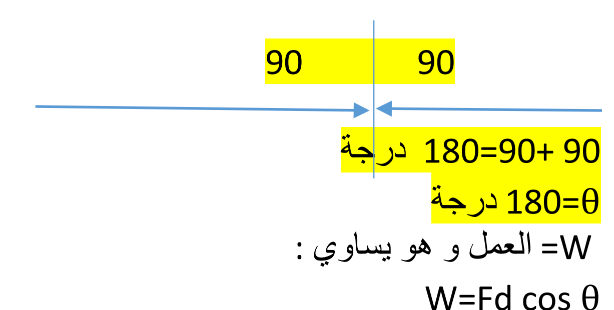
جهة السرعة ←θ→ مقاومة الهواء

جهة السرعة ←|→ مقاومة الهواء

جهة السرعة -----------------|----------------- مقاومة الهواء

أي أن الزاوية θ زاوية قياسها 180 درجة لأنها تتألف من زاويتين قائمتين قياس كلٍ منهما 90 درجة :

90+90=180 درجة



90 +90=180 درجة

θ=180 درجة

W= العمل و هو يساوي :

$W=Fd\cos\theta$

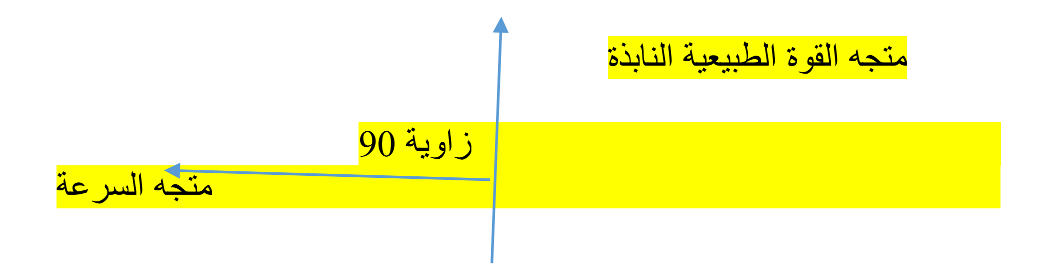
F = مقاومة الرياح ضرب المسافة d تجيب cos الزاوية θ
العمل W يساوي مقاومة الرياح F وهي تبلغ هنا 50 نيوتن ضرب المسافة 42 متر ضرب تجيب الزاوية الواقعة ما بين السرعة و مقاومة الرياح و تبلغ قيمة هذه الزاوية 180 درجة كما مر معنا.
أي:

$$W=(50)(42)\cos 180$$

$$W=50\times42\times\cos 180=-21°$$

القوة الطبيعية N ↑ يمثلها متجهٌ أو سهمٌ يتجه نحو الأعلى إي أنه يتجه إلى الجهة المعاكسة للوزن w الذي يضغط بثقله نحو الأسفل بثقلٍ قدره 50 كيلو غرام.
القوة الطبيعية ↑ في هذه المسألة تكون متعامدةً مع المتجه أو السهم الذي يمثل اتجاه السرعة v و السرعة هنا قدرها 20 متر/ثانية.
إن سهم أو متجه القوة الطبيعية (القوة النابذة) يتجه نحو الأعلى ↑بينما سهم أو متجه السرعة يتجه أو يشير إلى جهة التحرك (الجهة اليمنى أو الجهة اليسرى) و لذلك فإن الزاوية المتشكلة بين هذين المتجهين أو هذين السهمين تكون زاوية قائمة قياسها بالطبع 90 درجة.

↑←



و لو أننا طبقنا قانون العمل :

$$W=Fd\ \cos\ \theta$$

العمل W يساوي القوة F (مقاومة الهواء 50 نيوتن) ضرب المسافة d و هي هنا 42 متر تجيب cos الزاوية و كما ذكرت سابقاً فإن الزاوية ما بين القوة الطبيعية (القوة النابذة) ↑ و اتجاه السرعة ← هي زاويةٌ قائمة قياسها 90 درجة و بما أن تجيب الزاوية 90 درجة يساوي الصفر $\cos 90=0$

فإن العمل هنا يساوي الصفر لأن القوة أي مقاومة الهواء و مقدارها 50 نيوتن ضرب المسافة أي 42 متر ضرب تجيب الزاوية 90 أي صفر يساوي الصفر .
إن إجمالي قيمة العمل تساوي كلاً من القيمتين السابقتين: القيمة السلبية -21 و الصفر .

حساب الطاقة الحركية **Kinetic energy** KE

$KE=½mv^2=½(50)v^2=½×m×v^2=½×50×v^2$

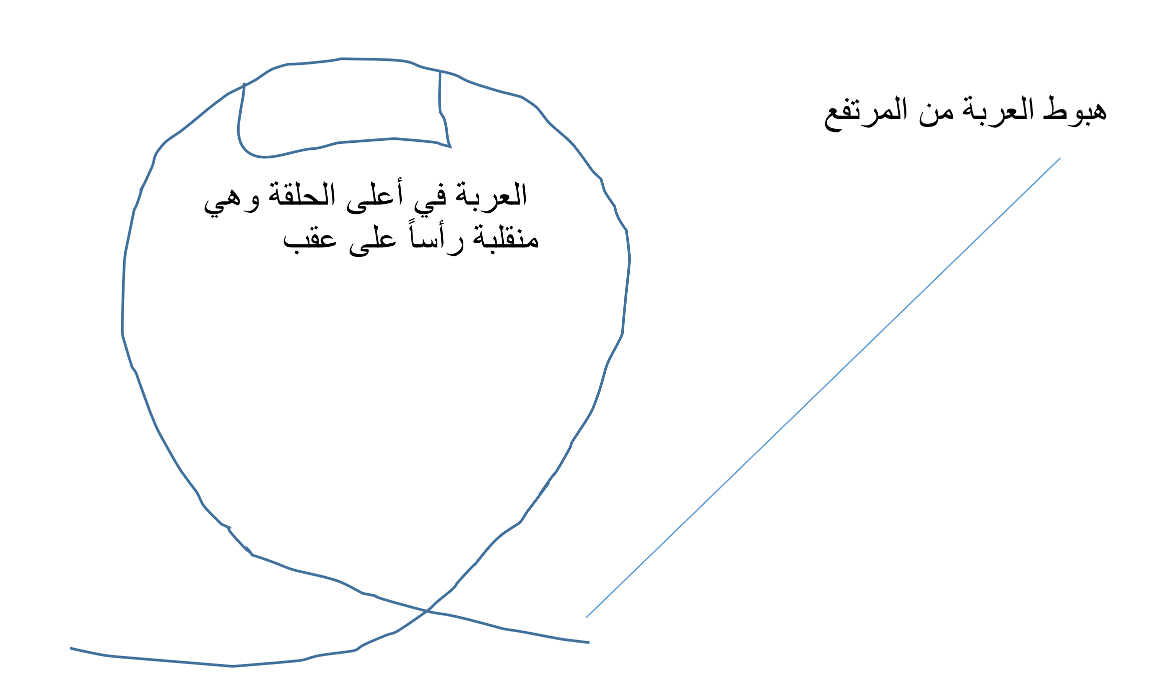
الطاقة الحركية تساوي ½ ضرب الكتلة m أي كتلة العربة وهي تساوي 50 كيلو غرام ضرب مربع السرعة v^2 تساوي ½×50 ضرب v^2

½×50 ×v^2 = 25 ضرب v^2

½×50= 50 ÷2=25

السرعة v مجهولة .

إن معادلة الطاقة الحركية KE تنطبق على العربة بعد هبوطها من المرتفع في مدينة الملاهي و صعودها إلى الحلقة لتصل إلى النقطة التي تقع في أعلى الحلقة حيث تنقلب العربة رأساً على عقب بحيث يصبح سقفها متجهاً نحو الأسفل.



حساب الطاقة المرنة الكامنة PE Elastic potential Energy

$PE=\frac{1}{2}KX^2$

$PE=\frac{1}{2}\times K\times X^2$

بما أن العربة قد أصبحت على ارتفاعٍ لايساوي الصفر و لذلك فإن الطاقة الكامنة PE عند أعلى نقطة في المرتفع تساوي :

$PE=mgh$

$PE=m\times g\times h$

الطاقة الكامنةPE تساوي الكتلةm ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبيةg 9.8 ضرب الارتفاع h أي ارتفاع المرتفع و الذي قلنا بأنه يساوي 27 متر.

الطاقة الكامنة تساوي الكتلة أي كتلة العربة و هي تساوي 50 كيلو غرام ضرب عامل الجاذبية 9.8 ضرب الارتفاع 27 متر :

$50\times 9.8\times 27=13230$ الطاقة الكامنة.



تذكر دائماً بأنه بالنسبة للمرتفعات التي لا تساوي الصفر فإن طاقة الجاذبية الكامنة أو الطاقة الكامنة PE تساوي mgh أي الكتلة ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية ضرب الارتفاع.

$PE=mgh$

مسألة:
قذيفة تم إطلاقها للأعلى بسرعة 130 متر/ثانية .
ما هي المسافة التي سوف تقطعها تلك القذيفة بعيداً عن نقطة الإطلاق مع إهمال مقاومة الهواء؟
في نقطةٍ ما بعد إطلاق القذيفة إلى الأعلى فإنها تتوقف في الجو و تصبح سرعتها مساويةً للصفر و ذلك عندما يتساوى تسارع صعودها ↑ مع تسارع التساقط بفعل الجاذبية ↓ و بعد تلك النقطة ستبدأ القذيفة بالسقوط الحر نحو الأسفل .
الارتفاع في هذه المسألة لا يساوي الصفر non-zero height
PE=mgh=m(9.8)h=9.8mh
الطاقة الكامنة PE تساوي الكتلة m ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g و هو يساوي 9.8 ضرب الارتفاع h (مجهول؟) .
السرعة الابتدائية تساوي الصفر.
اتجاه سرعة القذيفة عند إطلاقها نحو الأعلى ↑.
سرعة إطلاق القذيفة 130 متر/ثانية ↑.
الارتفاع h الذي تم إطلاق القذيفة منه مجهول؟
الارتفاع الأقصى h الذي وصلت إليه القذيفة قبل أن تبدأ في السقوط الحر مجهول؟

معادلة الطاقة الكامنة
$KE=\text{Kinetic Energy}=½mv^2=½m(130^2)$
الطاقة الحركية KE تساوي ½ ضرب الكتلة m(كتلة القذيفة مجهولة؟) ضرب مربع السرعة v^2 أي :
$KE=\text{Kinetic Energy}=½mv^2=½m(130^2)$
$130^2×½=0.5×16900$
لأن الكسر ½ يساوي الرقم العشري 0.5 - الآلة الحاسبة الاعتيادية لا تتعامل مع الكسور و لذلك فإننا نحول الكسور إلى أرقام عشرية عن طريق قسمة أعلى الكسر على أدناه حتى تتعامل معها الآلة الحاسبة.
$16900 = 130^2$
$16900×0.5=8450$
الطاقة الحركية تساوي 8450

$W_{nc}=E_F-E_i=0=9.8mh-8450m$
العمل W يساوي الطاقة النهائية E_F ناقص الطاقة الابتدائية E_i يساوي الصفر و هو يساوي:
الطاقة النهائية E_F تساوي تسارع السقوط 9.8 ضرب الكتلة m ضرب الارتفاع h ناقص الطاقة النهائية (التي تبين لنا بأنها تساوي الطاقة الحركية 8450 ضرب الكتلة m) .
$0=9.8mh-8450m$
$0=9.8×m×h-8450×m$



كما ترون فإن لدينا عدة عملياتٍ تفصل بينها شارة مساواة = أي أنها عملياتٍ متعادلة ، كما أن هنالك عنصرٌ يتكرر في هذه المعادلة و هو عنصر الكتلة m :
و لذلك فإن بإمكاننا أن نحذف هذا العنصر المتكرر فتصبح المعادلة على الصورة التالية:

$$8450=9.8h$$

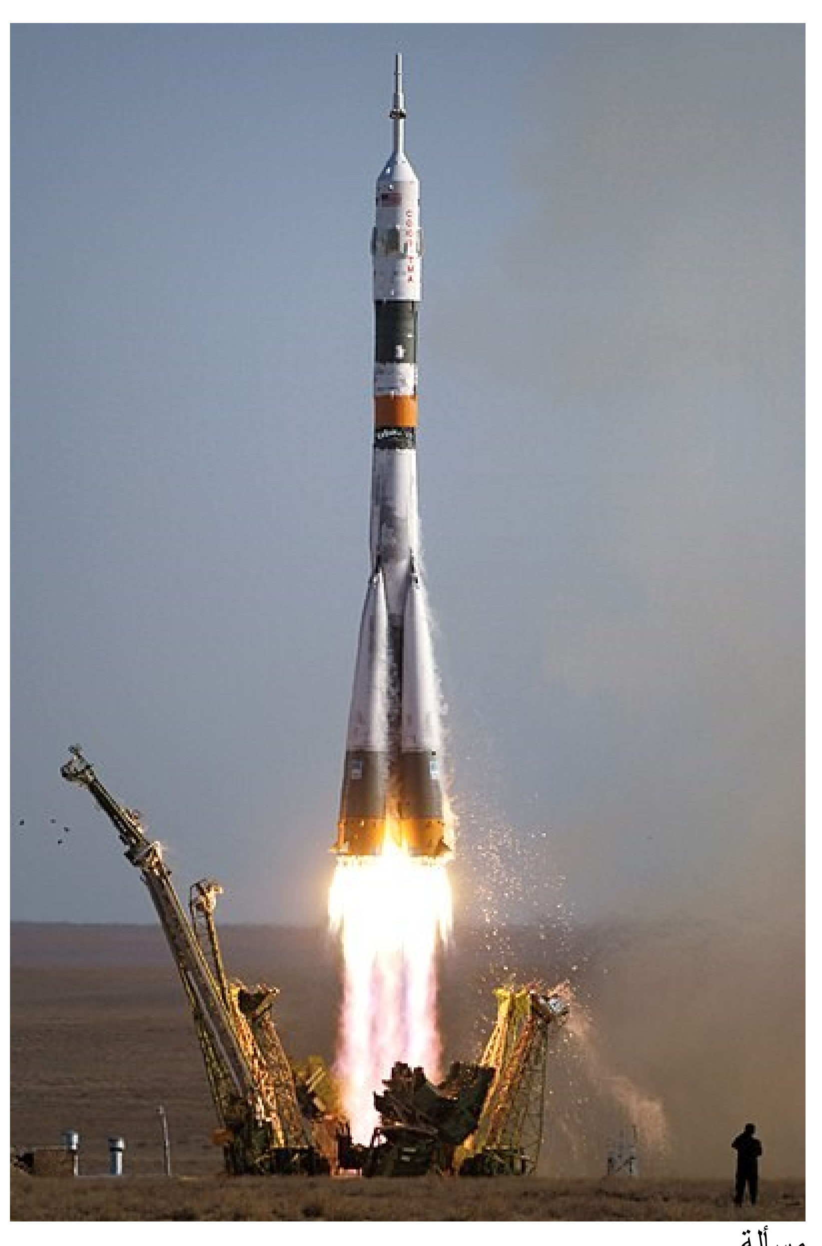
$$8450=9.8\times h$$

لدينا عملية ضرب تحوي عنصراً مجهولاً هو الارتفاع h و لمعرفة قيمة هذا العنصر المجهول أجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب أي أني اجري عملية قسمة فأقسم ناتج القسمة 8450 على الحد المعلوم 9.8 :

و هذا يعني بأن $8450 \div 9.8$ = الارتفاع h

$$8450 \div 9.8=862$$

أي أن الارتفاع يساوي 862 متر و هو المطلوب.



مسألة

صاروخ يبلغ وزنه 1000 كيلو غرام (طن) قوة محركه 20000 نيوتن (20 الف نيوتن)
انطلق من الأرض وفق مسارٍ عمودي مستقيم ↑.

المطلوب:

كم ستبلغ سرعة هذا الصاروخ عندما يصل إلى ارتفاع 30000 متر (30 الف متر) علماً أنه يتم فصل محركه بعد أن يصل إلى ارتفاع 50000 متر (50 الف متر) .

ما هو الارتفاع الذي سوف يصل إليه هذا الصاروخ؟



نبدأ من الطلب المتعلق بحساب سرعة هذا الصاروخ عندما يبلغ ارتفاع 30000 متر أي(30 كيلومتر) :
ينطلق هذا الصاروخ وفق قوةٍ غير مصونة   Non-conservative force
اتجاه حركة الصاروخ نحو الأعلى ↑ .
يتحرك هذا الصاروخ و فق ذات اتجاه السرعة ↑ و لذلك فإن الزاوية θ تساوي صفر .
θ=0 درجة
كما أنه يتحرك إلى مسافة 30000 متر (30 كيلومتر).
نطبق معادلة العمل:

$$W=Fd\cos\theta$$

$$W=F\times d\times\cos\theta$$

$$W=F\times d\times\cos 0$$

العمل W يساوي القوة F وهي هنا قوة محرك الصاروخ أي 20000 نيوتن ضرب المسافة d أو الارتفاع و هو هنا 30000 متر تجيب cos الزاوية θ و لقد تبين لنا سابقاً بأنها تساوي الصفر 0 .

$$(20000)(30000)\cos 0° = 600,000,000$$

$$20000 \times 30000 \times \cos 0° = 600,000,000$$

حساب الارتفاع النهائي الذي سوف يبلغه هذا الصاروخ:

يتحرك هذا الصاروخ إلى ارتفاع لا يساوي الصفر non-zero height

الارتفاع النهائي = الطاقة النهائية

أي أننا لحساب الارتفاع النهائي فإننا نستخدم معادلة حساب الطاقة النهائية E_f

$$E_F = ½mv^2 + mgh$$

الطاقة النهائية E_F أو (الارتفاع النهائي) يساوي ½ ضرب الكتلة m ضرب مربع السرعة v^2 زائد الكتلة m2 ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية الأرضية g و هو يساوي 9.8 ضرب الارتفاع h.

كتلة الصاروخ طن أي 1000 كيلو غرام.

السرعة v مجهولة؟

الارتفاع h 30000 متر.

نعوض الرموز بأرقام :

$$E_F = ½mv^2 + mgh$$

$$=½(1000)v^2+(1000)(9.8)(30000)$$

$$=½×1000×v^2+1000×9.8×30000$$

$$500×v^2+294,000,000$$

بالطبع فإن ½×1000 =500

الطاقة الابتدائية E_i أو الارتفاع الابتدائي للصاروخ عندما يكون جاثماً على الأرض في حالة سكون يساوي الصفر :

$$E_i = 0$$

$$W_{nc}=E_f-E_i=600,000,000=500V^2+294,000,000-0$$

أي أن $500V^2$ تساوي ناتج طرح 294,000,000 من 600,000,000 و ناتج الطرح هو 306,000,000

أي أن $500V^2$ أي $500×V^2$ تساوي 306,000,000

و هذا يعني بأن 306,000,000 ÷ 500 =612,000

أي أن مربع السرعة V^2 =612,000

لإيجاد السرعة V فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الرفع للقوة الثانية أي أننا نقوم بإيجاد الجذر التربيعي للرقم 612,000 /

$\sqrt{612,000} = \sqrt[2]{612,000} = 782$ تقريباً .

أي أن السرعة V تساوي 782 تقريباً.

$$W=Fd\cos\theta$$

$$W=F×d×\cos\theta$$

العمل W يساوي القوة F ضرب المسافة(الارتفاع) d تجيب cos الزاوية θ .

العمل W يساوي القوة F (نيوتن) 20000ضرب المسافةd (الارتفاع) 50000 متر تجيب cos الزاوية θ .

(يتم فصل محرك الصاروخ بعد أن يصل لارتفاع 50000 متر)

$=20000\times50000 \cos 0$

$20000\times50000=1000,000,000$

$1000,000,000 \cos 0 =1000,000,000$

الطاقة النهائية E_f أي الارتفاع النهائي:

$E_f=mgh=(1000)(9.8)h=9800h$

الطاقة النهائية E_f أي الارتفاع النهائي يساوي الكتلة m ضرب تسارع السقوط g و هو يساوي 9.8 متر/ثانية ضرب الارتفاع h =

1000 كيلو غرام (كتلة الصاروخ) ضرب تسارع السقوط 9.8 ضرب الارتفاع h (مجهول) :

$E_f=mgh=m\times g\times h=1000\times9.8\times h=9800h=9800\times h$

الطاقة النهائية 9800h نيوتن

الطاقة الابتدائية (الارتفاع الابتدائي) يساوي الصفر (حالة الصاروخ عندما يكون رابضاً على منصة الإطلاق) $E_i=0$

$W_{nc}=E_F-E_i$

العمل يساوي الطاقة النهائية E_F ناقص لطاقة الابتدائية E_i

$E_f=9800h$

الطاقة النهائية = 9800 ضرب الارتفاع.

الطاقة النهائية(الارتفاع النهائي) = $9800 \times h$

و كنا قد حسبنا العمل W سابقاً بأنه يساوي 1000,000,000 و العمل كما تعلمون يساوي الطاقة النهائية ناقص الطاقة الابتدائية .

فإذا كانت الطاقة الابتدائية تساوي صفر و إذا كانت الطاقة النهائية تساوي 9800h أي 9800 ضرب الارتفاع و إذا كان العمل يساوي الطاقة النهائية ناقص الطاقة الابتدائية (وهي هنا مساويةٌ للصفر) فإن هذا يعني بأن العمل يساوي الطاقة النهائية . لماذا؟

لأن الطاقة الابتدائية هنا مساوية للصفر و بذلك فإن قيمة الطاقة النهائية أياً تكن ستكون هي ذاتها و دون أي تغيير قيمة العمل.

فإذا كانت الطاقة النهائية E_f تساوي الكتلة ضرب تسارع السقوطg أي 9.8 ضرب الارتفاع h :

$E_f=m\times g\times h$

و إذا كانت الكتلة أي كتلة الصاروخ تساوي طن أي 1000 كيلو غرام و إذا كان تسارع السقوط يساوي 9.8 متر/ثانية فإن هذا يعني بأن الطاقة النهائية تساوي 9800h أي $9800 \times h$

و إذا كان العمل يساوي 1000,000,000 فإن هذا يعني بأن الارتفاع يساوي 1000,000,000 تقسيم 9800 على اعتبار أن 9800 ضرب الارتفاع تساوي 1000,000,000

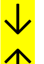
أي ان :

$h= 9800\div1000,000,000$

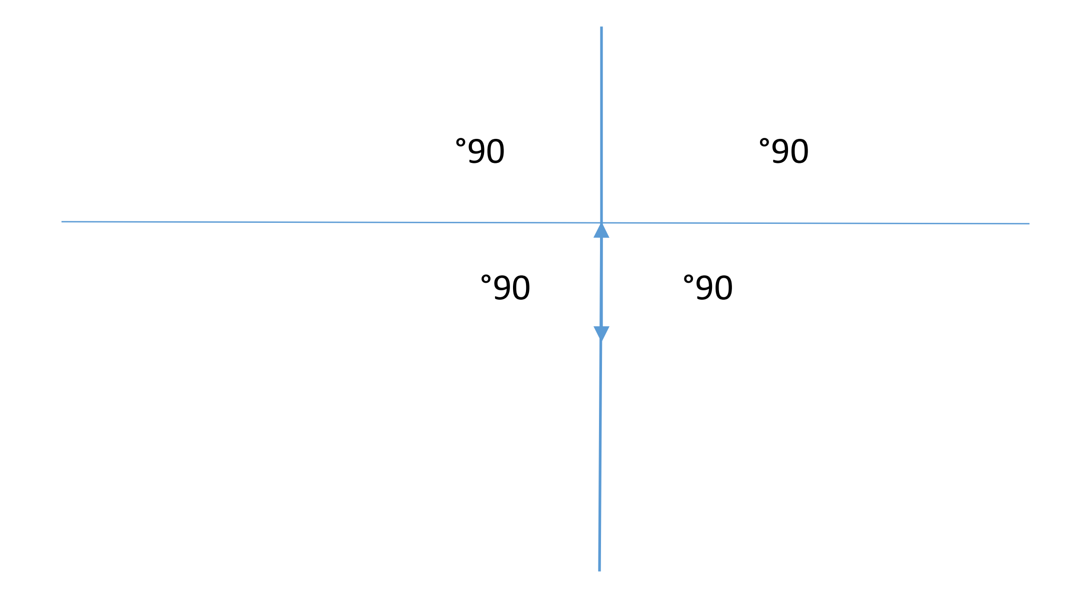
أي أن الارتفاع النهائي الذي سوف يبلغه الصاروخ يساوي 102040.9 متر تقريباً أي 100 كيلو متر تقريباً و هو المطلوب.

في الحياة الواقعية فإن مقاومة الهواء تعمل ضد السرعة ←→، أي أنها تقوم بعملٍ سلبي .
إن قيام الصاروخ بإلقاء جزءٍ من كتلته يعتبر من أهم العوامل التي تمكنه من الاندفاع نحو الأعلى.

مسألة :
آنية خزفية يبلغ وزنها 2 كيلو غرام سقطت من ارتفاع 4 أمتار فوق الرمل .
إذا كان بإمكان هذه الآنية الخزفية(الفازة) أن تحتمل التعرض لصدمة مقدارها 200 نيوتن دون أن تتكسر .
ما هي المسافة التي يمكن لها أن تنغرس في الرمال بعد سقوطها دون أن تتكسر؟
تحليل المسألة:
الارتفاع h 4 أمتار.
اتجاه سقوط الآنية الخزفية نحو الأسفل ↓.
قوة الرمل 200 نيوتن اتجاهها نحو الأعلى ↑ أي أن اتجاه قوة الرمل معاكسٌ لاتجاه السقوط الحر للآنية الخزفية.
الارتفاع h 4 أمتار : بعد الآنية الخزفية عن سطح الأرض.
سطح الأرض أو سطح الرمل هو الارتفاع المساوي للصفر $h=0$
الارتفاع النهائي h_f مجهول(؟) و هو المقدار الذي سوف تنغرس فيه الآنية الخزفية في الرمال قبل أن تتكسر أو دون أن تتكسر.
القوة التي يمارسها الرمل على الآنية الخزفية هي قوةٌ متجهة نحو الأعلى ↑ هي قوةٌ غير مصونة :
Non-conservative force
اتجاه قوة الرمل نحو الأعلى ↑ أي أن اتجاهه معاكسٌ لاتجاه السقوط الحر للآنية نحو الأسفل ↓ :
قوتان متعاكستان مباشرة تبلغ الزاوية بينهما 180 درجة :
$\theta=180°$



W=Fd cos θ =
العمل W يساوي القوة F ضرب المسافة d تجيب cos الزاوية θ أي 180 درجة .
→	←



°180=°90+°90

القوة 200 نيوتن (مقاومة الآنية) ↑ ضرب المسافة d التي ستغرس فيها الآنية الخزفية في الرمل و هي مجهول المسألة ؟ تجيب الزاوية 180 درجة و هي الزاوية المحصورة بين قوتين متعاكستين :

$W=Fd\cos\theta$ =

$200\ d\cos 180°=(-200)d$

$W=(-200)d=(-200)\times d=?$

إذا كان ارتفاع سطح الرمل مساوياً للصفر $h=0$ و إذا كانت الآنية الخزفية ستنغرس في المال إلى ما دون الصفر فإن ذلك يعني بأن الآنية الخزفية ستصل إلى ارتفاع (عمق) غير مساوٍ للصفر non-zero height الطاقة النهائية E_f (الارتفاع النهائي أو العمق النهائي) وهي تساوي الكتلة m و هي هنا 2 كيلو غرام (كتلة الفازة) ضرب تسارع السقوط الحر بتأثير الجاذبية الأرضية g وهو يساوي 9.8 ضرب الارتفاع h أي العمق الذي ستنغرس فيه الآنية الخزفية في الرمل و هو مجهول المسألة ؟ :

$(2)(9.8)(-d)=(-19.6)d$

$2\times 9.8\times(-d)=(-19.6)\times d$

لماذا الرقم 19.6- رقمٌ سالب؟

لأننا ضربناه بالمسافة السلبية d- التي ستنغرس فيها الآنية في الرمل و أياً تكن قيمتها فإن ناتج عملية الضرب سيكون رقماً سلبياً لأن ناتج ضرب عددين موجبين بعددٍ سالب هو عددٌ سالب.

لماذا المسافة d– ذات قيمةٍ سلبية؟

لأن هذه المسافة تمثل العمق الذي ستصل إليه الآنية الخزفية بعد سقوطها و بما أننا اعتبرنا سطح الرمل ممثلاً للصفر فإن هذا العمق سيكون تحت سطح الرمل أي تحت الصفر و ما تحت الصفر هو دائماً قيمةٌ سلبية.

إذاً فإن النتيجة تساوي $19.6(-d)$ أي $(-d)\times 19.6$.

السرعة الابتدائية initial speed تساوي الصفر.
الارتفاع الذي سوف تسقط منه الكرة 4 أمتار.
الطاقة الابتدائية E_i تساوي الكتلة m وهي 2 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية $g\downarrow$
و هو يساوي 9.8 متر/ثانية ضرب الارتفاع h و هو هنا أي في معادلة الطاقة الابتدائية يساوي الارتفاع الذي سقطت منه الكرة أي 4 أمتار و ليس العمق الذي ستنغرس فيه الآنية في الرمل.

$E_i = mgh = (2)(9.8)(4) = 2 \times 9.8 \times 4 = 78.4$

$W_{nc} = E_f - E_i$

العمل W (نيوتن) يساوي الطاقة النهائية E_f ناقص الطاقة الابتدائية E_i .
العمل و هو يساوي القوة أي 200 نيوتن = الطاقة النهائية E_f و هي تساوي 19.6(d-) ناقص الطاقة الابتدائية E_i و هي تساوي 78.4

$200 = -19.6 - 78.4$

$200 = -19.6d - 78.4$

$200 - (-19.6d) = 180.4d$

$-180.4d$

$-180.4d = (-78.4)$

$d = (-78.4) \div 180.4 = 0.43m$

$d = 0.43m$



مسألة

طفل كتلته 30 كيلو غرام قفز إلى ترامبولين من مسافة مترين و عندما وصل إلى الترامبولين نزل الترامبولين لمسافة نصف متر 0.50m فما هو ثابت نابض الترامبولين الفعال ؟

Effective spring constant

تصور المسألة :

الارتفاع الابتدائي الذي قفز منه الولد إلى الترامبولين : 2 متر. سطح الترامبولين يمثل الارتفاع صفر $h=0$ الارتفاع النهائي (العمق النهائي) الذي تمدد إليه الترامبولين للأسفل بعد أن قفز الولد إليه : نصف متر ، و لكن علينا الانتباه إلى أننا نعبر عن هذا الارتفاع النهائي أو العمق النهائي h_f بقيمةٍ سلبية أي -0.5 . لماذا؟

لأن سطح الترامبولين يمثل الصفر أما انخفاض سطح الترامبولين تحت تأثير ثقل الولد إلى ما دون الصفر يمثل قيمةً سلبية لأنها قيمةٌ تقع تحت الصفر.

الارتفاع الابتدائي: الارتفاع الذي قفز منه الولد $h=2m$

(سطح الترامبولين) $h=0$ ارتفاع مساوٍ للصفر

الارتفاع النهائي (العمق النهائي) h_f = -0.5 : مقدار انخساف سطح الترامبولين تحت ضغط ثقل الولد – قيمة سلبية تبلغ نصف متر.

علينا الانتباه في هذه المسألة إلى ناحيةٍ شديدة الأهمية و هي أن الارتفاع الابتدائي h_i الذي يسقط منه شيءٌ ما يماثل الطاقة الابتدائية E_i نوعاً ما.

$h_i=E_i$

الارتفاع النهائي أو العمق النهائي h_f الذي انغرس فيه ذلك الشيء بعد سقوطه يماثل نوعاً ما الطاقة النهائية E_f

$h_f=E_f$

اتجاه الثقل W نحو الأسفل ↓ لأن وزن الطفل يضغط نحو الأسفل بقوة 30 كيلو غرام هي وزن هذا الطفل.

تتم معاملة الترامبولين معاملة النابض .

القوة المطبقة على النابض قوةٌ مصونة conservative force .

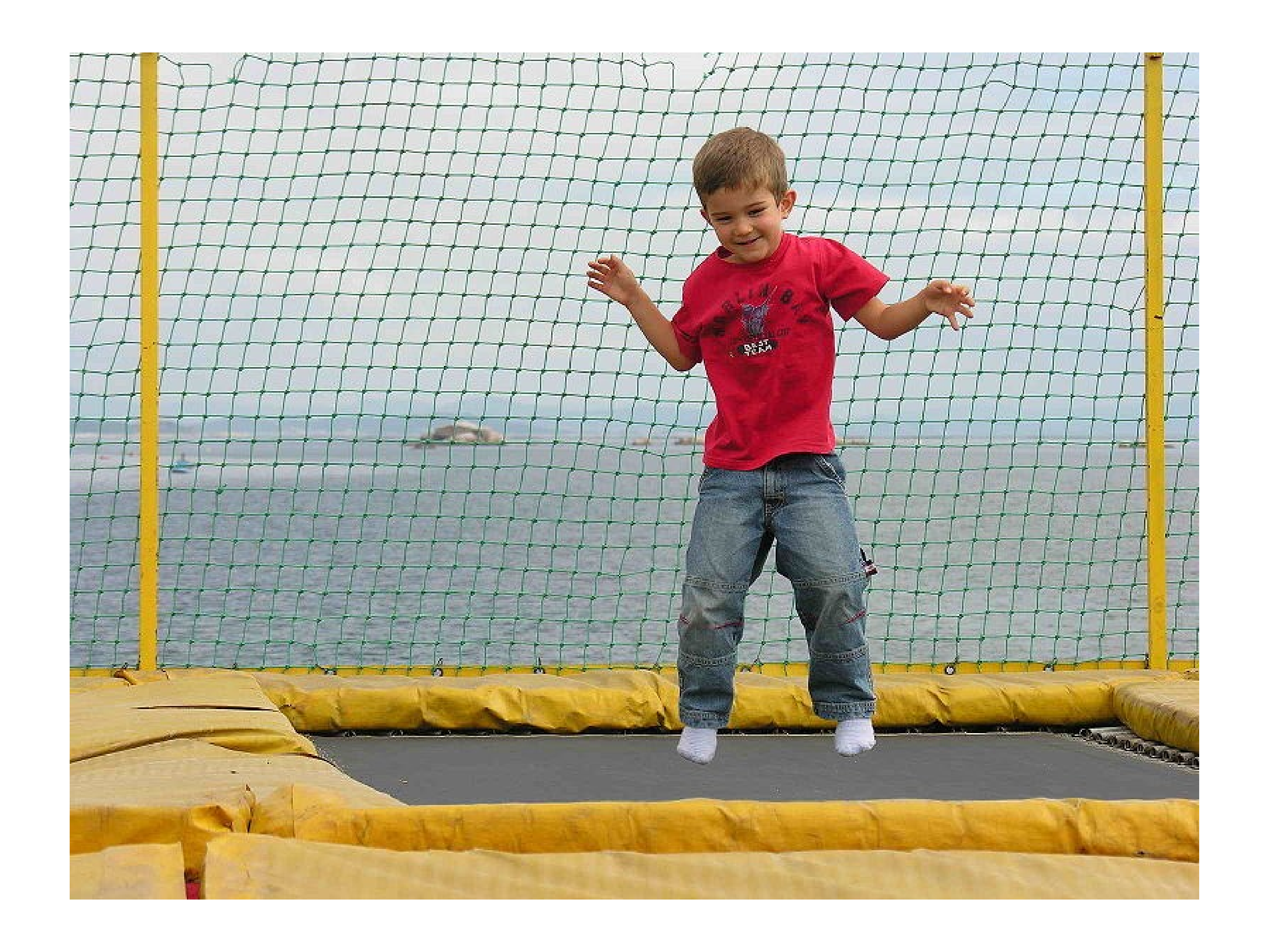
إذاً فإن القوة في هذه المسألة قوةٌ مصونة.

لا توجد في هذه المسألة قوةٌ غير مصونة non-conservative force .

البعد النهائي أو الارتفاع النهائي h_f أو الطاقة النهائية E_f يتم التوصل إليها عندما يتمدد الترامبولين نحو الأسفل بتأثير وزن الطفل و قوة سقوطه إلى أقصى درجة .

إذا اعتبرنا بأن سطح الترامبولين يساوي الصفر $h=0$ فإن هنالك ارتفاعٌ أو عمقٌ لا يساوي الصفر ذو قيمةٍ سلبية لأنه يقع تحت مستوى الصفر وهو المدى الأقصى الذي يتمدد أو ينخسف فيه سطح الترامبولين نحو الأسفل بتأثير وزن الولد و قوة السقوط و هو يساوي القيمة السلبية -0.50 سنتمتر (نصف متر)

أي أن النابض الموجود في أسفل الترامبولين ينضغط بمعدل نصف متر سلبي -0.50 .



نطبق معادلة الطاقة النهائية E_f أو البعد النهائي :

$E_f=mgh+½\,KX^2$

الطاقة النهائية أو البعد النهائي E_f يساوي الكتلة m أي كتلة الطفل أي 30 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g و هو يساوي 9.8 متر/ثانية ضرب مقدار هبوط سطح الترامبولين بعد أن سقط عليه الولد و هو قيمةٌ سلبية (تحت الصفر) مقدارها نصف متر 0.50- زائد ½ ضرب K ضرب مربع مقدار هبوط الترامبولين X^2 أي نصف متر مرفوعاً للقوة الثانية -0.50^2

$30×9.8×(-0.50)=(-147)$

$(-147)+½\,k(-0.50)^2$

$(-147)+(0.125)k$

$E_f=(-147)+(0.125)k$

إن المبدأ هو المسافة التي قفز منها الولد إلى الترامبولين و هذه المسافة تساوي مترين.
نعتبر بأن السرعة الابتدائية مهملة لأنها مجهولةٌ بالنسبة لنا.

لغاية اللحظة التي سبقت وصول قدمي الولد إلى الترامبولين كانت الطاقة الوحيدة الموجودة هي طاقة الجاذبية الكامنة gravitational potential energy
الطاقة الابتدائية E_i تساوي الكتلة أي كتلة الولد 30 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية 9.8 متر/ثانية ضرب الارتفاع h و هو المسافة التي قفز منها الولد إلى الترامبولين و هي تساوي مترين.

$$E_i=mgh=(30)(9.8)(2)=30\times9.8\times2=588$$

أي أن الطاقة الابتدائية E_i تساوي 588

العمل W يساوي الطاقة النهائية E_f ناقص الطاقة الابتدائية E_i

$$W_{nc}=E_F-E_{in}$$

كما تذكرون فقد قمنا سابقاً بحساب الطاقة النهائية وفق المعادلة التالية:
الطاقة النهائية تساوي الكتلة (كتلة الطفل أي 30 كيلو غرام) ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية 9.8 متر/ثانية ضرب الارتفاع أي مقدار انخساف الترامبولين وهو يساوي القيمة السلبية نصف متر أي 0.50- متر.

$$E_f=(-147)+(0.125)k$$

الطاقة النهائية تساوي $(-147)+(0.125)k$



تذكر دائماً : عندما نحسب الطاقة الابتدائية فإننا نستخدم الارتفاع الابتدائي أي الارتفاع الذي سقط منه شيءٌ في بداية المسألة ، أما عندما نحسب الطاقة النهائية فإننا نستخدم الارتفاع النهائي أي الارتفاع أو العمق الذي بلغه جسمٌ ما في نهاية المسألة .
في مثالنا السابق استخدمنا لحساب الطاقة الابتدائية المسافة التي قفز منها الطفل إلى الترامبولين أي مترين (بداية المسألة) أما عند قيامنا بحساب الطاقة النهائية فقد استخدمنا الارتفاع أو العمق الذي انخسف إليه الترامبولين تحت تأثير ثقل الولد أي القيمة السلبية نصف متر 0.50- .

الطاقة النهائية كما قمنا بحسابها سابقاً تساوي $(-147)+(0.125)k$ أما الطاقة الابتدائية E_{in} فإنها تساوي 588 أي أن العمل يساوي :

$$(-147)+(0.125)k-588=0$$

$$0=(-147)+0.125\times k-588$$

ننفذ عملية الجمع المعلقة بين الحدين الأول (-147) و الثاني 588- لأنهما حدين قابلين للجمع لأنهما لا يحويان أي عناصر مجهولة.
الحد الأول هو الحد السلبي 147- أما الحد الثاني فهو الحد 588 المسبوق بعلامة طرح:

$$(147-)+(588-)=(735-)$$

أي أن:

(735-)=×0.125×k

الآن إذا عكسنا عملية الضرب أي إذا قسمنا ناتج عملية الضرب على الطرف المعلوم في عملية الضرب فإننا سوف نحصل على قيمة الطرف المجهول في تلك العملية:

(735-)÷(0.125) =-5880

نتأكد من صحة عملية القسمة عن طريق ضرب الحد الأول 0.125 بناتج عملية القسمة أي[5880-]

[ٍ-735] = [5880-]×0.125

القيمة السلبية -5880 نيوتن/متر تمثل ثابت النابض spring constant.

العملية التي قمنا بها تبدو صحيحة غير أنه من الممكن أن تكون هنالك مشكلة في شارة الرقم تستوجب البحث.

في معادلات إيجاد قيمة العمل يجب أن يكون ناتج طرح الطاقة الابتدائية من الطاقة النهائية مساوياً للصفر.

الطاقة المرنة الكامنة PE

بالنسبة للترامبولين فإن سطح الترامبولين عندما يكون غير خاضعاً لأية قوة فإنه يكون مساوياً للصفر $h=0$

الارتفاع الذي يقفز منه شخصٌ ما إلى الترامبولين هو الارتفاع الأولي h_i و هي القيمة التي نقوم بحسابها باستخدام معادلة حساب الطاقة الأولية.

يدعى مستوى انخساف الترامبولين تحت تأثير وزن شخصٍ ما و قوة سقوطه بالارتفاع النهائي h_f وهي القيمة التي نقوم بحسابها باستخدام معادلة حساب الطاقة النهائية E_f .

و بما أن هذا الانخساف أو الهبوط يكون تحت الصفر على اعتبار أن سطح الترامبولين يساوي الصفر فإن قيمته تكون دائماً قيمةً سلبية و هي تقاس بالمتر و أجزائه.

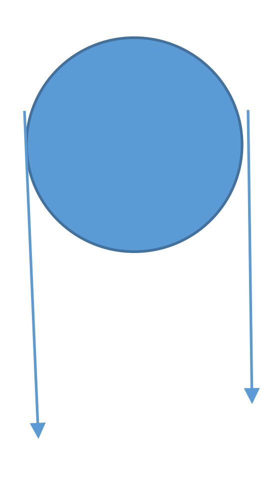
مفهوم المسافة d يعني البعد ما بين سطح الترامبولين (أي نقطة الصفر) و بين الارتفاع النهائي أو العمق النهائي أي أقصى درجة هبط أو انخسف إليها سطح الترامبولين.

النقطة التي قفز منها الولد إلى الترامبولين↓
0--------مستوى سطح الترامبولين --------------------- نقطة الصفر
منطقة الارتفاع النهائي أو العمق النهائي (منطقة ما دون الصفر) و هي منطقة ذات قيمٍ سلبية.

مسألة
ثقلين معلقين ببكرة كتلة الثقل الأول 10 كيلو غرام و كتلة الثقل الثاني 6 كيلو غرام .
ماهي سرعة الثقل الذي تبلغ كتلته 10 كيلو غرام قبل أن يصطدم بالأرض؟
القوة في هذه المسألة تعمل ضمن المنظومة و ليس عليها .
القوة التي تحفظ البكرة معلقةً عالياً بينما يتدلى الثقلين على حبلين من جانبيها هي قوةٌ غير عاملة لأن البكرة ثابتةٌ في موقعها و لذلك لا توجد قوىً غير مصونة non-conservative forces تؤثر على هذه المنظومة .
الارتفاع النهائي يقع عند النقطة التي يسبق فيها اصطدام الثقل الذي تبلغ كتلته 10 كيلو غرام الأرض.
عند نزول الثقل الذي تبلغ كتلته 10 كيلو غرام فإن الثقل الذي تبلغ كتلته 6 كيلو غرام يتحرك كذلك و يكون عند ارتفاعٍ غير مساوٍ للصفر non-zero height.
اتجاه سرعة الثقل الأقَل أي الثقل الذي تبلغ كتلته 6 كيلو غرام يكون نحو الأعلى V_1↑
اتجاه سرعة الثقل الأكبر أي الثقل الذي تبلغ كتلته 10 كيلو غرام يكون نحو الأسفل V_2↓
إن الثقلين المعلقين بالحبل و البكرة تكون سرعتهما واحدة و متساوية غير أن اتجاه حركتهما يكون متعاكساً

حيث يتحرك الثقل الأكبر نحو الأسفل ↓ بينما يتحرك الثقل الأقل نحو الأعلى ↑ .
و ما الذي يضمن أن سرعة حركة هذين الثقلين واحدة؟
لأنهما مرتبطين مع بعضهما البعض بحبلٍ واحد.
أي أن سرعة الثقل الذي تبلغ كتلته 6 كيلوغرام V_6 تساوي سرعة الثقل الذي تبلغ كتلته 10 كيلو غرام v_{10}
$V_6=v_{10}=v$
فإذا تحرك الثقل الذي تبلغ كتلته 10 كيلو غرام 40 سنتمتر مثلاً نحو الأسفل فإن الثقل الثاني الذي تبغ كتلته 40 سنتمتر سيتحرك كذلك المسافة ذاتها أي 40 سنتمتر نحو الأعلى.
إذا تحرك الثقل الذي تبلغ كتلته 10 كيلو غرام 40 سنتمتر مثلاً إلى الأسفل ↓ فيجب حتماً أن يرتفع الثقل الذي تبلغ كتلته 6 كيلو غرام 40 سنتمتر نحو الأعلى.
أي أن ارتفاع الثقل الذي تبلغ كتلته 6 كيلو غرام سيكون 80 سنتمتر أي 0.80m لأن الثقل الآخر لن يبقى ثابتاً في موقعه عندما يرتفع الثقل الأدنى.

الثقلين على سوية واحدة :



إذا تحرك الثقل الأكبر نحو الأسفل 40 سنتمتر فيجب أن يتحرك الثقل الأدنى مسافةً مماثلة نحو الأعلى:
أي أن المسافة بين الثقلين لن تكون 40 سنتمتر بل إنها ستكون 40 +40 أي 80 سنتمتر .لماذا؟
لأن الثقل الأكبر نزل للأسفل 40 سنتمتر بينما ارتفع الثقل الأدنى للأعلى 40 سنتمتر و لم يبقى في مكانه و بذلك فقد أصبح البعد بينهما 80 سنتمتر بعد أن كان البعد العمودي بينهما صفر لأنهما كانا على سويةٍ واحدة.

نستخدم معادلة حساب الطاقة النهائية E_f

$E_f=½m_6v_6^2+½×m_{10}v_{10}+m_6gh_6$

الطاقة النهائية E_f تساوي ½ ضرب كتلة الثقل 6 كيلو غرام m_6 ضرب مربع سرعة الثقل الذي تبلغ كتلته 6 كيلو غرام v_6^2 زائد ½ ضرب الكتلة البالغة 10 كيلو غرام m_{10} ضرب سرعة الكتلة البالغة 10 كيلو غرام v_{10} زائد الكتلة البالغة 6 كيلو غرام m_6 ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية أي 9.8 متر/ثانية g ضرب ارتفاع الثقل الذي تبلغ كتلته 6 كيلو غرام h_6.

$E_f=½m_6v_6^2+½×m_{10}v_{10}+m_6gh_6$

نستبدل الرموز بالأرقام المتوفرة:

$E_f=½6v_6^2+½×10v_{10}+(6)(9.8)(0.80)$

$E_f=½×6×v_6^2+½×10×v_{10}+6×9.8×0.80$

من أين أتى الرقم 0.80؟

إنه يمثل ارتفاع الثقل الذي تبلغ كتلته 6 كيلو غرام عن الأرض و ذلك بعد أن نزل الثقل الذي كتلته 10 كيلو غرام 40 سنتمتر نحو الأسفل.

$E_f=½×6×v_6^2+½×10×v_{10}+6×9.8×0.80=$

$½×6=3$

$½×10=5$

$3+5=8$

$6×9.8×0.80=47.04$

$E_f=½×6×v_6^2+½×10×v_{10}+6×9.8×0.80=$

$3×v_6^2+5×v_{10}+47.04=$

$8v^2 +47.04=$

$8×v^2 +47.04=$

إذاً فإن الطاقة النهائية تساوي $8×v^2 +47.04$

طبعاً بما أن سرعتي تحرك كلا الثقلين متساوية على اعتبار أنه كلا الثقلين مربوطين بحبلٍ واحد و يتحركان كجسمٍ واحد فإن سرعة الثقل الأول تساوي سرعة الثقل الثاني و هذا قد سهل علينا حل هذه المسألة لأننا تصرفنا على هذا الأساس عند حل المسألة.

حساب الطاقة الابتدائية E_i

البداية كانت عندما تم تحرير هذه المنظومة و قبل تلك اللحظة كان كل شيءٍ ثابتاً في مكانه لم يتحرك بعد كما أن كلا الثقلين كانا على بعد 40 سنتمتر من الأرض أي أن كلا الثقلين كانا على ارتفاعٍ واحد.

$E_i=m_6gh_6+m_{10}gh_{10}$

إن الطاقة الابتدائية E_i تساوي كتلة الثقل الذي تبلغ كتلته 6 كيلو غرام m_6 ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية g و الذي يساوي 9.8 متر/ثانية ضرب ارتفاع الثقل الذي تبلغ كتلته 6 كيلو غرام h_6 زائد كتلة الثقل الذي تبلغ كتلته 10 كيلو غرام m_{10} ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية g و الذي يساوي 9.8 متر/ثانية ضرب ارتفاع الثقل الذي تبلغ كتلته 10 كيلو غرام عن الأرض h_{10} أي 40 سنتمتر.

$E_i=m_6gh_6+m_{10}gh_{10}$

$E_i=(6)(9.8)(0.40)+10(9.8)(0.40)$

$E_i=6×9.8×0.40+10×9.8×0.40=62.72$

أي أن الطاقة النهائية E_i تساوي 62.72.



تذكر دائماً : عندما نحسب الطاقة الابتدائية فإننا نستخدم الارتفاع الابتدائي أي الارتفاع الذي سقط منه شيءٌ في بداية المسألة ، أما عندما نحسب الطاقة النهائية فإننا نستخدم الارتفاع النهائي أي الارتفاع أو العمق الذي بلغه جسمٌ ما في نهاية المسألة . في مثالنا السابق استخدمنا لحساب الطاقة الابتدائية بعد كلا الثقلين عن الأرض أي 40 سنتمتر(0.40) (بداية المسألة) أما عند قيامنا بحساب الطاقة النهائية فقد استخدمنا بعد الثقل الأدنى عن الأرض وهو 80 سنتمتر (عند نهاية المسألة).

و الآن ننتقل لحساب العمل :

إن العمل W يساوي الطاقة النهائية E_f ناقص الطاقة الابتدائية E_i

$W_{nc}=E_f-E_I$

$0=(8)V^2+47-26.72=$

$0=8\times V^2+47-26.72=$

إن معادلة العمل هي معادلة صفرية أي أن ناتجها يجب أن يكون مساوياً للصفر و هذا ما يمكننا من إيجاد مجاهيلها و ذلك بأن نطرح الطرفين الذين يحويان عنصراً مجهولاً من بعضهما البعض :

إن الطرفين القابلين للطرح من بعضهما البعض هما 47 و 26.72 فنقول :

47 ناقص 26.72 تساوي 20.28

$20.28=26.72-47$

أي أن مجهول المعادلة $(8)V^2$ أو $8V^2$ أي $8\times V^2$ يساوي 20.28

$8\times V^2=20.28$

أي أن ناتج عملية الضرب وهو الرقم 20.28 تقسيم الطرف المعلوم أي 8 سيعطينا قيمة الطرف المجهول:

$2.535=8\div20.28$ أي أن V^2 تساوي 2.535

يقول الفيزيائيون بأن بإمكاننا في مسائل الطاقة أن نضيف كل ألإحداثيات المتوفرة لدينا إلى بعضها البعض.



مسألة :
ماهي الطاقة اللازمة لرفع مصعدٍ كهربائي يبلغ وزنه مع حمولته القصوى من الركاب و أمتعتهم طن (1000 كيلو غرام) مسافة 10 أمتار خلال 8 ثواني؟
Elevator

تحليل المسألة :
بما أن التي نتحدث عنها أي منظومة المصعد الكهربائي و حمولته فإن القوة المطبقة عليها هي قوةٌ خارجية أي أنها قوةٌ تقع خارج المنظومة أي أنها قوةٌ غير مصونة non-conservative force.

في هذه المسألة إذا قررنا أن يكون الارتفاع الابتدائي أو الارتفاع الأولي initial height مساوٍ للصفر $h=0$ عندها فإن النوع الوحيد من الطاقة الممكنة هي الطاقة الحركية kinetic energy و التي معادلتها :

$E_{f=}½mv^2+mgh$

الطاقة النهائية E_f (تتضمن الارتفاع النهائي) تساوي ½ ضرب الكتلة m ضرب مربع السرعة v^2 زائد الكتلة m ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g أي 9.8 ضرب الارتفاع النهائي h.

$W=½mv^2+mgh-½mv^2=mgh$

العمل W يساوي ½ ضرب الكتلة m ضرب مربع السرعة v^2 زائد الكتلة m ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g وهو يساوي 9.8 ضرب الارتفاع h ناقص ½ ضرب الكتلة m ضرب مربع السرعة v^2 يساوي الكتلة m ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g أي 9.8 متر/ثانية ضرب الارتفاع h.

ما يهمنا في معادلة العمل السابقة أن العمل W يساوي كذلك mgh :

$$W = mgh$$

أي أن العمل W يساوي الكتلة m ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g أي 9.8 متر/ثانية ضرب الارتفاع h.

$$mgh=(1000)(9.8)(10^2)$$

$$mgh=1000\times9.8\times10^2$$

العمل W يساوي الكتلة m و هي هنا كتلة المصعد الكهربائي أي 1000 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g أي 9.8 متر/ثانية ضرب الارتفاع h 10 متر

$$mgh=1000\times9.8\times10^2=98,000\ j$$

$$W =98,000\ j$$

أي أن العمل يساوي 98,000 جول.

الآن بعد أن تمكنا من حساب العمل أصبح بإمكاننا حساب الاستطاعة لأن الاستطاعة تساوي العمل/الزمن :

$$P=w/t$$

العمل يساوي 98,000 و الزمن المطلوب في المسألة يبلغ 8 ثواني إذاً فإن :

98,000÷8 =12250 وات

$$P=12250w$$

الاستطاعة تساوي 12250 وات .

إذاً فإن الاستطاعة اللازمة لرفع مصعدٍ وزنه 1000 كيلو غرام مسافة 10 أمتار خلال 8 ثواني هي 12250 وات.

وهو المطلوب

في المسألة السابقة :

اتجاه القوة F نحو الأعلى ↑.

الارتفاع الأدنى أو الارتفاع الأولي 0 متر.

الارتفاع الأقصى 10 أمتار.

المسافة d هي البعد ما بين الارتفاع الأولي صفر و الارتفاع النهائي 10 أمتار.



مسألة استطاعة ثانية:

ماهي الاستطاعة أو القوة التي يتطلبها صعود عربة وزنها 800 كيلو غرام إلى هضبةٍ مائلة بزاويةٍ قدرها 30 درجة نحو الأفق بسرعةٍ ثابتة مقدارها 10 متر/ثانية؟

الطاقة النهائية (الموقع النهائي)

$E_f=½mv^2+mgh$

الطاقة النهائية E_f تساوي ½ضرب الكتلة m ضرب مربع السرعة v^2 زائد الكتلة m ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g وهو يبلغ 9.8 متر/ثانية ضرب الارتفاع h.

نفترض بأن هذه العربة بدأت التحرك من ارتفاعٍ يساوي الصفر h=0

الطاقة الابتدائية E_i (الموقع الابتدائي)

معادلة الطاقة الابتدائية:

$E_i=½mv^2$

الطاقة الابتدائية E_i تساوي ½ضرب الكتلة m ضرب مربع السرعة v^2.

العمل W_{nc}يساوي الطاقة النهائية E_f ناقص الطاقة الابتدائية E_i.

العمل W يساوي الكتلة mضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبيةg ضرب الارتفاعh.

W=mgh

الاستطاعةP تساوي الكتلة mضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبيةg ضرب الارتفاعh تقسيم الزمن t .

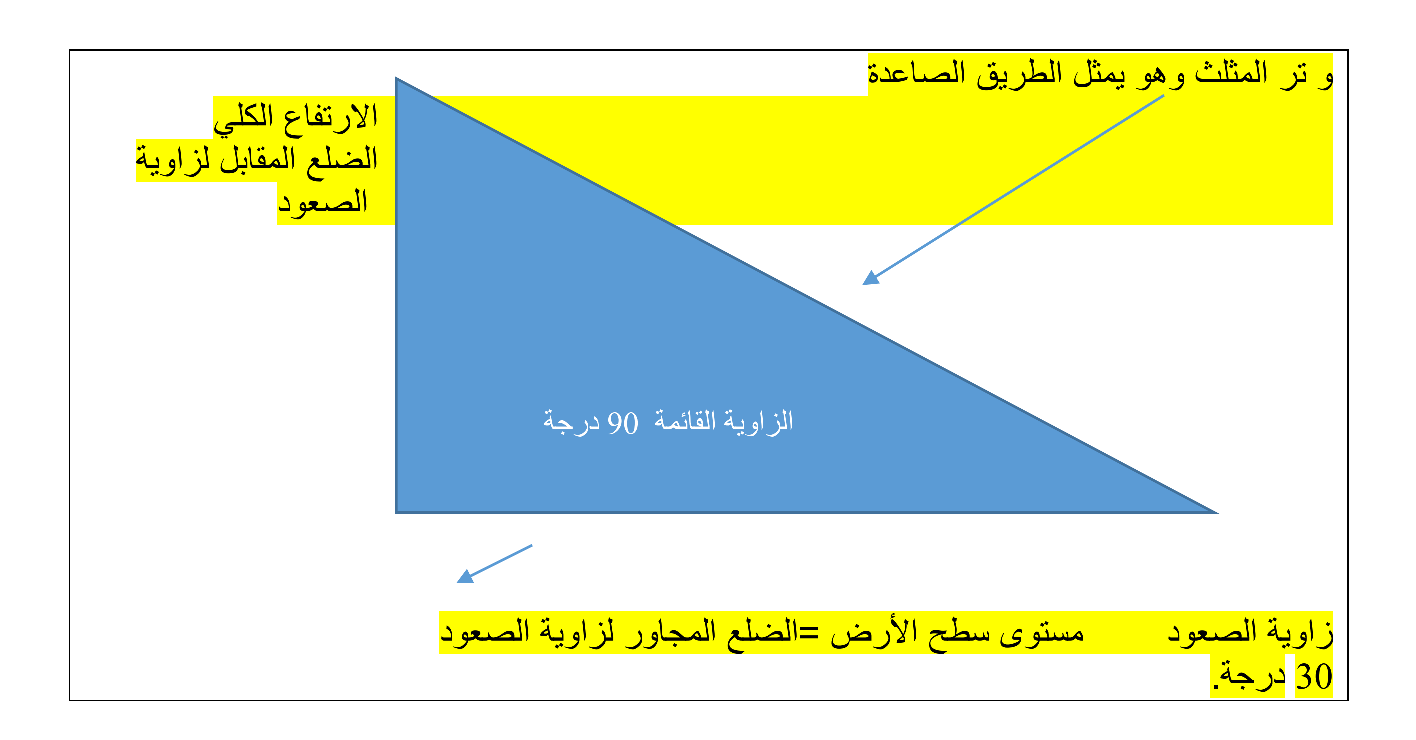
P=mgh/t

و ببساطةٍ أكبر و بما أن العمل يساوي mgh فإن الاستطاعة تساوي العمل تقسيم الزمن.

P=mgh/t

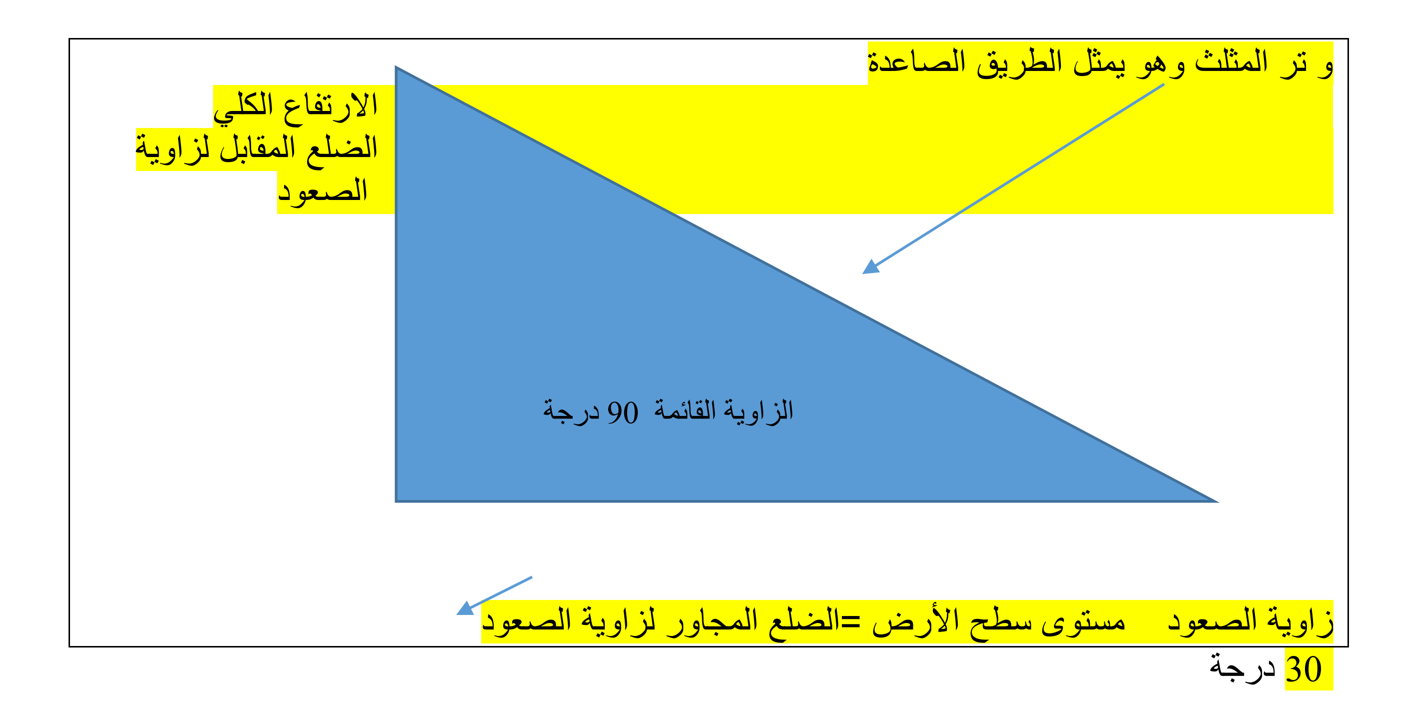
إن الاستطاعةP اللازمة تساوي الكتلة m أي كتلة العربة وهي 800 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية 9.8 متر/ثانية ضرب الارتفاع h (مجهول؟) تقسيم الزمنt (مجهول؟)
هل وصلنا بمجهولين اثنين إلى طريقٍ مسدود في حل هذه المسألة؟

أصبح لدينا في هذه المسألة مجهولين اثنين و هما الزمن و الارتفاع .
لإيجاد هذين المجهولين فإننا نستخدم النسب و القياسات المثلثية و لذلك فإننا نتخيل هذه المسألة على صورة مثلثٍ قائم الزاوية :
و تر المثلث القائم الزاوية هو أطول أضلاعه كما أنه الضلع الوحيد المائل فيه و هو يمثل الطريق الصاعدة المائلة نحو الأعلى التي صعدت عليها هذه السيارة.
نقطة الانطلاق التي تقع عند بداية وتر المثلث أو بداية الطريق الصاعدة هي زاوية الصعود 30 درجة.
نقطة النهاية تقع عند نهاية وتر المثلث أي أنها تقع في نهاية وتر المثلث.
اتجاه السرعة و يمثله سهمٌ مائلٌ نحو الأعلى بزاوية 30 درجة هي زاوية الصعود v↗
زاوية الصعود و قدرها 30 درجة ، و هي تقع ما بين و تر المثلث(الطريق الصاعدة) و الضلع المجاور لزاوية الصعود (أي مستوى سطح الأرض).
الارتفاع أي مقدار صعود السيارة و يمثله الضلع المقابل لزاوية الصعود أي الضلع المقابل للزاوية 30 درجة.



ما هي النسبة المثلثية التي سوف نستخدمها هنا؟
إننا سوف نستخدم هنا نسبة الجيب لأنها نسبة الوتر إلى الضلع المقابل و كلاهما مجهولين بالنسبة لنا و مطلوبٌ منا حسابهما : فوتر المثلث يمثل المسافة التي قطعتها السيارة صعوداً أي طول الطريق الصاعدة أما الضلع المقابل لزاوية الصعود 30 درجة فإنه يمثل مقدار الارتفاع الذي صعدت إليه العربة ابتداءً من نقطة الصفر و بالطبع فإن لدينا زاوية معلومة وهي زاوية الصعود و مقدارها 30 درجة.
إن النسبة ما بين الضلع المقابل و الوتر أي نسبة المسافة المقطوعة إلى الارتفاع تساوي جيب الزاوية 30 درجة :
$h/d=\sin 30°$

السرعة تساوي المسافة المقطوعة d تقسيم الزمن.
و بالطبع فإن السرعة تساوي المساقة المقطوعة على الزمن فنقول بأن سرعة السيارة مثلاً 90 كيلو متر في الساعة إذ لا يمكن قياس السرعة إلا بوجود هذين العاملين :المسافة و الزمن.



$h=d \sin 30°$
الارتفاع h يساوي المسافة d جيب 30 درجة.
أي أن الضلع المقابل للزاوية 30 درجة يساوي طول الوتر d ضرب جيب الزاوية 30 درجة.

إذاً فإن مطلوب المسألة، أي الاستطاعة المطلوبة لدفع السيارة P تساوي:

$P=7840\ h/t$

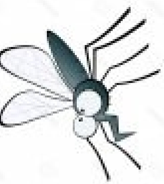
الاستطاعةP تساوي 7840 ضرب الارتفاع h تقسيم الزمنt .

و كما تعلمون فإن الارتفاع أي الضلع المقابل للزاوية 30 درجة و فقاً لحساب الجيب يساوي الوتر ضرب جيب الزاوية 30 درجة.

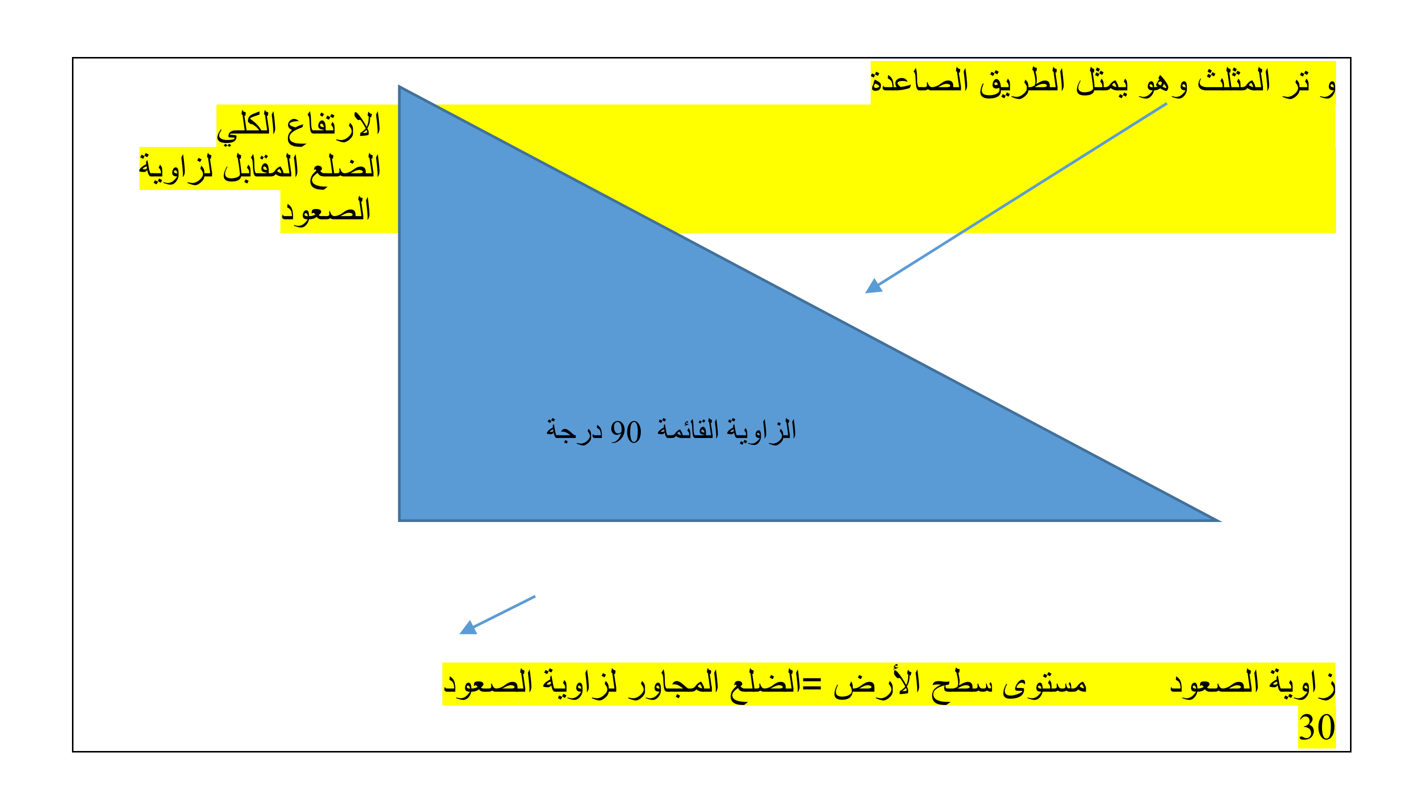
$h=d\sin 30$

و هذا يعني بأن الاستطاعة تساوي :

$P=7840(d\sin 30)/t$



طبعاً إذا كان لدينا قياس زاوية معلوم و قياس ضلعين مجهولين فإن بإمكاننا عن طريق استخدام القياسات و النسب المثلثية أن نعرق النسبة بين طولي هذين الضلعين ،غير أنه من المستحيل أن نعرف من خلال قياس زاوية معلومة طولي ضلعين مجهولين.



الجيب يساوي طول الوتر/طول الضلع المقابل للزاوية (زاوية الصعود 30 درجة).
الوتر d هو مسار الصعود أي الطريق المائلة التي تصعد عليها السيارة ، أي المسافة المائلة التي قطعتها أو التي سوف تقطعها السيارة.
الضلع المقابل لزاوية الصعود 30 درجة هو الارتفاع و هو يمثل المسافة العمودية التي صعدت إليها السيارة ابتداءً من بداية زاوية الصعود وصولاً إلى آخر الطريق الصاعدة أي وتر المثلث.
الارتفاع أي الضلع المقابل للزاوية 30 درجة يساوي طول الوتر ضرب جيب الزاوية :

$h=d \sin 30°$

الاستطاعة تساوي :

$P=7840h/t$

$P=7840\times h\div t$

$7840\times(d \sin 30)/t$

نتذكر سوياً بأن الاستطاعة أو القوةP تساوي الكتلةm (كتلة السيارة 800 كيلو غرام) ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية 9.8 =7840ضرب الارتفاعh(مجهول) تقسيم الزمن(مجهول؟)
طبعنا فإننا قد استعضنا عن الارتفاع المجهول بالعلاقة التي يحسب فيها الارتفاع أو الضلع المقابل لزاوية الصعود (d sin 30) لأننا لو كنا نعرف قيمة الوتر d أي المسافة الصاعدة التي قطعتها السيارة لكنا استطعنا معرفة الارتفاع أي الضلع المقابل لزاوية الصعود و بالطبع فإنه من المنطقي لو أنك عرفت المسافة التي قطعتها صعوداً و زاوية الصعود فإنك ستعرف الارتفاع الذي صعدت إليه أي الضلع المقابل لزاوية الصعود و لكننا و للأسف الشديد لا نعلم ذلك .
الآن ، هل وصلنا في هذه المسألة إلى طريقٍ مسدود هذه نهايتها:

$7840\times(d \sin 30)/t$

$P=7840\times(d \sin 30°)/t$

كما ترون فإن لدينا في المعادلة السابقة مجهولين اثنين و هما المسافة d أي وتر المثلث أو الطريق الصاعدة أو المسافة التي قطعتها السيارة و المجهول الثاني هو الزمن t فإذا تمكنا من إزاحتهما لتصبح بينهما علاقة قسمة d/t أي المسافة على الزمن أو المسافة تقسيم الزمن فإن بإمكاننا أن نستبدلهما بمعلوم لأن المسافة/الزمن تساوي السرعة أي أن المسافة تقسيم الزمن تساوي السرعة :

$V=d/t$

لأن السرعة معلومة لدينا و هي 10 متر/ثانية أي 10 متر في الثانية فتصبح لدينا بدلاً من المعادلة :

$P=7840\times(d \sin 30°)/t$

المعادلة التالية:

$P=7840\times(\sin 30°) d /t$

$P=7840\times(\sin 30°) \times d /t$

و بما أن المسافة على الزمن أي d /t تساوي السرعة فإن :

$P=7840\times(\sin 30°)v$

$P=7840\times(\sin 30°)\times v$

أي أننا استبدلنا علاقة المسافة تقسيم الزمنd/t بالسرعة v

و بما أن السرعة أي سرعة السيارة هي 10 متر/ثانية فإن بإمكاننا أن نستبدل السرعةv بالرقم 10 :

$P=7840\times(\sin 30°)10$

$P=7840\times(\sin 30°)\times 10$

$P=7840\times(\sin 30°)\times 10=39200w$

أي أن الاستطاعة الازمة لتحريك هذه السيارة تساوي 39200 وات .

و هو المطلوب.



حيلة رياضية

كيف استطعنا أن نغير مواقع المتغيرين المجهولين السابقين مع المحافظة على صحة النتيجة؟

في مثل هذه الحالة علينا أن نقوم بتبسيط المعادلة وذلك بإحلال أعداد بسيطة مكان مجاهيلها ثم نجرب تتغير النتيجة إذا قمنا بتبديل مواقع حدودها .

مثال:

$P=10\ d\sin 3/t$

$P=10\times d\sin 3/t$

نفترض بأن كل مجهولٍ في المعادلة يساوي قيمةً بسيطة نحددها نحن كما نشاء:

$P=1.5$

$d=6$

$t=2$

نحسب نتيجة المعادلة عندما تكون عناصرها جميعاً في مواقعها الأصلية.

$P=10\times d\sin 3/2=1.5$

$P=10\times 6\sin 3/2=1.5$

الآن سنقوم بتبديل مواقع الأطراف بحيث تصبح لدينا العلاقة d/t أي المسافة/الزمن

أي 2/6

$P=10\sin 3\ d/t$

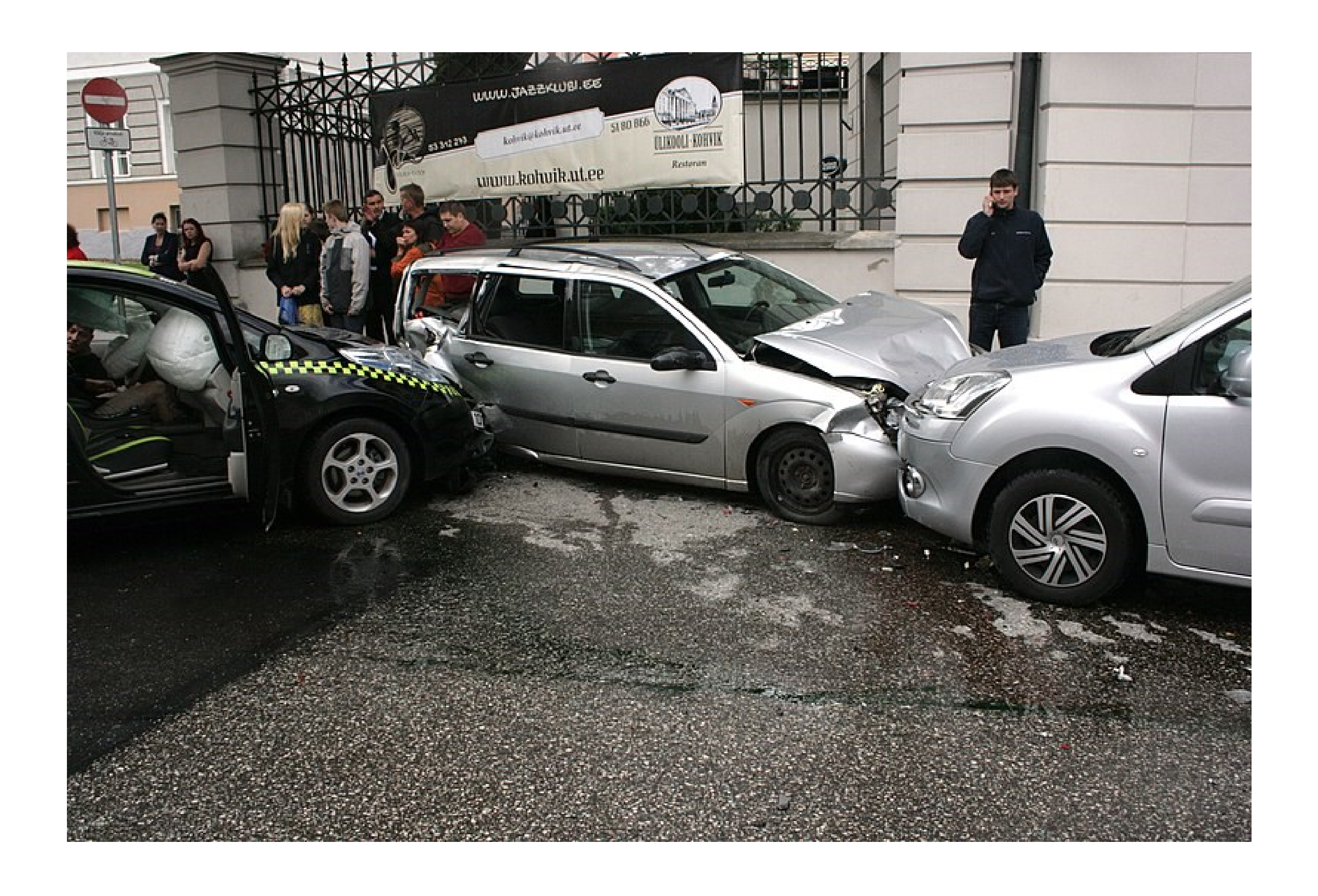
$P=10\times\sin 3\times d/t$

$P=10\times\sin 3\times 6/2=1.5$

النتيجة واحدة 1.5إذاً يمكننا أن نحرك مواقع العناصر المجهولة في هذه المعادلة دون أن تتغير نتيجتها.

القوى غير المصونة non-conservative forces لا تتضمن طاقاتٍ كامنة potential energies مرتبطةً بها.
القوة غير المصونة لا تتضمن طاقاتٍ كامنة.
العزم momentum
العزم مثل الطاقة غير أنه ليس هنالك عزمٌ كامن potential momentum و لذلك فإن العزم يتعلق فقط بالحركة.

القوة المركزية الجاذبة centripetal acceleration : هي القوة التي تجذب الجسم نحو المركز و هي القوة التي تبقي القمر الصناعي في مدارٍ إهليلجي(بيضاوي) .
الجول joule : الجول هو وحدة قياس الطاقة الكهربائية و التي تعادل العمل الذي يتم إنجازه عندما يمر تيارٌ قدره أمبير واحد عبر مقاومة مقدارها واحد أوم .
العزم **Momentum :** العزم هو قوة الحركة و هو ناتج ضرب كتلة الجسم في سرعته .
علم الحركة kinematics : هو أحد فروع الرياضيات و هو فرعٌ يختص بدراسة الحركة دون اعتبارٍ لقوة أو الكتلة.
الريديان radian (الزاوية النصف قطرية).
القوة التدويرية (العزم التدويري) Torque : تقاس القوة التدويرية بوحدة نيوتن/ متر.
القوة التدويرية أو العزم التدويري Torque تساوي القوة المطبقة على ذراع الرافعة ضرب بعد نقطة تأثير تلك القوة عن المرتكز fulcrum.
مثال قوة مقدارها 3 نيوتن تؤثر على بعد مترين من المرتكز fulcrum تنتج العزم التدويري أو القوة التدويرية ذاتها التي تنتجها قوة مقدارها واحد نيوتن تؤثر على بعد 6 أمتار عن المرتكز مفترضين بأن القوة تشكل زاويةً قائمة 90° درجة مع ذراع الرافعة.
$T=r\times F$
العطالة(القصور الذاتي) inertia : العطالة أو القصور الذاتي هي إحدى خصائص المادة التي تُظهر مقاومةً ضد تغير الحركة.
عن العطالة هي ميل الجسم للحفاظ على حالة السكون أو الحركة المتجانسى مالم يتعرض لقوةٍ خارجية.
قوة العطالة Moment of inertia : قوة العطالة هي درجة مقاومة الجسم للدوران الزاوي Angular acceleration – كلما كان مركز المادة أكثر بعداً عن مركز الجسم centroid كانت قوة العطالة أكبر و لهذا السبب فإن المتزلج على الجليد حتى يقلل من سرعة دورانه (الدوران الزاوية) فإنه ينشر يديه على جانبي جسمه و إذا أراد أن يزيد من سرعة دورانه فإنه يقرب يديه من جسده.
يتم قياس السرعة الزاوية Angular velocity بالريديان في الثانية المربعة rad/s^2
.Radian per second squared
يرمز للتسارع الزاوي بالحرف (ألفا) α.



WWW.JAZZKLUBI.EE
kohvik@kohvik.ut.ee
51 80 866
ÜLIKOOLI · KOHVIK
Restoran
www.kohvik.ut.ee



مسألة :

سيارة أ وزنها 800 كيلو غرام تتحرك بسرعة 25 متر/ثانية توقفت عن الحركة على إثر اصطدامها في الثانية0.50 مع سيارة ب أتت من الاتجاه المعاكس.

ماهي القوة التي أثرت بها السيارة أ على السيارة ب حتى تسببت بتوقفها عن الحركة.

وزن السيارة 800 كيلو غرام –السرعة 25 متر/ثانية.

تم الاصطدام و حدث التوقف في الثانية 0.50 .

زمن البدء t_i =0 ثانية .

زمن الانتهاء من الاصطدام t_f 0.60 ثانية.

السرعة الابتدائية V_i=25 m/s

السرعة النهائية صفر متر/ثانية V_f =0 m/s

زمن البدء بالاصطدام t_i صفر ثانية.

زمن انتهاء الاصطدام t_f 0.60 ثانية أي أن الاصطدام قد استغرق 0.60 ثانية.

السرعة الابتدائية V_i أي السرعة قبل حدوث الاصطدام 25 متر/ثانية.

السرعة النهائية V_f أي السرعة بعد حدوث الاصطدام تساوي الصفر.

$J=\Delta p=F_t=mV_f-mV_i$

$J=\Delta p=F(0.50)=800(0)-800(25)$

قوة الاصطدام F (مجهول) ضرب الزمن$_t$ (0.50)تساوي الكتلةm (أي كتلة السيارة) 800 كيلو غرام ضرب السرعة النهائيةV_f (صفر) ناقص الكتلةm أي كتلة السيارة 800 كيلو غرام ضرب السرعة الابتدائية V_i 25 متر/ثانية.

$J=\Delta p=F\times0.50=800\times0-800\times25$

m الكتلة(أي كتلة السيارة) 800 كيلو غرام.

$_t$ الزمن 0.50 ثانية.

V_f السرعة النهائية (صفر).

V_i السرعة الابتدائية 25 متر/ثانية.

I=initial بدائي

F=final نهائي

---

mV_i

الكتلةm أي كتلة السيارة 800 كيلو غرام ضرب السرعة الابتدائيةV_i 25 متر/ثانية =20000

mV_f

الكتلة mأي كتلة السيارة 800 كيلو غرام ضرب السرعة النهائية V_f أي صفر =صفر

mV_f-mV_i

الكتلةm أي كتلة السيارة 800 كيلو غرام ضرب السرعة النهائية V_i أي صفر =صفر ناقص الكتلةm أي كتلة السيارة 800 كيلو غرام ضرب السرعة الابتدائيةV_i 25 متر/ثانية =20000

صفر ناقص الرقم السلبي 20000 = الرقم السلبي -20000 .

فنحصل على عملية الضرب التالية:

$F(0.50)=(-20000)$

$F\times0.50=(-20000)$

أصبحت لدينا عملية ضرب تحوي عنصراً مجهولاً ــلمعرفة قيمة العنصر المجهول فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب أي أننا نقسم ناتج عملية الضرب على الحد المعلوم.

الآن لمعرفة قيمة المجهول F فإننا نقسم ناتج عملية الضرب على العنصر المعلوم في عملية الضرب أي 0.50 فنقول:

$(-20,000)\div0.5=(-40,000)$

الرقم السلبي -20,000 تقسيم 0.5 يساوي الرقم السلبي -40,000

(20,000-)=(40,000-)×0.5

أي أن مجهول المعادلة و هو القوة F هو الرقم السلبي (-40,000)

$F=(-40,000)N$

القوة تساوي ناقص 40,000 نيوتن وهو المطلوب.

النتيجة سلبية لأن العزم عبارة عن متجه (سهم) يشير هنا إلى الاتجاه المعاكس لاتجاه السرعة الابتدائية لأنه يمثل قوة الاصطدام المعاكسة:

→←

مسألة :
سيارة أ تبلغ كتلتها 4000 كيلو غرام تسير بسرعة 20 متر/ثانية اصطدمت بسيارة ب تبلغ كتلتها 2000 كيلو غرام تسير بسرعة 30 متر/ثانية، و بعد الاصطدام علقت السيارتين ببعضهما البعض حتى أصبحتا كتلةً واحدة .
المطلوب:
في أي اتجاه و بأية سرعة ستتحرك كلتا هاتين السيارتين بعد حدوث الاصطدام؟

تحليل المسألة:
السيارة الأولى أ تبلغ كتلتها 4000 كيلو غرام و تبلغ سرعتها 20 متر/ثانية.
السيارة الثانية ب تبلغ كتلتها 2000 كيلو غرام و تبلغ سرعتها 30 متر/ثانية.
في المسألة السابقة التي مرت معنا كنا نعلم كتلة و سرعة سيارة واحدة من السيارتين أما في هذه المسألة فإننا نعرف كتلتي كلا السيارتين كما أننا نعرف سرعتهما الابتدائية التي سبقت حدوث الاصطدام و لكننا لا تعرف زمن الاصطدام ولا قوته.
المنظومة في هذه المسألة تمثلها كلتا السيارتين.
تتجه هاتين السيارتين في اتجاهين متعاكسين نحو بعضهما البعض →←
A→←B
سنفترض بأن السرعة الابتدائية initial velocity للسيارة الأولى موجبة + بينما سنفترض بأن السرعة الابتدائية للسيارة الثانية ب سلبية -
استغرق الاصطدام زمناً ضئيلاً للغاية و لذلك فإن الدفعة الناتجة عن الاحتكاك و القوى الخارجية الأخرى ضئيلةٌ للغاية.
العزم الابتدائي=العزم النهائي
$(4000)(20)+(2000)(-30)=4000V_{f1}+2000V_{f2}$

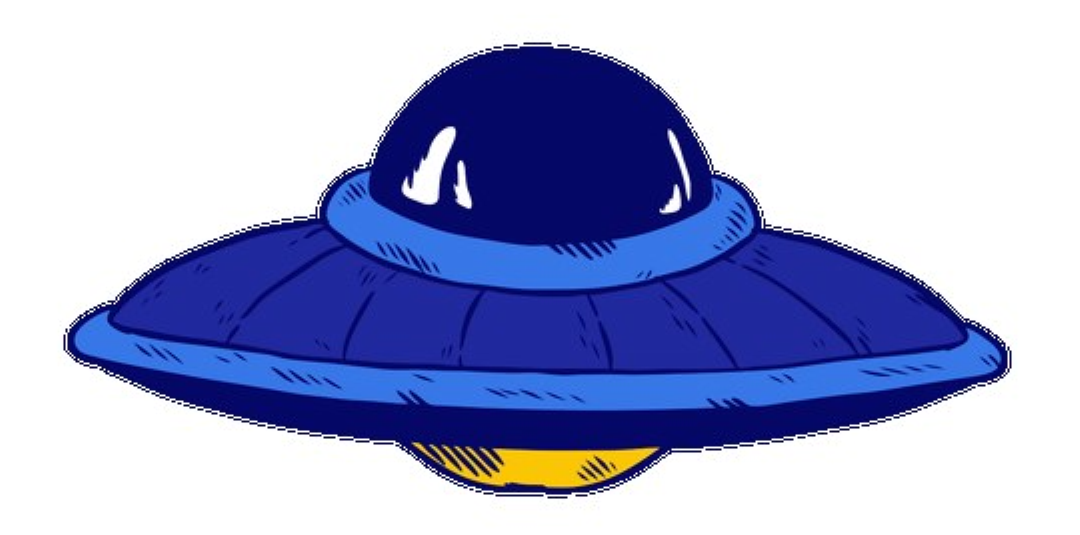
لاحظ أننا اعتبرنا سرعة السيارة الثانية ب الابتدائية ذات قيمةٍ سلبية(-30) .
هنالك سرعةٌ نهائيةٌ V_f واحدة فقط لأن هاتين السيارتين تتحركان سوياً ككتلةٍ واحدة باتجاهٍ واحد بعد حدوث الاصطدام
$4000\times20+2000\times(-30)=4000\times V_{f2}+2000$
4000 كيلو غرام تمثل كتلة السيارة الأولى.
20 متر/ثانية تمثل سرعة السيارة الأولى.
V_{f2} تمثل السرعة النهائية للسيارة الثانية.
الطاقة الابتدائية=الطاقة النهائية
$4000\times20+2000\times(-30)=4000\times V_{f1}+2000\times V_{f2}$
كتلة السيارة الأولى 4000 كيلو غرام ×سرعتها الابتدائية أي 20 متر/ثانية زائد كتلة السيارة الثانية أي 2000 كيلو غرام ضرب سرعتها الابتدائية (القيمة السلبية -30) متر/ثانية تساوي كتلة السيارة الأولى أي 4000 كيلو غرام ضرب سرعتها النهائية V_{f1} (مجهولة؟) زائد كتلة السيارة الثانية أي 2000 كيلو غرام ضرب سرعتها النهائيةV_{f2} (مجهولة).
$(4000)(20)+(2000)(-30)=4000V_{f1}+2000V_{f2}$



هنالك سرعةٌ نهائية واحدة بعد التحام السيارتين ببعضهما البعض بعد حدوث الاصطدام و التصاقهما ببعضهما البعض و تحركهما ككتلةٍ واحدة .

ننفذ العمليات الرياضية المعلقة القابلة للتنفيذ في المعادلة السابقة:
كتلة السيارة الأولى 4000 كيلو غرام ×سرعتها الابتدائية أي 20متر/ثانية تساوي 4000 ×20=80000
+كتلة السيارة الثانية أي 2000 كيلو غرام×سرعتها الابتدائية السلبية أي (-30)تساوي2000 ×(-30)=القيمة السلبية(-60000)
الآن :
80,000+(-60,000)=20000
$20000=4000V_f+20000V_f$
$20000=60000V_f$
أصبحت لدينا عملية ضرب:
$20000=60000\times V_f$
تحوي عنصرٌ مجهول وهو السرعة النهائية V_f و لمعرفة قيمة هذا المجهول فإننا نقسم نتيجة عملية الضرب أي 20000 على الطرف المعلوم من عملية الضرب أي 6000 فنحصل على قيمة المجهول أي السرعة النهائية V_f :
20000÷60000=
3.3333333333333333333333333333

نتأكد من صحة العملية أي أننا نعكس عملية القسمة إلى عملية ضرب:
6000=20000×3.3
أي أن السرعة النهائية V_f هي قيمةٌ موجبة تساوي 3.3 متر/ثانية اتجاه حركتها يوافق اتجاه حركة السيارة الأولى لأن سرعتها موجبةٌ كذلك.



مسألة :

مركبة فضائية وزنها 6000 كيلو غرام و تتحرك بسرعة 40 متر/ثانية أطلقت صاروخاً وزنه 300 كيلو غرام بشكلٍ أفقيٍ مستقيم للأمام و بسرعة 50 متر/ثانية بالنسبة للأرض.

المطلوب:

كم كانت سرعة تلك المركبة مباشرةً بعد أن أطلقت ذلك الصاروخ؟

تحليل المسألة:

هذه المسألة معاكسةٌ تماماً لمسائل الاصطدام .

قامت المركبة بإطلاق الصاروخ للأمام بسرعة 50 متر/ثانية.

سرعة المركبة بعد إطلاق الصاروخ مجهولة.

المنظومة هنا تتألف من كلٍ من المركبة الفضائية و الصاروخ.

كتلة المركبة 6000 كيلو غرام ضرب سرعتها أي 40 متر/ثانية +كتلة الصاروخ أي 300 كيلو غرام ×سرعة الصاروخ أي 50 متر/ثانية =كتلة المركبة6000 كيلو غرام ضرب السرعة النهائية V_f +كتلة الصاروخ أي 300 كيلو غرام × سرعة الصاروخ أي 50 متر/ثانية .

ننفذ العمليات الرقمية المعلقة:

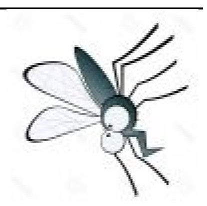
$(300)(50)=300\times50=15000$

$$240000+15000=6000V_f+(300)(50)$$
$$240000+15000=255000$$
$$300\times50=15000$$
$$255000=6000V_f+15000$$
بعد أن قمنا بتنفيذ جميع عمليات الضرب و الجمع المعلقة أصبح لدينا عملية جمع يحتوي أحد طرفيها على عنصرٍ مجهول V_f (السرعة النهائية)

لمعرفةً قيمة العنصر المجهول نقوم بطرح المعلوم 15000 من النتيجة :
$$255000-15000=240000$$
أي أن $6000\ V_f$ تساوي 240000

أصبحت لدينا عملية ضرب تحوي عنصراً مجهولاً هو السرعة النهائية V_f مطلوب المسألة.
$$6000\times V_f=420000$$
لمعرفة الحد المجهول في عملية الضرب فإننا نقسم النتيجة 240000على الحد المعلوم 6000 :
$$240000/6000=40$$
$$240000\div6000=40$$
أي أن السرعة النهائية V_f تساوي 40 متر /ثانية.
$$V_f=40\ ms$$
و هو المطلوب.

أي أن سرعة المركبة الطائرة قد بقيت على حالها بعد قيامها بإطلاق الصاروخ نحو الأمام.



إن مسائل الاصطدام التي مرت معنا سابقاً مثل مسألة اصطدام سيارتين ببعضهما البعض هي مسائل اصطدام غير مرن inelastic collisions حيث يلتصق الجسمين المصطدمين ببعضهما البعض بعد حدوث الاصطدام و يحدث انفجارٌ أو ارتداد.

بالنسبة للاصطدام غير المرن فإن إجمالي الطاقة الحركية للمنظومة يكون أدنى بعد حدوث الاصطدام مما كان عليه قبل حدوث الاصطدام لأن جزءاً من تلك الطاقة الحركية يضيع على شكل طاقةٍ تدميريةٍ هدامة تتسبب في تحطيم و تدمير الأجسام بعد اصطدامها ببعضها البعض.

و بالنسبة للانفجارات فإن إجمالي الطاقة الحركية للمنظومة عادةً ما يصبح أكبر بعد حدوث الانفجار مما كان عليه قبل حدوث الاصطدام لأن الانفجار يستنفذ مصدر الطاقة.

أما بالنسبة للاصطدام المرن فإن الطاقة الحركية في المنظومة تبقى على حالها قبل و بعد حدوث الاصطدام كما هي حال الكرة المطاطية التي ترتد بعد اصطدامها بسطح ما.

إن معظم عمليات التصادم في الطبيعة هي جزئياً على الأقل غير مرنة حتى و إن لم تلتصق الاجسام المتصادمة ببعضها بعد الاصطدام و بالنسبة للاصطدام المرن فإننا و بالإضافة لاستخدام حسابات العزم فإن الطاقة الحركية قبل و بعد عملية الاصطدام تبقى على حالها دون تغيير.

في حالات الاصطدام المرن فإن الطاقة الحركية قبل حدوث التصادم تساوي الطاقة الحركية بعد حدوث التصادم.

معادلة الطاقة الحركية:

سرعة الجسم الأول الابتدائية V_{1i}+ سرعة الجسم الأول النهائية V_{1f} تساوي سرعة الجسم الثاني الابتدائية V_{2i} +سرعة الجسم الثاني النهائية V_{2f}

$V_{1i}+V_{1f}=V_{2i}+V_{2f}$

في حال لم تذكر المسألة ما إذا كان الاصطدام مرناً أو لم يكن كذلك فإننا نفترض بأن ذلك الاصطدام هو اصطدامٌ مرن.

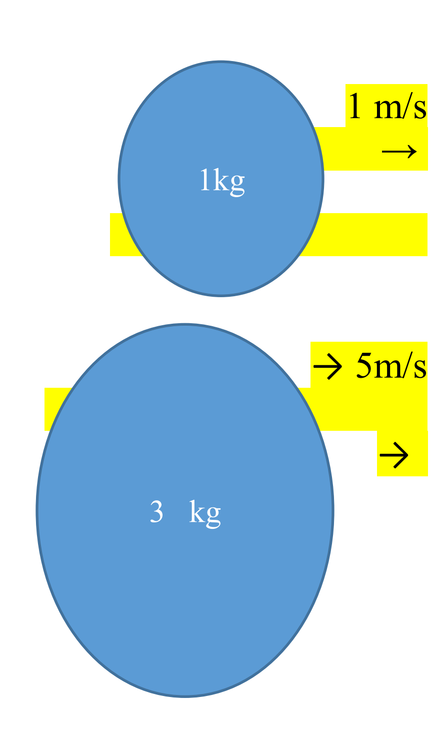
Elastic collision اصطدام مرن

Inelastic collision اصطدامٌ غير مرن

مسألة:

كرةٌ وزنها 1 كيلو غرام تتحرك نحو الجهة اليمنى بسرعة 15 متر/ثانية اصطدمت اصطداماً مرناً بكرةٍ وزنها 3 كيلو غرام تتحرك كذلك إلى الجهة اليمنى بسرعة 5 متر/ثانية .

ما هي السرعة النهائية لكلتا هاتين الكرتين؟



V_1=15 m/s→
V_2=5 m/s→

→ سرعة الكرة الأولى V_1 15متر/ثانية
→ سرعة الكرة الثانية V_2 5 متر/ثانية
قبل الاصطدام كانت كلتا الكرتين تتجهان إلى الجهة اليمنى →
السرعة الابتدائية للكرة الأولى V_{1i} 15 متر في الثانية و اتجاهها إلى الجهة اليمنى.
السرعة الابتدائية للكرة الثانية V_{2i} 5 متر في الثانية و اتجاهها كذلك إلى الجهة اليمنى.
بعد حدوث الاصطدام بين هاتين الكرتين أصبحت لدينا سرعتين نهائيتين V_f اثنتين : سرعةٌ نهائية للكرة الأولى الصغرى كما أن اتجاهها قد أصبح معاكساً لاتجاه السرعة الابتدائية أي أنها قد عكست اتجاهها بعد اصطدامها بالكرة الكبرى التي تبلغ كتلتها 3 كيلو غرام فبعد أن كانت تتحرك إلى الجهة اليمنى بدأت بالتحرك إلى الجهة اليسرى.

V_{if}←
بينما بقي اتجاه السرعة النهائية للكرة الثانية V_{2f} على حاله →
يمكن لنا أن نعتبر الكرة اليمنى ذات اتجاهٍ إيجابي + .
حساب العزم :

كتلة الجسم الأول 1كيلو غرام × سرعة الجسم الأول15 متر/ثانية +كتلة الجسم الثاني 3 كيلو غرام × سرعة الجسم الثاني 5 متر/ثانية تساوي كتلة الجسم الأول 1 كيلو غرام ضرب السرعة النهائية للجسم الأول (مجهولة) +كتلة الجسم الثاني 3 كيلو غرام ضرب السرعة النهائية للجسم الثاني (مجهولة)
(1) (15) +(3) (5)=
1×15+3×15=15+15=30
بما أن هذا الاصطدام هو اصطدامٌ مرن فإن سرعة الجسم الأول الابتدائية ⟵V_{1i}
أي 15 متر/ثانية + السرعة النهائية للجسم الأول V_{1f} (مجهولة) تساوي سرعة الجسم الثاني الابتدائية 5 متر/ثانية +السرعة النهائية للجسم الثاني .
لدينا معادلتين و مجهولين.

كتلة الجسم المرن الأول 1 كيلو غرام ضرب سرعة الجسم الأول الابتدائية 15 متر/ثانية +كتلة الجسم الثاني 3 كيلو غرام ضرب سرعة الجسم الثاني الابتدائية 5 متر/ثانية تساوي كتلة الجسم الأول (1 كيلو غرام)
× السرعة النهائية للجسم الأول (مجهول)+كتلة الجسم الثاني×السرعة النهائية للجسم الثاني.

كتلة الجسم الأول ضرب سرعته الابتدائية +كتلة الجسم الثاني ضرب سرعته الابتدائية تساوي كتلة السم الأول ضرب سرعته النهائية+كتلة الجسم الثاني ضرب سرعته النهائية.

كتلة الجسم الأول(1 كيلو غرام)×سرعته الابتدائية 15 متر/ثانية+كتلة الجسم الثاني (3 كيلو غرام)×سرعته الابتدائية (5 متر/ثانية) تساوي كتلة الجسم الأول(1 كيلو غرام) ×سرعته النهائية(مجهول)+كتلة الجسم الثاني(3 كيلو غرام)×سرعته النهائية(مجهولة).
كتلة الجسم الأول 1 كيلو غرام ضرب سرعته الابتدائية 15 متر في الثانية +كتلة الجسم الثاني 3 كيلو غرام ضرب سرعته الابتدائية 5 متر في الثانية تساوي كتلة الجسم الأول 1 كيلو غرام ضرب سرعته النهائية (؟) +كتلة الجسم الثاني (3 كيلو غرام) ضرب سرعته النهائية (؟) :

$1\times15+3\times5=1\times V_{1f}=5\times3+15\times1=30$

$30=V_{1f}\times1+V_{2f}\times3$

و بما أن هذا التصادم هو تصادمٌ مرن فإن سرعة الجسم الأول الابتدائية أي 15 متر/ثانية +سرعة الجسم الأول النهائية V_{1f} تساوي سرعة الجسم الثاني الابتدائية أي 5 متر في الثانية +سرعة الجسم الثاني النهائية V_{2f} .

و بذلك يصبح لدينا معادلتين و مجهولين اثنين و هما سرعة الجسم الأول النهائية V_{1f} و سرعة الجسم الثاني النهائية V_{2f}.

$V_{2f}+5=V_{1f}+15$

$V_{2f}=10+V_{1f}$

سرعة الجسم الأول الابتدائية أي 15 متر في الثانية+سرعة الجسم الأول النهائية V_{1f}(مجهولة؟) =سرعة الجسم الثاني الابتدائية 5 متر/ثانية ضرب سرعة الجسم الثاني النهائية(مجهول).

إذاً فإن سرعة الجسم الثاني النهائية تساوي 10 +سرعة الجسم الأول النهائية.

$V_{2f}+5=V_{If}+15$

$V_{if}+10=V_{2f}$



خدعة رياضية :

إن عليك أن تسألني هنا من أين أتى الرقم عشرة إلى هذه المعادلة؟

و سأجيبك بأنه ناتج طرح 5 من 15 و أي أنه ناتج طرح السرعة الابتدائية للجسم الثاني أي 5 متر/ثانية من السرعة الابتدائية للجسم الأول أي 15 متر/ثانية :

$10=5-15$

كما أن عليك أن تسألني كيف و لماذا فعلنا ذلك؟

قلت سابقاً بأن سرعة الجسم الأول الابتدائية أي 15 متر/ثانية+سرعة الجسم الأول النهائية V_{1f} (مجهولة)=سرعة الجسم الثاني الابتدائية أي 5 متر/ثانية +سرعة الجسم الثاني النهائية=ناتج طرح المعلومين من بعضهما البعض +المجهول الثاني (وهو سرعة الجسم الأول النهائية).

كما عودتكم سوف أقلب المعادلة السابقة إلى معادلة بسيطة بأعداد بسيطة فأقول:

$15+A=5+B$

سأفترض بأن A=3 و أن B=13

إذاً فإن :

$15+A=5+B$

$18=3+15$

18=13+5
15+3=5+B
13=B
3=A
المجهول الثاني B يساوي ناتج طرح المعلومين من بعضهما البعض أي 15 ناقص 5 يساوي 10
+المجهول الأول 3 :
10+3=13
و الآن سوف أخبركم بأن المجهول الثاني أي B يساوي ناتج طرح المعلومين من بعضهما البعض أي
15-5=10 +قيمة المجهول الأول A و هي 3 أي أن المجهول الثاني B يساوي 10+3=13
و بالفعل فإن المجهول الثاني B يساوي 13 .
إذاً فإن هذه الطريقة في حل المعادلات الرياضية التي تحوب علاقة مساواة بين عمليتي جمع هي طريقةٌ صحيحةٌ و فعالة.
إذا كانت لدينا معادلة تتألف من عملية مساواة بين عمليتي جمع تحوي كل منهما على عنصر معلوم و عنصر مجهول فإن المجهول الثاني الذي يقع في عملية الجمع الثانية يساوي ناتج طرح المعلومين من بعضهما البعض +المجهول الأول.
لا تنسى بأن عملية الجمع تبديلية أي أن بإمكاننا تبديل موضع عناصر عملية الجمع دون أن تتغير نتيجتها.

الآن نتابع حل مسألتنا السابقة:

$30=1(V_{1f})+(5)(10+V_{1f})$

$30=(1)V_{1f}+50+5V_{1f}$

$(5)(10+V_{1f})=50+5v_{1f}$

الآن أصبحتم تعلمون من أين أتى الرقم 10 كما بتم تعلمون بأن $(10+V_{1f})$ تساوي المجهول الثاني.



$(5)(10+V_{1f})=50+5v_{1f}$

لماذا عندما قمنا بتنفيذ العمليات المعلقة و فك الأقواس
تحولت العلاقة $(5)(10+V_{1f})=$ إلى الصورة التالية $50+5v_{1f}$ ؟
إذا كانت لدينا علاقة ضرب بين قوسين : القوس الأولى تحوي عنصراً واحداً بينما القوس الثانية تحوي عنصرين بينهما علاقة جمع فإننا نضرب العنصر الأول من القوس الأولى مع العنصر الأول من القوس الثانية و نثبت النتيجة ثم نجمعها مع نتيجة ضرب العنصر الأول من القوس الأولى مع العنصر الثاني من القوس الثانية.
مثال:

$(2)(3+4)=14$
$6+2\times4=14$
$6+8=14$

ضربنا العنصر الأول من القوس الأولى أي 2 بالعنصر الأول من القوس الثانية أي العدد 3 :

$6=3\times2$

ثم جمعنا نتيجة الضرب أي العدد 6 مع ناتج ضرب العنصر الأول من القوس الأولى بالعنصر الثاني من القوس الثانية 4×2

ليصبح لدينا:

$4\times2+6$
$14=8+6$

$(A)(B+C)= AB+AC=A\times B+A\times C$

نعود لمسألتنا:

كنا قد توصلنا إلى المعادلة التالية :

$(5)(10+V_{1f})=50+5v_{1f}$
$30=(1)V_{1f}+50+5V_{1f}$

لدينا في علاقة الجمع السابقة حدين متشابهين أي أن مجهولهما متماثل و هو V_{1f} و هذين الحدين هما :

$5v_{1f}$ و $(1)V_{if}$

لاحظ بأن المجهول في كلا هذين الحدين واحد و هو V_{1f} و بالطبع لا يمكن لنا في الجبر أن نجمع حدين إلا إذا كان المتغير أي المجهول فيهما متماثل و في المعادلة السابقة فإن العلاقة التي تجمع المعلوم بالمجهول في كلا هذين الحدين هي علاقة ضرب :

$5\times V_{if} = (5)V_{if} = 5v_{1f}$
$1\times V_{if} =(1)V_{if} = (1)V_{if}$

إذاً فإن بإمكاننا أن ننفذ عملية الجمع المعلقة فنقول :

$5V_{1f}+(1)V_{1f}=6V_{1f}$

و بذلك تصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$30=50+6V_{1f}$

كما ترون فقد أصبحت لدينا عملية جمع تحوي نتيجةً معلومة 30 و طرفٌ مجهول V_{1f} و في هذه الحاله فإننا نطرح الحد المعلوم من النتيجة المجهولة فنقول :

ناتج عملية الجمع 30 ناقص الحد المعلوم في عملية الجمع أي 50 يساوي الرقم السلبي ‎-20

فتتحول بذلك عملية الجمع إلى عملية ضرب :

$-20=6V_{1f}$
$-20=6\times V_{1f}$

بكل بساطة:

$A+B=C$
$A=(2\times2=4)$
$B=3$

$C=7$

$A+B=C=4+3=7 \rightarrow$

$C-B=A$

$7-3=4$



لماذا طرحنا 50 من 30؟

لو قلت لكم بأن :

$100=20+30+10+40$

فإن بإمكاني أن أطرح أي حدٍ أو عدة حدود من الرقم 100 ثم أقول بأن الناتج يساوي حاصل جمع ما بقي من الحدود فأقول مثلاً بـان:

$100-20=80=30+10+40$

$100-(20+30)=10+40$

$100-40=20+30+10$

و بذلك فقد أصبحت لدينا عملية ضرب

$-20=6V_{1f}$

$-20=6\times V_{1f}$

لمعرفة قيمة المجهول V_{1f} فإننا نقسم ناتج عملية الضرب أي الرقم السلبي -20 على الحد المعلوم 6 فنحصل على قيمة المجهول V_{1f}:

$-20\div6=3.33$

إذاً فإن سرعة الجسم الأول النهائية تساوي 3.33

كما تذكرون فإننا كنا قد توصلنا إلى أن سرعة الجسم الثاني النهائية V_{2f} تساوي 10+سرعة الجسم الأول النهائية V_{1f} ، و الآن بعد أن علمنا بأن سرعة الجسم الأول النهائية تساوي 3.33 فإن سرعة الجسم الثاني النهائية تساوي إذاً 10+3.33 أي 13.33 متر/ثانية و هي بالطبع قيمةٌ موجبة أي أنها تدل على أن اتجاه الحركة هو إلى الجهة اليمنى ←.

$V_{2f}=10+3.33=13.33$ m/s

و هو المطلوب.

ملاحظات حول حل المسائل الفيزيائية

الطاقة الميكانيكية (الحركية) kinetic تكون طاقةً مصونةً في حالات التصادم المرن مثل حالات تصادم الكرات المطاطية مع بعضها مثلاً و لكنها تكون طاقةً غير مصونة في حالات التصادم غير المرن.

لماذا؟

لأن هنالك ضياعاتٍ في الطاقة في حالات التصادم غير المرن و هذه الضياعات في الطاقة تكون على صورة قوةٍ هدامة تؤدي إلى التحطيم و التكسير بينما لا نجد ضياعاتٍ في الطاقة على شكل قوةٍ هدامة في حالات التصادم المرن.

في مسائل إطلاق الصواريخ بشكلٍ عمودي فإن المسافة d تشمل كامل المسافة التي قطعها الصاروخ من نقطة الصفر أي من مستوى سطح الأرض (منصة إطلاق الصاروخ) إلى أقصى مسافة وصل إليها الصاروخ في الفضاء الخارجي.

الارتفاع الابتدائي h_i و هو يساوي الصفر $h_i=0$ وهو يمثل ارتفاع منصة إطلاق الصاروخ و التي تفترض بأن ارتفاعها عن سطح الأرض مساوٍ للصفر.

المحركات النفاثة التي تدفع الصاروخ نحو الأعلى تضغط باتجاه الأرض ↓ أي أنها تنفث لغازات المتولدة عن الاحتراق باتجاه الأسفل↓حتى يتمكن الصاروخ من الانطلاق ↑.

اتجاه حركة الصاروخ نحو الأعلى ↑.

تقاس قوة محرك الصاروخ بوحدة النيوتن N

الارتفاع الأعلى أو الارتفاع الأقصى h_f هو أقصى ارتفاعٍ وصل إليه الصاروخ.

الارتفاع h هو الارتفاع الذي يفصل فيه الصاروخ محركاته.

ماهي الحالات التي لا يمكن فيها استخدام حسابات الطاقة؟

لا يمكن استخدام حسابات الطاقة في الحالات التي لا تكون فيها الطاقة مصونة.

تستخدم حسابات الطاقة فقط عندما تكون الطاقة مصانة.

بمعنى أنه لا يمكن استخدام حسابات الطاقة في الحالات التي تكون فيها ضياعاتٌ للطاقة على شكل انفجارات أو طاقة هدامة ولا يمكن استخدام حسابات الطاقة في الحالات التي تتضمن اصطداماً غير مرن.

في الحالات التي لا تكون فيها الطاقة مصانة أي في الحالات التي تكون فيها ضياعاتٌ للطاقة على شكل انفجارٍ أو طاقة هدامة مخربة فإننا نستخدم حسابات العزم **Momentum**.

Momentumالعزم

العزم هو قوة الحركة وهو ناتج ضرب كتلة الجسم بسرعته .

العزم = الكتلة×السرعة.

حسابات الطاقة لا تدلنا على الاتجاه.
الطاقة لا تمثل متجهاً (سهماً)
إذا كان المطلوب في المسألة تحديد الاتجاه فيجب عندها أن نستخدم حساباتٍ أخرى غير حسابات الطاقة.

إذا حددت لنا المسألة الزمن أو طلبت منا تحديد الزمن فإنها على الأغلب مسألةٌ تتعلق بعلم الحركة (الكينيماتيك) **kinematics.**

[,kɪnɪ'mætɪks] **kinematics** علم الحركة
علم الحركة(الكينيماتيك) هو أحد أفرع الميكانيك التي تختص بدراسة الحركة دون اعتبارٍ للقوة أو الكتلة.

تذكر دائماً بأن المسافة d تشمل المسافة أو الارتفاع بأكمله من نقطة الصفر إلى أقصى درجة بينما الارتفاع h يشمل أجزاء محددةً من المسافة: الارتفاع الأولي h_i - الارتفاع النهائي h_f -الارتفاع عند نقطةٍ معينة h تقع ما بين الارتفاع الأولي و الارتفاع النهائي كالارتفاع الذي يفصل عنده الصاروخ محركاته.

الفيزياء التدويرية Rotational Physics

حتى نفهم الفيزياء التدويرية لابد لنا أولاً من أن نعرف ما هي الزاوية النصف قطرية (الريديان) **radian**
التي يعود فضلٌ كبيرٌ في بيانها إلى الرياضي غياث الدين الكاشي صاحب كتاب مفتاح الحساب .
إذا كانت لدينا دائرة نصف قطرها r فإن محيط هذه الدائرة يساوي $2\pi r$
أي $2\times\pi\times r$ أي 2 ضرب باي π ضرب نصف قطر تلك الدائرة r.

العلاقة ما بين الخطي linear و الزاوي angular
الإزاحة الخطية s(التحرك أو الانتقال الخطي على شكل خطٍ مستقيم) تكافئ الإزاحة الزاوية θ angular displacement أي الحركة الدائرية.
الإزاحة الخطية s تساوي نصف القطر r ضرب الزاوية θ

$$S=r\,\theta$$

$$S=r\times\theta$$

السرعة الخطية V تكافئ السرعة الزاوية ω Angular speeed
العلاقة بينهما :

$$Vt=r\,\omega$$

$$V\times t=r\times\omega$$

السرعة ضرب الزمن تساوي نصف القطر ضرب السرعة الزاوية.
التسارع الخطي at (التسارع ضرب الزمن) يكافئ التسارع الزاوي angular acceleration

$$at=ra$$

$$a\times t=r\times a$$

التسارع a ضرب الزمن t يساوي نصف القطر r ضرب التسارع a .
القوة F تكافئ العزم الزاوي τ(تاو)

$$\tau=r\,F\,\sin\theta$$

$$\tau=r\times F\times\sin\theta$$

العزم الزاوي (تاو) τ يساوي نصف القطر r ضرب القوة F ضرب جيب الزاوية θ
القوة أو الاستطاعة P تساوي العزم الزاوي Angular momentum
الطاقة الحركية الدائرية Rotational kinetic energy KE
S الازاحة الخطية و هي تساوي الإزاحة الزاوية θ .
بالنسبة للإزاحة الخطية X فإنها تشابه X من حيث أن كلاً منهما تشير إلى مسافةٍ مقطوعة غير أن X تشير إلى مسافة خطية (مستقيمة) بينما تشير Sإلى مسافةٍ على مسارٍ منحني و ليس مسارٍ مستقيم S مسافة على مسارٍ منحني.

X مسافة على مسارٍ مستقيم.
مثال:
إذا دار جسمٌ ما دورةً دائريةً كاملة فإن العامل S يمثل محيط الدائرة بأكمله ، أما إذا دار ذلك الجسم 50% فإن العامل S يمثل 50% من محيط الدائرة أي نصف محيط دائرة.

V_t= tangential velocity   السرعة المماسة
Bridge Equation معادلة جسرية

يشبه عزم التدوير   Torque القوة غير أنه لا يماثلها .
عزم التدوير و القوة ليسا شيئاً واحداً.
تستخدم المعادلات الجسرية في تحويل عزم التدوير إلى قوة و تحويل القوة إلى عزم تدوير.

ماهو الريديان؟
الريديان هو طريقة لقياس الزوايا فكما أن هنالك 360° درجة في الدائرة فإن هنالك في الدائرة 2π
أي $2\times\pi$ ريديان في الدائرة 2πRadians

$\sum F=ma$
مجموع $\sum$ القوى F يساوي الكتلة m ضرب التسارع a
$\sum \tau=Ia$
مجموع $\sum$ العزوم التدويرية τ تساوي الكتلة I ضرب التسارع الدائري a
PE=mgh
الطاقة E الكامنة P تساوي الكتلة m ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية g و هو يساوي 9.8 متر في الثانية ضرب الارتفاع h

radian ريديان ['reɪdɪən] زاوية نصف قطرية

Torque   [tɔrk /tɔ:-]
$T = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$

العطالة -القصور الذاتي **inertia**

Moment of inertia   عزم العطالة : عزم العطالة هو ميل الجسم لمقاومة التسارع الزاوي (التسارع الدائري)



مسألة

محرك يدور 1600 دورة في الدقيقة و يتطلب هذا المحرك 3 ثواني حتى يقلع و يصل إلى سرعته الطبيعية .

المطلوب:

احسب التسارع الزاوي لهذا المحرك.
احسب عدد الدورات التي يدورها في ذلك الوقت؟

بدايةً نحسب التسارع الزاوي لهذا المحرك Angular acceleration ريديان/ثانية و لتحقيق ذلك بتوجب علينا أن نقووم بتحويل الزمن من دقائق إلى ثواني و من ثم القيام بتحويل عدد الدورات إلى ريديان/ثانية.
للتحويل إلى ثواني فإننا نضرب عدد الدورات في الثانية بالعدد واحد (أي دقيقة واحدة) ومن ثم فإننا نقسم على 60 لأن الدقيقة تتألف من 60 ثانية ، أي أننا نضرب عدد دورات المحرك أي 1600 دورة في الدقيقة بالعدد واحد ثم نقسم على 60 ثانية :
$1600\times1\div60=26.6$
أي أن هذا المحرك يدور 26.6 دورة في الثانية .
الآن نضرب ناتج العملية السابقة أي عدد الدورات في الثانية بصيغة التحويل إلى ريديان أي 2 باي ريديان.
$2\pi \text{rad}$

ندخل الرقم 26.6 إلى الحاسبة. نضغط زر الضرب ×. نضغط زر حساب الثابت باي π فنحصل على عدد الدورات بوحدة الريديان في الثانية.

$26.6\times2\pi \text{rad}=167.13 \text{ rad/s}$
167ريديان في الثانية تقريباً.

الطلب الثاني / احسب التسارع الزاوي لهذا المحرك.
السرعة=السرعة الابتدائية+التسارع×الزمن
$V=V_0+at$
V السرعة
V_0 السرعة الابتدائية
a التسارع
t الزمن
$at= a\times t$ التسارع ضرب الزمن
الآن ننتقل إلى حسابات الدوران و الريديان:
في حسابات الدوران و الريديان فإن السرعة V تناظر السرعة الزاوية ω و لذلك فإننا في حسابات الدوران و الريديان نستبدل السرعة V أنى وردت بالسرعة الزاوية ω و بذلك فإن معادلة حساب السرعة و التسارع السابقة:
$V=V_0+at$
تصبح على الصورة التالية في حسابات الدوران و الريديان:
$\omega = \omega_0+ at$
السرعة الزاوية ω تساوي السرعة الزاوية الابتدائيةω_0 +التسارع الزاويa ضرب الزمنt.
السرعة الزاوية كما قمنا بحسابها سابقاً تساوي 167.13 ريديان في الثانية.

السرعة الابتدائية الزاوية ω_0 تساوي الصفر –الزمن t 3 ثواني (زمن الإقلاع) –التسارع a مجهول؟

$$\omega = \omega_0 + at$$

نعوض الرموز بأرقام:

$$167.13 = 0+ a(3)$$

$$167.13 = 0+ a\times3$$

أصبحت لدينا عملية ضرب :

$$167.13 = a\times3$$

و كما تعلمون فإن بإمكاننا معرفة مجهول عملية الضرب عن طريق قسمة ناتج عملية الضرب أي 167.13 على الطرف المعلوم من عملية الضرب أي العدد 3 :

$$167.13\div3=55.71 \text{ rad/s}$$

و هو مجهول المعادلة السابقة .

أي أن التسارع الزاوي يساوي 55.71 ريديان في الثانية.

المطلوب الآن حساب الإزاحة الزاوية أي المسافة الدائرية المقطوعة و حتى نتمكن من ذلك فإننا نستحضر معادلة السرعة و التسارع الثانية أي معادلة الإزاحة و السرعة و التسارع التي تذكرونها جيداً:

$$\Delta X=V_0t+½ at^2$$

الإزاحة ΔX(المسافة المقطوعة) تساوي السرعة الابتدائية V_0 (صفر)ضرب الزمن(هنا زمن الإقلاع 3 ثواني)+½ ضرب التسارع aضرب مربع الزمن t^2 (الزمن مرفوعاً للقوة الثانية أي زمن الإقلاع 3 ثواني مرفوعاً للقوة الثانية 3^2.

طبعاً فإن معادلة الإزاحة و السرعة و التسارع عندما يتعلق الأمر بالحركة الدورانية و الإزاحة الزاوية فإنها تصبح على الصورة التالية:

الإزاحة الخطية ΔX(المسافة المقطوعة) أو S في حسابات الدوران و الريديان فإنها تكافئ الإزاحة الزاوية θ .

$$\theta={}_0\omega t+{}^1\!/_2\, at^2$$

الإزاحة الزاوية θ تساوي السرعة الابتدائية الزاوية $_0\omega$ ضرب الزمن t زائد $^1\!/_2$ ضرب التسارعa ضرب مربع الزمن.

نعوض الرموز بالأرقام المتوفرة لدينا:

$$\theta=0(3)+{}^1\!/_2\,(55.71)(3)^2$$

$$\theta=0\times3+{}^1\!/_2\times55.71\times 3^2$$

$$\theta=0+{}^1\!/_2\times55.71\times 9$$

$$\theta=0.5 \times55.71\times 9$$

$$\theta=27.855\times 9=250.695$$

إذاً فإن الإزاحة الزاوية θ تساوي 250.695

الرقم العشري 0.5 هو الرقم المكافئ و المساوي للكسر $^1\!/_2$ و قد استخدمته هنا بدلاً من الكسر $^1\!/_2$ لأن الآلات الحاسبة الاعتيادية لا تتعامل مع الكسور.



مسألة

عجلة سيارة يبلغ نصف قطرها نصف متر m0.50 بدأت الحركة من وضع الراحة(صفر) و تسارعت بمعدل 6 ريديان في الثانية 6 rad/s لمدة ثانيتين .

كم متراً قطعت هذه العجلة؟

إحسب التسارع المماس لنقطة تقع على السطح الخارجي لهذه العجلة في الثانية الخامسة 5 .

ما هو التسارع الشعاعي في اللحظة ذاتها (تسارع الريديان)

بما أننا نتحدث هنا عن حركةٍ دورانية فإننا نستحضر معادلة حساب السرعة و التسارع الزاوي :

$\omega = \omega_0 + at$

السرعة الزاوية ω تساوي السرعة الزاوية الابتدائية ω_0 +التسارع الزاوي a ضرب الزمن t.

السرعة الزاوية ω تساوي السرعة الزاوية الابتدائية ω_0 صفر لأن العجلة بدأت التحرك من وضع الراحة و التوقف +التسارع الزاوي a و هو يساوي 6 ريديان في الثانية ضرب الزمن t ثانيتين .

بما أن السرعة الابتدائية تساوي الصفر فهي مهملة لأن الصفر عنصرٌ محايد بالنسبة لعملية الجمع بمعنى أنه لا يغير نتيجة عملية الجمع.

$2\times6=12$

إذاً فإن السرعة الزاوية ω تساوي 12 .

حساب الإزاحة الزاوية θ (المسافة الدائرية المقطوعة):

$\theta={}_0\omega t+\frac{1}{2}at^2$

الإزاحة الزاوية θ تساوي السرعة الابتدائية الزاوية ω_0 (صفر) ضرب الزمن t (2 ثانية) زائد $\frac{1}{2}$ ضرب التسارع 6 ريديان في الثانية ضرب مربع الزمن t^2 (الزمن مرفوعاً للقوة الثانية).

نعوض الرموز بالأرقام المتوفرة لدينا:

$\theta=0(2)+\frac{1}{2}(6)(2)^2=0\times2+\frac{1}{2}\times6\times2^2=$

$0\times2+\frac{1}{2}\times6\times2^2=$

$0+3\times4=12$

$0\times2=0$

$\frac{1}{2}\times6=3$

$2^2=2\times2=4$

$3\times4=12$

الإزاحة الزاوية θ تساوي 12 أي أن المسافة الزاوية المقطوعة تساوي 12 ريديان .

للتحويل من إزاحة زاوية θ إلى إزاحة خطية S أي مسافة خطية مستقيمة محسوبة بالمتر فإننا نستخدم المعادلة التالية:

$S=r\theta$

الإزاحة الخطية (المسافة المستقيمة المقطوعة) S تساوي نصف القطر r ضرب الإزاحة الزاوية θ

$S=r\theta$

نعوض بالأرقام :

$S=0.50\times12=6m$

أي أن هذه العجلة قد قطعت 6 أمتار.

دائماً مع أي رمز زاوي(يدل على حركة دائرية) نستخدم وحدة الريديان.

حساب التسارع المماس a_t tangential acceleration

$A_t=ra$

التسارع المماس A_t يساوي نصف القطر r و هو هنا نصف متر 0.50 ضرب التسارع a وهو هنا 6 ريديان في الثانية .

$A_t=ra=r\times a=0.50\times6=3m/s$

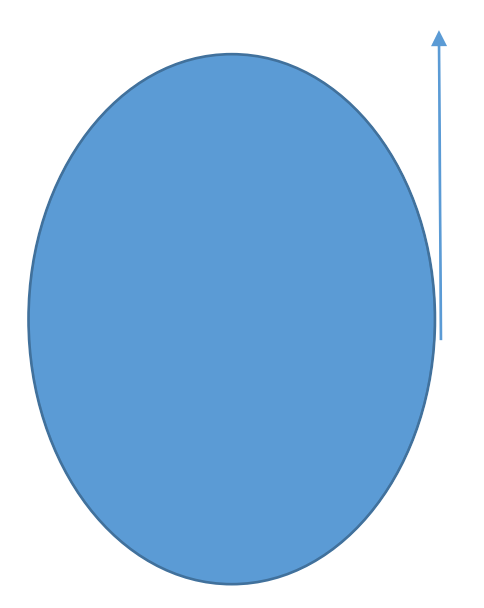
أي أن التسارع المماس يبلغ 3 متر/ثانية.

التسارع الشعاعي radial acceleration يعني الحركة الدائرية على امتداد مركزالدائرة $\propto$

التسارع المركزي centripetal acceleration يعني الحركة المستقيمة باتجاه مركز الدائرة.

التسارع الشعاعي يعني الحركة الدائرية حول مركز الدائرة .
التسارع المركزي يعني الحركة المستقيمة باتجاه مركز الدائرة و رمزه a_c
$a_c = V^2 / r$
التسارع المركزي a_c يساوي مربع السرعة V^2 تقسيم نصف القطر r.
و لكن بما أن السرعة V مجهولة بالنسبة لنا فإننا سوف نستخدم معادلة جسرية ثانية و هي:
$V_t = r\omega$
السرعة المماسة V_t تساوي نصف القطر r ضرب السرعة الزاوية ω
و كنا قد حسبنا السرعة الزاوية ω بأنها تساوي 12 .
إذا فإن نصف القطر 0.50 متر أي نصف متر ضرب 12 يساوي
$(0.50)(12)=0.50\times12=6$
إذاً فإن السرعة المماسة V_t تساوي 6
$V_t=6$

و الآن بعد أن عرفنا بأن السرعة تساوي 6 أصبح بإمكاننا استخدام معادلة التسارع المركزي:
$a_c = V^2 / r$
التسارع المركزي a_c يساوي مربع السرعة V^2 تقسيم نصف القطر r.
التسارع المركزي a_c (مجهول)يساوي مربع السرعة الزاوية V^2 أي 6^2تقسيم نصف القطر r أي 0.50
$6^2=6\times6=36\div0.5=72$ m/s
$6^2/0.5=72$ m/s
أي أن التسارع المركزي يساوي 72 متر في الثانية.



التسارع   المماس

tangential acceleration a_t تسارع مماس

التسارع المماس : يمثله سهم يمس محيط الدائرة من الخارج (مثلما يمس الطريق المستقيم عجلة السيارة)
التسارع المركزي a_c centripetal acceleration : يمثله سهمُ (متجه) يتجه من محيط الدائرة نحو مركزها.

عندما نضرب قيمةً ما بالرقم العشري 0.5 فكأننا نقسم تلك القيمة على 2 ، وعندما نقسم قيمةً ما على الرقم العشري 0.5 فكأننا نضرب تلك القيمة بالعدد 2.

مسألة:
ثقلين الأول تبلغ كتلته 5 كيلو غرام و الثقل الثاني تبلغ كتلته 3 كيلو غرام و هذين الثقلين معلقين على طرفي حبل ببكرة تبلغ كتلتها 10 كيلو غرام و يبلغ نصف قطرها 0.50 م   أي نصف متر.
المطلوب:
ما هو تسارع كلاً من هذين الثقلين و ما هو مقدار التوتر الواقع على كلا طرفي الحبل؟

في مسائل الفيزياء المماثلة يتم تجاهل كتلة البكرة مالم تعطى في المسألة كتلة البكرة أو مالم يطلب منا أن نقوم بتحديد كتلة البكرة.
هل نستخدم في هذه المسألة معادلات الحركة (الديناميك) أو معادلات الطاقة؟

بما أن هذه المسألة تتعلق بقوةٍ تقع ضمن المنظومة (و ليس قوة خارجية) فإن ذلك يوجب علينا أن نستخدم معادلات الحركة(الديناميك) .

من البديهي أن الثقل الذي تبلغ كتلته 5 كيلو غرام سوف يتجه نحو الأسفل ↓ بينما سيتجه الثقل الذي تبلغ كتلته 3 كيلو غرام نحو الأعلى ↑ أي أن الثقل الأكبر سوف يتسارع نحو الأسفل ↓ بينما سوف يتسارع الثقل الأدنى نحو الأعلى ↑.

طبعاً لو كان توتر الحبل على كلا طرفي البكرة متساوياً و متماثلاً على كلا طرفي البكرة لما كانت دارت البكرة و لبقيت ساكنة .

إن تسارع الحبل على كلا طرفي البكرة متماثلٌ و متساوي فإذا تسارع الثقل الأكبر نحو الأسفل ↓ مسافةً معينة فإن الثقل الأدنى سوف يتسارع نحو الأعلى ↑ المسافة ذاتها حتماً.
بما أن كلا الثقلين مربوطين بحبلٍ واحد فإنهما سوف يتحركان كجسمٍ واحد و لذلك لا بد أن يكون تسارعهما واحداً و لكن بجهتين مختلفتين و شدتين مختلفتين :
سوف يتسارع الثقل الذي تبلغ كتلته 5 كيلو غرام نحو الأسفل↓ بينما سوف يتسارع الثقل الذي تبلغ كتلته 3 كيلو غرام نحو الأعلى↑.
الشدة الواقعة على الحبل من جهة الثقل الأكبر ستكون أكبر من الشدة الواقعة على الحبل من جهة الثقل الأدنى.

$\sum F=ma$
مجموع ∑ القوى F يساوي الكتلةm ضرب التسارعa
$-T1+mg=ma$
توتر الحبل من جهة الثقل الأكبر T1 -زائد الكتلة ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية تساوي الكتلة ضرب التسارع.
$-T1+mg=ma$
توتر الحبل من جهة الثقل الأكبر هو توترٌ ذو قيمةٍ سلبية T1- زائد كتلة الثقل الأولm (5 كيلو غرام) ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g أي 9.8 متر\ثانية تساوي كتلة الجسم الأول أي 5 كيلو غرام ضرب التسارع a
$-T1+5(9.8)=5a$
$-T1+5\times9.8=5\times a$

إن حركة الثقل الأول الأكبر كتلةًً يجب أن تكون نحو الأسفل ↓ لأنه الأكبر كتلةً .

توتر الحبل الثاني T_2 ناقص كتلة الثقل الثاني (3 كيلو غرام) ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية 9.8 متر في الثانية تساوي كتلة الثقل الثاني (3 كيلو غرام) ضرب التسارع :
$T_2-3(9.8)=3a$
$T_2-3\times9.8=3\times a$
أصبحت لدينا معادلتين تحويان 3 مجاهيل .
ولا مجهول من تلك المجاهيل الثلاثة قابلٌ للحذف.

المجاهيل الثلاثة هي : توتر الحبل الأول T1 -و توتر الحبل الثاني T_2 و التسارع a.
لماذا لا يمكن حذف أياً من تلك المجاهيل الثلاثة؟
لأنها غير متكررة أب لأنها قد وردت مرةً واحدة فقط في كل معادلة.

بما أن هذه البكرة جسمٌ يدور حول محوره فإن بإمكاننا أن نستخدم معادلة عزم التدوير τ :

$\tau = r F \sin \phi$

بالنسبة للقوى التي تؤدي إلى إحداث حركةٍ دورانية في جسم ما فإننا نقوم بالآتي:
نرسم مستقيماً يمتد ما بين محور الدوران axis of rotation (و هو المحور الذي يدور حوله الجسم)
و بين نقطة تأثير القوة و يبلغ طول ذلك المستقيم r.
F=Magnitude of the force

بالنسبة للقوة أو القوى التي تدير جسماً ما أو القوة التي تمنع جسماً ما من الدوران فإننا نرسم مستقيماً يمتد ما بين المحور الذي يدور حوله ذلك الجسم الدوار و بين النقطة التي تؤثر فيها تلك القوة التي تؤدي إلى دوران ذلك الجسم أو التي تمنعه من الدوران و يبلغ طول ذلك المستقيم r .
أما F فهي تمثل مقدار تلك القوة .
تمثل فاي ϕ الزاوية الواقعة ما بين ذلك المستقيم الذي رسمناه r و بين متجه القوة أي السهم الذي يمثل اتجاه القوة المؤثرة.
إن جيب الزاوية فاي ϕ يساوي جيب 180° درجة :
$\sin \phi = \sin 180°$
يكون اتجاه توتر كلا الحبلين نحو الأسفل ↓ ↓ لأن الثقلين المعلقين بهما يضغطان نحو الأسفل –المعني هنا توتر الحبل و ليس جهة حركته.
توتر الحبل الأول T_1 يكون نحو الأسفل ↓ و كذلك فإن توتر الحبل الثاني T_2 هو كذلك نحو الأسفل ↓
وزن البكرة يكون مركزاً على مركزها لأن البكرة مثبتة من مركزها.
القوة التي تمسك البكرة من مركزها يكون اتجاهها نحو الأعلى ↑ F_{UP} باعتبارها القوة التي تبقي البكرة في موقع مرتفع عن سطح الأرض.
جهة الدوران الموجبة + هي جهة الدوران التي تكون متوافقة مع جهة التسارع الزاوي.
مجموع عزوم التدوير Torque يساوي الكتلة ضرب التسارع :

$\sum\tau = Ia$

$\sum\tau = I \times a$

إن عزم التدوير الخاص بالثقل الأول ذو الكتلة الأكبر (5 كيلو غرام) τ_1 يساوي توتر الحبل الأول T_1 ضرب r ضرب جيب الزاوية 90° يساوي توتر الحبل الأول T_1 ضرب نصف قطر الدائرة (نصف قطر البكرة أي نصف متر 0.50)
إن عزم التدوير الخاص بالثقل الثاني ذو الكتلة الأدنى (3 كيلو غرام) τ_1 يساوي توتر الحبل الثاني $_2T$ ضرب r ضرب جيب الزاوية 90° يساوي توتر الحبل الثاني $_2T$ ضرب نصف قطر الدائرة (نصف قطر البكرة أي نصف متر 0.50)

عزم العطالة **moment of inertia**

بالنسبة لاسطوانةٍ متناظرة تدول حول مركزها فإن :

$I=½mr^2$

القصور الذاتي(العطالة)I لاسطوانة دائرية متناظرة تساوي ½ ضرب كتلة الأسطوانة m ضرب مربع نصف قطر الأسطوانة r^2 .

$\sum\tau=Ia$

مجموع ∑العزوم التدويرية τ يساوي الكتلة I ضرب التسارع a.

اعتبرنا توتر الحبل الذي يقع من جهة الثقل الأول الأكبر توتراً إيجابياً $+T_1$ لأنه التوتر الذي يحدد جهة دوران البكرة كونه الحبل الذي عُلق به الثقل الأكبر كتلةً ، بينما اعتبرنا توتر الحبل المعلق به الثقل الثاني الأدنى كتلةً توتراً سلبياً $-T_2$

بما أن لدينا قوتين تؤثران في البكرة و هما الثقلين المعلقين بالحبل على كلا طرفي البكرة فقد قسمنا الزاوية 180° درجة بينهما على 2 فكان نصيب كل قوةٍ تدويرية مؤثرة زاوية قائمة قياسها 90 درجة.

الآن لدينا قوتين مؤثرتين متعامدتين مع المستقيم الممتد ما بين نقطة التأثير و محور الدوران :

$180°÷2=90°$

$\tau_1=+T_1r\sin 90°=T_1(0.5)$

العزم التدويري للثقل الأول الأكبر كتلةً τ_1 يساوي توتر الحبل المرتبط به $+T_1$ (مجهول) ضرب نصف القطر r أي المسافة ما بين نقطة تأثير القوة و مركز الدوران وهي تساوي نصف قطر البكرة و هي نصف متر 0.50 جيب الزاوية 90° درجة و هي تساوي توتر الحبل المعلق به الثقل الأكبر ضرب 0.5 و 0.5 هذه هي نتيجة تنفيذ العملية المعلقة

$0.50\times\sin 90°$

$\tau_1=+T_1r\sin 90°=T_1(0.5)$

$\tau_1=+T_1(0.50)\sin 90°=T_1(0.5)$

$\tau_1=+T_1\times0.50\times\sin 90°=T_1\times0.5$

العزم التدويري للثقل الثاني الأدنى كتلةً τ_2 يساوي توتر الحبل المرتبط به $-T_2$ (توتر سلبي مجهول) ضرب نصف القطر r أي المسافة ما بين نقطة تأثير القوة و مركز الدوران وهي تساوي نصف قطر البكرة و هي نصف متر 0.50 جيب الزاوية 90° درجة و هي تساوي توتر الحبل المعلق به الثقل الأكبر ضرب 0.5 و 0.5 هذه هي نتيجة تنفيذ العملية المعلقة $0.50\times\sin 90°$

$\tau_2=+T_2r\sin 90°=T_2(0.5)$

$\tau_2=-T_2(0.50)\sin 90°=-T_2(0.5)$

$\tau_2=-T_2\times0.50\times\sin 90°=-T_2\times0.5$

بالنسبة للقوة المتجهة نحو الأعلى $F_{UP}\uparrow$ وهي القوة التي تبقي محور دوران البكرة عالياً فإنها تؤثر مباشرةً على محور الدوران أي أن نقطة تأثيرها تقع مباشرةً على محور الدوران (محور دوران البكرة).
نتذكر سوياً بأن مجموع العزوم التدويرية تساوي الكتلة ضرب التسارع :

$\sum\tau=Ia$

و كما تعلمون فإن لدينا في هذه المسألة عزمين تدويريين اثنين : العزم التدويري الأول τ_1 يساوي شدة الحبل المعلق به الثقل الأول الأكبر كتلةً و هي قيمةً مجهولة موجبة ضرب r أي 0.5 و العزم التدويري الثاني τ_2 يساوي شدة الحبل المعلق به الثقل الثاني الأدنى كتلةً و هي شدة سلبية مجهولة ضربr أي 0.5.
فإذا جمعنا هذين العزمين التدويريين مع بعضهما البعض فإننا لا نقول :

$T_1(0.5)+(-T_2)(0.5)$

$T_1\times0.5+-T_2\times 0.5$

و إنما و نظراً إلى أن قيمة شدة الحبل المعلق به الوزن الثاني الأدنى قيمةً هي شدةٌ سلبية $-T_2$
فإن علاقة جمع العزوم تتحول من علاقة جمع إلى علاقة طرح :

$T_1(0.50)+(-T_2)(0.50)$

$T_1\times0.50-T_2\times0.50$



إذا توالت شارتي سالب و موجب (-+) فإننا ندمجهما في شارةٍ سلبيةٍ واحدة.
و مجموع هذين العزمين التدويريين يساوي الكتلة ضرب التسارع:

$T_1\times0.50-T_2\times0.50=Ia$

$T_1\times0.50-T_2\times0.50=I\times a$

$I=½MR_2$

I=Moment of Inertia عزم القصور الذاتي- عزم العطالة.
القصور الذاتي أو عطالة I أسطوانة دوارة متجانسة تساوي ½ ضرب كتلة الأسطوانةM ضرب مربع نصف قطرهاR_2 .

$T_1+5(9.8)=5a$

$T_1+5\times9.8=5\times a$

إن توتر الحبل الأول المعلق به الثقل الأكبر T_1 زائد كتلة الثقل الأول الأكبر 5 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية 9.8 متر في الثانية يساوي كتلة الثقل الأول أي 5 كيلو غرام ضرب التسارع .
كان توتر الحبل ذو قيمة موجبة و لذلك فقد كانت العملية عملية جمع.

$T_2-3(9.8)=3a$

$T_2-3\times9.8=3\times a$

إن توتر الحبل المعلق به الثقل الثاني الأدنى T_1 ناقص كتلة الثقل الثاني الأدنى 3 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية 9.8 متر في الثانية يساوي كتلة الثقل الثاني الأدنى أي 3 كيلو غرام ضرب التسارع .
كان توتر الحبل ذو قيمة سلبية و لذلك فقد كانت العملية عملية طرح.

العزم التدويري τيساوي التوتر T ضرب البعد بين نقطو تأثير القوة و مركز الدائرة أي 0.50 أي نصف متر.
بما أن شدة الحبل من جهة الثقل الأدنى كانت ذات قيمةٍ سلبية فقد تحولت عملية جمع العزمين التدويريين إلى عملية طرح.
مجموع العزمين التدويريين أو ناتج طرح العزمين التدويريين(بما أن أحدهما ذو قيمةٍ سلبية) يساوي الكتلة ضرب التسارع.

$T_1(0.50)-T_2(0.50)=la$

$T_1\times0.50-T_2\times0.50=l\times a$

توتر الحبل الأول T_1 ضرب البعد بين نقطة تأثير القوة التدويرية و مركز الدائرة 0.50 متر (نصف متر) ناقص توتر الحبل الثاني T_2ضرب البعد بين نقطة تأثير القوة و مركز الدائرة أي نصف متر 0.50 متر يساوي الكتلةl ضرب التسارعa .
التسارع يساوي التسارع الزاوي وهو يساوي البعد بين نقطة تأثير القوة المحدثة للدوران و بين مركز الدائرة (نصف متر) 0.50 متر ضرب التسارع.

حساب القصور الذاتي الخاص بالبكرة (عطالة البكرة):

$I=½mr^2=½(10)(0.50)^2=$

$0.50\times10\times0.50^2=1.25$

$0.5\times10\times0.50^2=1.25$

أي أن القصور الذاتي أو عطالة البكرة تساوي 1.25 .

إيجاد المجاهيل في المعادلات الخمسة التي مرت معنا:
المعادلة الأولى:

$T_1+5(9.8)=5a$

توتر الحبل الأول المعلق به الثقل الأكبر كتلةً زائد الثقل الأكبر كتلةً أي 5 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية أي 9.8 متر في الثانية يساوي كتلة الثقل الأكبر أي 5 كيلو غرام ضرب التسارع.
ننفذ العمليات المعلقة –لدينا عملية ضرب معلقة قابلة للتنفيذ:

$5(9.8)\ 5\times9.8=49$

أي أن توتر الحبل الذي علق به الوزن الأكبر كتلةً يساوي:

$T_1=49-5a$

$T_1=49-5\times a$

$T_1+5(9.8)=5a$

$T_1=5a-49$

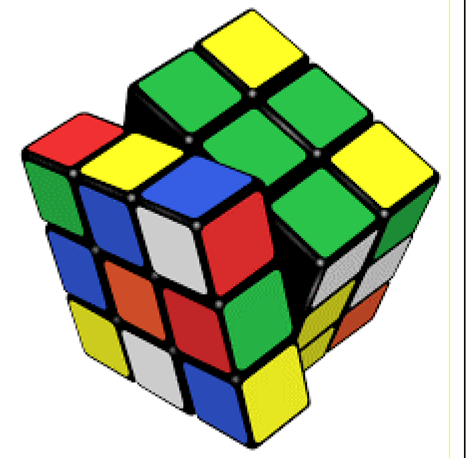
توتر الحبل المعلق به الثقل الأول الأكبرT_1 + كتلة الثقل الأكبر 5 كيلو غرام ضرب التسارع a (مجهول)
أي أن توتر الحبل المرتبط به الثقل الأول الأكبر كتلةً 5 كيلو غرام = ناتج ضرب كتلة الثقل الأكبر 5 كيلو

غرام ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية 9.8 ناقص كتلة الثقل الأكبر كتلةً أي 5 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية أي 9.8 متر ثانية.

$5\times9.8=49$

$T_1+5(9.8)=5a$

$T_1=5a-49$



لفهم مثل هذه العلاقات نقوم بتحويلها إلى رموز بسيطة ثم أعداد بسيطة و لحل مثل هذه المعادلات نفعل الشيء ذاته:

$T_1+5(9.8)=5a$

$T_1=5a-49$

$T_1=A$

$5=B$

$9.8=C$

$a=D$

$A+B\times C=B\times D$

$A=B\times C-B\times D$

لننتبه إلى هذه العلاقة $A=B\times C-B\times D$

$A+B\times C=B\times D$

إن العلاقة السابقة تتضمن مقدارين متساويين المقدار الأول هو $A+B\times C$ و المقدار الثاني هو $B\times D$ و بين هذين المقدارين عملية طرح ، كما أن هذين المقدارين يتضمنان عمليتي ضرب اثنتين $B\times C$ و $B\times D$ غير أن ناتج عمليتي الضرب هاتين ليس متساوياً فالفرق بينهما هو العنصر A الذي إذا أضفناه إلى ناتج عملية الضرب الأولى $B\times C$ فإنها تصبح مساويةً لعملية الضرب الثانية $B\times D$ و هذا يعني بأن عملية الضرب الثانية $B\times D$ هي أكبر من عملية الضرب الأولى $B\times C$ و أن الفرق بين عمليتي الضرب هاتين هو العنصر A الذي عندما نضيفه إلى عملية الضرب الأولى فإنها تصبح مساويةً لعملية الضرب الثانية.

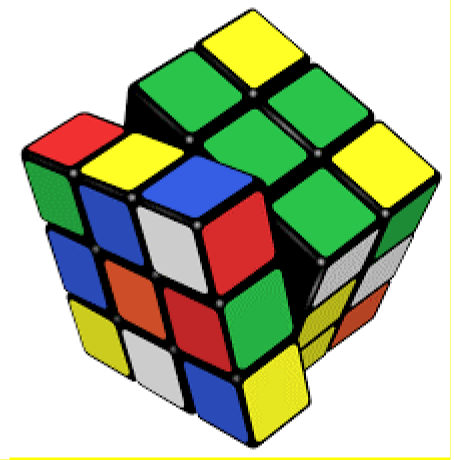
الآن حتى نفهم الأمر فإننا نحول الرموز إلى أعداد بسيطة :

$A+B\times C=B\times D$

$A=6$
$B=3$
$C=4$
$D=6$
$6+3\times4=3\times6$
$6+3\times4=18$
$3\times6=18$
$18=18$
نفترض بأننا نجهل قيمة A
الآن نقلب المعادلة حتى نتمكن من تحديد قيمة مجهولها A:
$A=B\times D-B\times C$
$6=3\times6-3\times4=18-12=6$
طبعاً هذا ليس حل المعادلة الأولى و لكنه مثالٌ توضيحي يبين لنا كيفية تبديل مواقع عناصر المعادلة للتوصل إلى حلها.

ما الذي فعلته سابقاً؟
بما انني قد تأكت بأن ناتج إحدى عمليتي الضرب هاتين يجب حتماً أن يكون أكبر من ناتج عملية الضرب الثانية و أن الفرق بينهما هو العنصر A الذي إذا أضفته إلى ناتج عملية الضرب الأقل فإنه يصبح مساوياً لناتج عملية الضرب الثانية الأكبر فإنني حتى أتبين قيمة العنصر A فإنني أطرح ناتج عملية الضرب الأدنى من ناتج عملية الضرب الأكبر فأحصل على قيمة العنصر A لأن إضافة هذا العنصر لناتج عملية الضرب الأدنى هو الذي يجعله مساوياً لناتج عملية الضرب الأكبر.

حلحلة المعادلة الثانية:
توتر الحبل الثاني ناقص كتلة الثقل المعلق به أي 3 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية أي 9.8 متر في الثانية يساوي كتلة الثقل الثاني أي 3 كيلو غرام ضرب التسارع:
$T_2-3(9.8)=3a$
$T_2-3\times9.8=3\times a$
نقوم بتنفيذ العمليات المعلقة القابلة للتنفيذ على الحدود الرقمية المعلومة التي لا تحوي متغيرات(مجاهيل):
$3\times9.8=29.4$
أي أن :
$T_2-29.4=3\times a$
و عليه فإن:
$T_2=3a+29.4$



حتى نفهم كيفية حل مثل هذه العلاقات و المعادلات و كيف قمنا بتبديل مواضع رموزها و عناصرها لحلها أو تمهيداً لحلها فإننا كما تعودنا نقوم بتحويل رموزها و عناصرها إلى رموز بسيطة ثم نعطي كل رمز قيمةً بسيطةً :

$T_2-3\times9.8=3\times a$

$T_2=A$

$3=B$

$9.8=C$

$3=B$

$a=D$

فتصبح المعادلة $T_2-3\times9.8=3\times a$ على الصورة التالية:

$A-B\times C=B\times D$

$A=60$

$B=5$

$C=6$

$D=6$

$60-5\times6=5\times6$

$60-5\times6=60-30=30$

$5\times6=30$

$30=30$

$T_2=3a+29.4$

$T_2-29.4=3\times a$

و عليه فإن:

$T_2=3a+29.4$

$A = B\times D + B\times C$

$60 = 5\times 6 + 5\times 6$

A=60

B=5

C=6

D=6

دائماً عندما تجد في أي كتاب رياضيات أو فيزياء علاقةً رياضية ما تم حلها أو حلحلتها قليلاً من خلال تغيير مواضع رموزها و عناصرها قم باستبدال عناصر تلك العلاقة أو المعادلة برموز بسيطة ثم قم بعد ذلك باستبدال تلك الرموز بأعداد بسيطة حتى تفهم كيف تم حل أو حلحلة تلك العلاقة أو المعادلة تمهيداً لحلها.

كما أن بإمكانك استخدام هذه الطريقة ذاتها في حل المعضلات الرياضية و الفيزيائية حتى تتبين ما إذا كان بالإمكان تغيير مواضع عناصر تلك المعادلات تمهيداً لحلها.

حل أو حلحلة المعادلة الثالثة:

$a=a_t=0.5\alpha$

التسارع الدائري a يساوي التسارع الزاوي a_t يساوي نصف قطر الدائرة (البكرة) و هو هنا 0.5 ضرب التسارع الخطي α.

انتبه جيداً : a هي رمز التسارع الدائري المتعلق بالحركة الدائرية و a_t تشير إلى التسارع الزاوي الدائري كذلك بينما يشير الرمز α إلى التسارع الخطي أي التسارع وفق خطٍ مستقيم لا التسارع الدائري.

من العلاقة السابقة نستنتج أن التسارع الخطي α يساوي التسارع الدائري a ضرب نصف قطر الدائرة أي 0.5 .

طبعاً هي علاقة ضربٍ اعتيادية :

$a=a_t=0.5\alpha$

$a=a_t=0.5\times\alpha$

$a= 0.5\times\alpha$

a=A

0.50=B

α=C

$A=B\times C \rightarrow C=A/B$

$A=30\ \ B=5\ \ C=6\ \ \rightarrow C=30/5$

$C=30\div5$
هي عملية ضربٍ اعتيادية قمنا بعكسها إلى عملية قسمة حتى نكتشف مجهولها.

إن المعادلة الأولى تبين لنا أن توتر الحبل عند الطرف المعلق به الثقل الأول الأكبر كتلةً T_1 يساوي :

$T_1=49-5\alpha$

$T_1=49-5\times\alpha$

و كنت قد بينت بالتفصيل كيف توصلنا إلى هذه العلاقة .

و كنت قد حسبت التسارع الزاوي أو التسارع الدائري a بأنه يساوي نصف قطر الدائرة الدوارة أي نصف متر 0.50 ضرب التسارع الخطي α.

$a=0.50\alpha$

$a=0.50\times\alpha$

و كنت سابقاً قد حسبت العطالة بأنها تساوي 1.25

و الآن نصل إلى ساعة الحسم:

$T_1(0.50)-T_2(0.50)=Ia$

$49-5\alpha(0.50)-(3\alpha+29.4)(0.50)=(1.25)(\alpha/0.50)$

$49-5\times\alpha\times0.50-3\times\alpha+29.4\times0.50=1.25\times\alpha/0.50$

ننفذ العمليات المعلقة القابلة للتنفيذ أي العمليات الرقمية التي لا تحوي متغيرات (مجاهيل) :

$49-5\alpha)(0.50)-(3\alpha+29.4)(0.50)=(1.25)(\alpha/0.50)$



كما ترون فإن لدينا أقواس تحوي عمليات طرحٍ أو عمليات جمعٍ و بينها عمليات ضرب ، و قبل أن نبدأ بتنفيذ العمليات المعلقة بين الأقواس و ضمنها لدينا قاعدتين اثنتين يتوجب علينا مراعاتهما:

$(A-B)(C)=A-B\times C=AC-BC=A\times C-B\times C$

لنفترض بأن

$A=10$

$B=6$

$C=3$

$(10-6)3=10-6\times3=12$

$10\times3-6\times3=30-18=12$

كما ترون كانت لدينا عملية طرحٍ داخلية ضمن القوس (A-B) و عملية ضربٍ خارجية (خارج القوس) (A-B)(C) أي A-B×C و عندما نفك الأقواس و ننفذ العمليات المعلقة فإن عملية الضرب الخارجية تصبح عمليةً داخلية A×C-B×C , بينما تصبح عملية الطرح الداخلية عمليةً خارجية:

$(AC)-(BC)=(A\times C)-(B\times C)$

الان لدينا عملية جمع داخلية و عملية ضرب خارجية:

$(A+B)(C)\rightarrow A+B\times C\rightarrow$

$AC+BC=A\times C+B\times C$

نفترض بأن:

$A=10$

$B=6$

$C=3$

$10\times 3+6\times 3=30\times 18=48$

$A+B\times C=10+6\times 3=16\times 3=48$

$(A+B)(C)\rightarrow A+B\times C\rightarrow$

$AC+BC=A\times C+B\times C$

تحتوي العلاقة السابقة على عملية جمع داخلية محصورة بين قوسين$(A+B)$ و عملية ضربٍ خارجية تقع خارج القوس $(A+B)\times(C)$، و عند تفكيك الأقواس فإن عملية الجمع الداخلية $(A+B)$ تصبح عمليةً خارجية $AC+BC$.

$(A\times C)+(B\times C)=AC+BC$

بينما تصبح عملية الضرب التي كانت عمليةً خارجية تجري خارج الأقواس$(A+B)(C)$ عمليةً داخلية ضمن الأقواس :

$(A\times C)+(B\times C)$

الآن ننفذ القاعدتين السابقتين على مسألتنا:

$(49-5a)(0.50)-(3a+29.4)(0.50)=(1.25)(a/0.50)$

كما ترون فإن لدينا في الشطر الأول عمليتي ضرب خارجيتين تفصل بينهما علاقة طرح خارجية:

$(49-5a)(0.50)-(3a+29.4)(0.50)$

(49-5a) ضرب(0.50)ناقص(3a+29.4)ضرب(0.50)

عملية الضرب الخارجية الأولى :

$(49-5a)(0.50)$

عملية الضرب الخارجية الثانية :

$(3a+29.4)(0.50)$

إن حل المعادلة السابقة يتطلب منا فك الأقواس و فك الأقواس يستدعي منا تنفيذ العمليات الرياضية المعلقة الموجودة ضمن الأقواس و خارجها:

$(49-5a)(0.50)=$

$49\times0.50=24.5$

$5a\times0.50=2.\ 5a$

كما ترون فقد ضربت كل حدٍ في القوس الأولى على حدة بمحتويات القوس الثانية.

و كما تذكرون فقد كانت لدينا في القوس الأولى عملية طرحٍ داخلية $(49-5a)$

$24.5-2.5a$

$(3a+29.4)(0.5)=3a\times0.50=$

$3\times0.50=1.5$

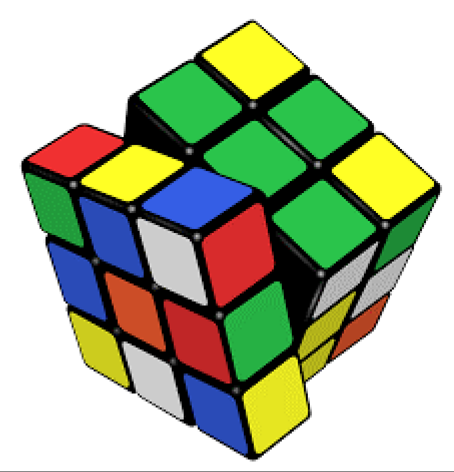
$29.4\times0.50=14.7$

$(29-5a)(0.50)-(3a+29.4)(0.50)=$

$24.5-2.5-1.5a\mp1.5a+14.7=(1.25)(a/0.50)$

و الان بعد أن أنهينا الشطر الأول من المعادلة ننتقل للحديث عن الشطر الثاني من المعادلة أي :

$(1.25)(a/0.50)=1.25\div0.50=2.5$



كيف تحولت العلاقة $(1.25)(a/0.50)$ لتصبح على هذه الصورة:

$1.25\div0.50=2.5$

كما تعودنا فإننا نحول كل معادلة و كل علاقة يتم فيها تغيير مواقع العناصر إلى رموز بسيطة و من ثم فإننا نحول تلك الرموز إلى أعداد بسيطة حتى نتمكن من فهم ذلك التغيير و حتى نتبين ما إذا كان بإمكاننا تبديل مواقع عناصر أي معادلة أو علاقة تمهيداً لحلها .

$(1.25)(a/0.50)=1.25\div0.50=2.5$

نفترض بأن:

$1.25=A$

$a=B$

$0.50=C$

$A(B/C)=(A÷C)B$
$A×B/C=A÷C×B$
نفترض بأن :
$A=2$
$B=3$
$C=4$
$2(3/4)=(2÷4)3$
$2×3÷4=1.5$
$2÷4×3=1.5$
$1.5=1.5$
في حال لم تتغير النتيجة بعد قيامنا بتبديل مواقع عناصر المعادلة فذلك يعني بأن تبديل مواقع العناصر الذي قمنا به هو تبديلٌ صحيح.
إذا كانت النتيجة واحدة قبل و بعد تبديل مواقع العناصر فذلك يعني بإن بإمكاننا القيام بتبديل مواقع عناصر المعادلة المشابهة .
إذا كان تبديل مواقع العناصر صحيحاً فيجب أن تكون القيمة متماثلة على طرفي شارة المساواة:
$1.5=1.5$

∓

$(29-5a)(0.50)-(3a+29.4)(0.50)=$

$24.5-2.5a-1.5a-14.7=2.5\ a$

إن حل المعادلة السابقة يتطلب منا أن نقوم بإجراء عمليات الطرح المعلقة و لكن كيف نجري عملية الطرح في مثل هذه الحالة حيث أن لدي حدوداً تحوي متغيرات مجهولة مثل الحد $2.5a$ و الحد $1.5a$ ،كما أن لدي حدوداً عدديةً صرفة لاتحوي أي متغيراتٍ مجهولة مثل الحد 24.5 و الحد 14.7 ؟
بداية نقوم بإجراء العملية المعلقة أي عملية الطرح على الحدود المتماثلة التي لا تحتوي على متغيرات مجهولة .
لدي حدين عدديين لا يحويان متغيرات و هما الحد 24.5 و الحد 14.7 أجري عملية الطرح عليهما فأقول :
$24.5-14.7=9.8$
و بذلك نكون قد أنهينا عملية طرح الحدود التي لا تحوي متغيرات من بعضها البعض .
الآن ماذا أفعل ببقية الحدود ،أي الحدود التي تحتوي على متغيرات مجهولة؟
هل أقوم بطرح الحدود التي تحوي متغيراتٍ مجهولة من بعضها البعض؟
$2.5a-1.5a-2.5a$
كلا، بل يتوجب علي أن أقوم بجمع هذه الحدود التي تحوي متغيرات مع بعضها البعض فأقول:
$2.5a+1.5a+2.5a=6.5a$
الآن أضع شارة المساواة = ما بين ناتج عملية الطرح السابقة و ناتج عملية الجمع الحالية فأقول بأن:

$9.8=6.5a$

و بذلك تصبح لدي عملية ضربٍ بسيطة:

$9.8=6.5\times a$

و الآن و بكل بساطة فإننا حتى نعرف قيمة مجهول المعادلة a فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب أي أننا نجري عملية قسمة و تحديداً فإننا نقسم ناتج عملية الضرب أي 9.8 على الحد المعلوم في عملية الضرب أي 6.5 فأقول:

$a=9.8/6.5$

$9.8\div6.5=1.51$

إذاً فإن مجهول المعادلة يساوي تقريباً 1.51 متر في الثانية تقريباً.

1.51m/s

الآن اتأكد من صحة العملية التي قمت بها و ذلك بإبدال المجهول a في المعادلة السابقة بالحل الذي توصلنا إليه ألا وهو 1.51 فأقول :

$24.5-2.5\,a-1.5a-14.7=2.5\,a$

$24.5-2.5\times1.51=20.725-1.5\times1.51=18.46-14.7=3.77$

أما طرف المعادلة الثاني فإنه يساوي 2.5a أي أنه يساوي 2.5×a

$2.5\times1.51=3.77$

إذاً فإن الحل صحيح.



الآن هنالك مسألةٌ شديدة الأهمية و الخطورة يتوجب ان نتوقف عندها وهي لماذا و كيف قمنا أولاً بطرح الحدين الرقميين الذين لا يحويان متغيراتٍ مجهولةٍ من بعضهما البعض :

$24.5-14.7=9.8$

ثم لماذا و كيف قمنا بجمع بقية الحدود التي تحوي متغيرات مجهولة مع بعضها البعض:

$2.5a+1.5a+2.5a$

ثم كيف جئت بعد ذلك و قلت بأن كلاً من نتيجتي الطرح أي طرح الحدود التي لا تحوي متغيراتٍ مجهولة من بعضها البعض و ناتج عملية الجمع أي ناتج عملية جمع الحدود التي تحوي متغيراتٍ مجهولة مع بعضها البعض يجب أن يكونا متساويين؟

$9.8=6.5a$

$9.8=6.5\times a$

بدايةً نتذكر سوياً كيف كانت المعادلة الأصلية:

$24.5-2.5a--1.5a-14.7=2.5\,a$

كما تعلمنا سابقاً فإننا و حتى نتمكن من فهم أي معادلةٍ رياضية أو فيزيائية و حتى نتبين ما إذا كان بإمكاننا تبديل مواقع عناصر معادلةٍ ما أو علاقةٍ رياضية أو فيزيائية ما تمهيداً لحلها فإننا نستبدل عناصر تلك

المعادلة برموز بسيطة ومن ثم فإننا نستبدل الرموز بأعداد بسيطة شريطة أن تحقق تلك الأعداد التوازن بين شطري تلك المعادلة بمعنى أنه باستطاعتنا أن نضع أية أعداد شريطة أن تحقق المساواة بين طرفي تلك المعادلة فإذا كانت لدينا شارة مساواة بين عدة عملياتٍ على كلا طرفي شارة المساواة فإنه يتوجب أن يكون ناتج العمليات الواقعة إلى ميسرة شارة المساواة مساوياً لناتج العمليات الواقعة إلى ميمنتها.

و إذا كان لدينا عنصرٌ ما يتكرر عدة مرات فيجب ان نسند له الرمز ذاته و العدد ذاته.

الآن نحول معادلتنا السابقة إلى رموز:

$24.5-2.5a-1.5a-14.7=2.5\ a$

$24.5=A$

$2.5=B$

$a=X$

$1.5=C$

$14.7=D$

لتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$A-BX-CX-D=BX$

$A-B\times X-C\times X-D=B\times X$

و الآن ننسب إلى كل رمز قيمة عددية معينة شريطة أن يتحقق التوازن و تتحقق المساواة بين طرفي المعادلة:

$A=100$

$B=2$

$X=10$

$C=4$

$D=20$

فتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$100-2\times10-4\times10-8=2\times10$

الآن يتوجب أن يكون ناتج طرح الرقمين المنفردين 100 و 20 أي الرمزين الغير مضروبين بقيمةٍ متغيرة مجهولة مساوياً لناتج جمع بقية الأعداد في المعادلة أي 80 .

$100-20=80$

$2\times10=20$

$20+4\times10=60$

$60+2\times10=80$

$20+40+20=80$

$80=80$

إذاً فإن الطريقة التي استخدمناها صحيحة و فعالة .

بقي علينا الطلب الأخير وهو حساب الشدة أو التوتر الواقع على طرفي الحبل .

التوتر الواقع على طرف الحبل الأول من جهة الثقل الأكبر T_1 يساوي كتلة الثقل الأول الأكبر 5 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية أي 9.8 متر في الثانية ناقص كتلة الثقل الأول الأكبر أي 5 كيلو غرام ضرب تسارع الثقل أي 1.51.

$5\times9.8=49$

$49-5=44$

$44\times1.51=66.44N$

66.44N نيوتن

توتر الحبل الثاني T_2 من جهة الثقل الأدنى يساوي كتلة الثقل الثاني أي 3 كيلو غرام ضرب تسارع الثقل أي 1.51 زائد كتلة الثقل الثاني أي 3 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية وهي تساوي 9.8 متر في الثانية :

$3\times1.51+3\times9.8=36.93N$

توتر الحبل من جهة الثقل الأدنى تبلغ 36.93N نيوتن.

مسألة

كرة صلبة تتدحرج على سطحٍ مستوي طوله 2ز50 متر و زاوية ميلانه 20 درجة .

كم تبلغ سرعة الكرة عندما تصل إلى أسفل ذلك السطح المستوي؟

لحل هذه المسألة نستخدم معادلة الطاقة الحركية التي مرت معنا سابقاً :

$KE=\frac{1}{2}mv^2$

الطاقة الحركيةKE تساوي $\frac{1}{2}$ضرب الكتلةm ضرب مربع السرعةv^2 .

لماذا نستخدم معادلة الطاقة الحركية لحل هذه المسألة؟

لأن الكرة تتحرك بشكلٍ خطي أي انها تقطع مسافةً طولية قدرها 2.50 متر.

و لكن بما أن الكرة عند تحركها فإنها تتدحرج و تتحرك حركةً دورانية و تلتف حول نفسها فيتوجب علينا كذلك أن نستخدم معادلة الطاقة الحركية الدورانية وهي المعادلة المكافئة لمعادلة الطاقة الحركية الخطية و كما تذكرون فإن معادلة الطاقة الحركية الدورانية تقول:

$KE=\frac{1}{2}I\omega^2$

V السرعة الخطية على مسارٍ مستقيم.

ω السرعة الزاوية ω

m الكتلة في معادلات الطاقة الحركية الخطية تساوي عزم العطالة I في معادلات الطاقة الحركية الدورانية.

Moment of inertiaلحظة العطالة.

الطاقة الحركيةKE تساوي $\frac{1}{2}$ضرب الكتلةm ضرب مربع السرعةv^2 .

السرعة الزاوية - angular speedf

القوة الطبيعية في هذه المسألة غير مصونة و هي تعمل بشكلٍ متعامدٍ مع خط السرعة و هو الخط أو المسار المائل الذي يمثل حركة السرعة نحو الأسفل.

لدينا حركتين في هذه المسألة :

حركةٌ خطية للكرة حيث أنها تتحرك وفق مسارٍ خطيٍ مستقيم طوله 2.50 متر ولذلك فإننا نستخدم معادلة الطاقة الحركية الخطية :

$KE=\frac{1}{2}mv^2$

كما أن الكرة أثناء تحركها على امتداد ذلك المسار المستقيم المائل نحو الأسفل بزاوية ميلان قدرها 20 درجة فإنها تتدحرج و تلتف حول نفسها بحركةٍ دورانية و لذلك فإننا نستخدم كذلك معادلة الطاقة الحركية الدورانية:

$KE=\frac{1}{2}I\omega^2$

الطاقة الحركية الدورانية KE تساوي $\frac{1}{2}$ ضرب عزم العطالة I ضرب مربع سرعة الدوران ω^2 .

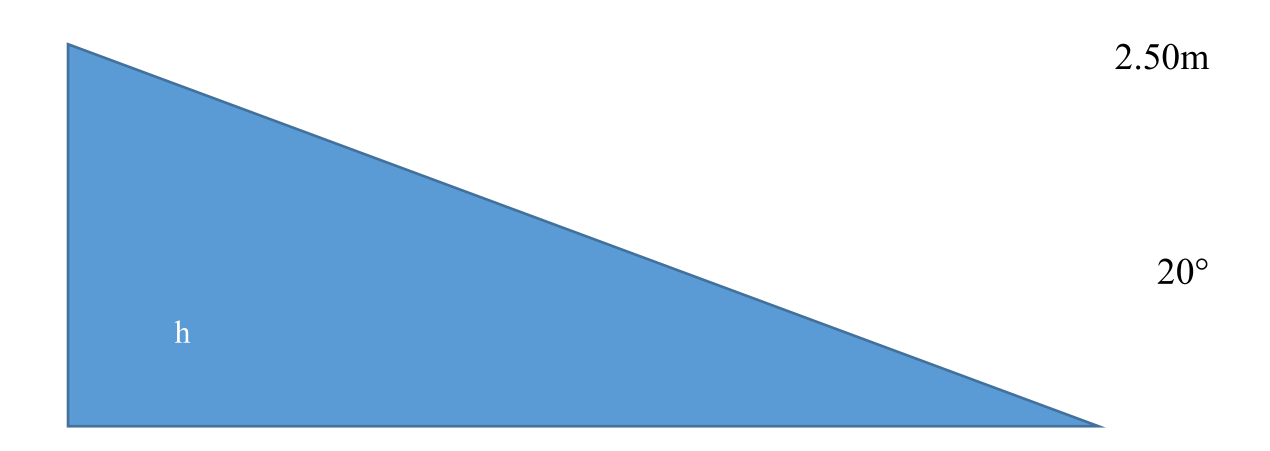
النقطة التي تقع عند أسفل المنحدر تمثل نقطة الصفر(الارتفاع صفر) و الطاقة الكامنة عند تلك النقطة تساوي الصفر :

PE=0

لماذا؟

لأن الكرة عندما تصل إلى أسفل المنحدر فإنها تكون قد استنفذت طاقتها الكامنة بينما تكون الطاقة الحركية الكامنة في أوجها عند أعلى نقطة.

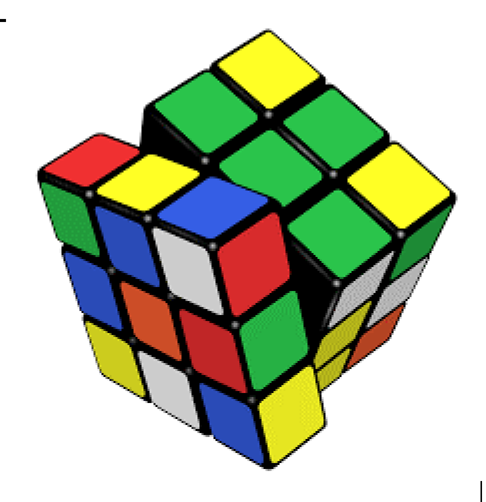
الطاقة النهائية Final energy تساوي الطاقة الحركية (بما أن الكرة تتحرك وفق مسارٍ مستقيم و تقطع مسافةً خطيةً مستقيمة) زائد الطاقة الحركية الدورانية (بما أن الكرة تتدحرج حول نفسها أثناء تحركها).



وتر المثلث أطول ضلعٍ في المثلث القائم الزاوية و الضلع الوحيد المائل في المثلث القائم الزاوية يمثل المسار المنحدر المائلٍ نحو الأسفل الذي يبلغ طوله 2.50 متر و الذي تتحرك الكرة على امتداده وهو يمثل المسافة الأفقية التي قطعتها الكرة.

زاوية ميلان وتر المثلث أي زاوية ميلان المسار الذي تتدحرج عليه الكرة 20 درجة.

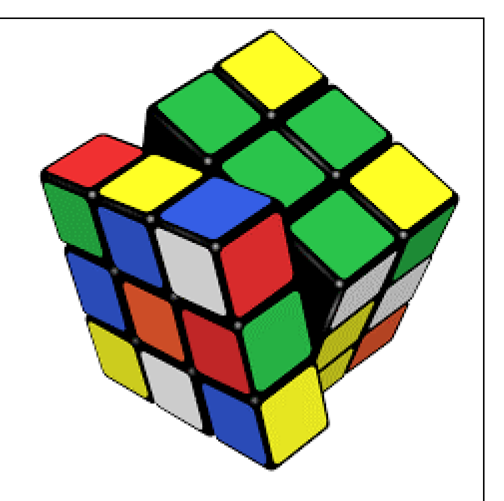
الارتفاع h يمثل المسافة العمودية التي قطعتها الكرة .



علينا أن ننتبه جيداً إلى أنه في جميع المسائل التي تتضمن مساراً مائلاً فإن الجسم الذي يتحرك وفق مسار مائل صعوداً أو هبوطاً فإنه يتحرك و فق إحداثيتين اثنتين أفقية و عمودية كما أن ذلك الجسم يقطع مسافتين اثنتين : مسافة أفقية و مسافة عمودية ، فأنت مثلاً عندما تسير في طريقِ مستوي فإنك تقطع مسافةً افقيةً و حسب و لكنك عندما تصعد سلم البناء او عندما تنزل عليه أو عندما تصعد إلى تلٍ أو جبل فإنك لا تقطع فقط مسافةً أفقية و إنما فإنك تقطع كذلك مسافةً عمودية.

$$\text{Final Energy}=\tfrac{1}{2}mv^2+\tfrac{1}{2}I^2\omega$$

في البداية في أعلى المنحدر تكون الكرة في حالة سكون قبل أن تبدأ بالحركة الخطية و التدحرج حول نفسها ، و هذه الكرة تكون في أعلى المنحدر عند ارتفاعٍ لا يساوي الصفر non-zero height.



نحن هنا لدينا مثلثٌ قائم الزاوية – وتر هذا المثلث (ضلعه المائل) يمثل المنحدر الذي تتدحرج عليه الكرة و الذي يبلغ طوله 2.50 متر و ارتفاع هذا المثلث h أي الضلع المقابل لزاوية الميلان 20 درجة مجهول .
إذاً لدينا وتر و ارتفاع (معلوم) 2.50 و ارتفاعٌ (مجهول) و زاوية ميلانِ معرفة قدرها 20 درجة و لذلك فإننا نستخدم نسبة الجيب sin لأنها تتعلق بكلٍ من طول الوتر المثلث و ارتفاعه أي الضلع المقابل لزاوية الميلان 20° فندخل إلى الآلة الحاسبة الأمر التالي:

$2.50 \sin 20°$

فنحصل على النتيجة :
$2.50 \sin 20° = 0.85$
أي أن ارتفاع هذا المثلث يساوي 0.85 .

و الآن و بعد ان تمكنا من حساب ارتفاع هذا المثلث أصبح إمكاننا أن نحسب الطاقة الابتدائية :

$$Initial\ Energy = PE = mgh = m(9.8)(0.85)$$
$$Initial\ Energy = PE = m \times g \times h = m \times 9.8 \times 0.85$$

الطاقة الابتدائية E_i تساوي الطاقة الكامنة PE تساوي الكتلة mضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g أي 9.8 ضرب الارتفاع h أي 0.85 .
الكتلة M مجهولة؟

العمل W_{nc} يساوي الطاقة النهائيةE_f ناقص الطاقة الابتدائيةE_i.

$$W_{nc} = E_f - E_i$$
$$gh = 9.8 \times 0.85 = 8.3m$$
$$0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I^2\omega - 8.3m$$

الطاقة النهائية كما ذكرت سابقاً تساوي مجموع الطاقتين الحركيتين ، و كما ذكرت سابقاً فإن الكرة أو أي جسم كروي أو اسطواني أو دائري يتدحرج على منحدر فإنه يتحرك وفق حركتين اثنتين : حركة خطية طولية(مسافة يقطعها) و حركةٌ دورانية يدورها حول مركزه.
إذاً فإن الطاقة الحركية النهائية تساوي مجموع كلٍ من الحركة الخطية و الحركة الدورانية:

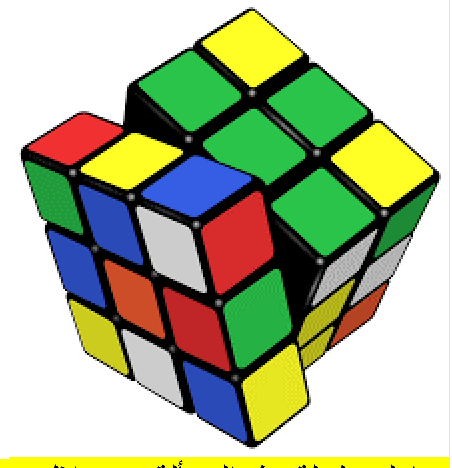
$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I^2\omega$$

و كما تعلمون فإن الطاقة الابتدائية E_i تساوي الطاقة الكامنة PEوهي تساوي الكتلة mضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية 9.m g ضرب الارتفاع 0.85 .
طبعاً الكتلةm ، أي كتلة الكرة مجهولة .

الطاقة الحركية النهائية:

$$0 = 0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I^2\omega - 8.3m$$

الطاقة الحركية النهائية تساوي مجموع كلٍ من من الطاقة الحركية الخطية و الطاقة الحركية الدورانية.
8.3m أي 8.3×m تمثل الطاقة الحركية الابتدائية E_i و هي تساوي الطاقة الكامنةPE و هي تساوي الكتلة المجهولة m(كتلة الكرة) ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية gأي 9.8 ضرب الارتفاع8.3.



نحاول حلحلة هذه المسألة من خلال محاولة حساب العطالة I بالنسبة للأجسام الكروية فإن العطالة تساوي $\frac{2}{5}$ضرب الكتلةm ضرب مربع نصف القطر r^2 :

$I=\frac{2}{5}mr^2$

و هكذا أصبح بإمكاننا أن نستبدل العطالة I بمعادلة حساب العطالة $\frac{2}{5}mr^2$ فنكتب :

$0=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}(\frac{2}{5}MR^2)\,\omega^2-8.3m$

و لكن ما هي الفائدة التي جنيناها من وضع معادلة حساب عطالة الكرة $(\frac{2}{5}MR^2)$ مكان العطالة I؟
ألم يؤدي ذلك إلى إطالة المعادلة السابقة و تعقيدها و زيادة عدد عناصرها؟
في الحقيقة أننا جنينا من ذلك فائدة كبيرة حيث أصبحت لدينا ثلاثة عملياتٍ رياضية متتابعة نتيجتها الصفر و هذه العمليات الثلاثة تحوي عنصراً مكرراً يتكرر فيها جميعاً وهو العنصر m أي الكتلة .

$0=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}(\frac{2}{5}mR^2)\,\omega^2-8.3m$



هل يمكن حذف أي عنصرٍ يتكرر في عملياتٍ متتابعة نتيجتها الصفر؟
لتكن لدينا العلاقة التالية:

$3\times4\times6+5\times4\times7-4\times53=0$

$3\times4\times6=72$

$5\times4\times7=140$

$4\times53=212$

$72+140=212$

$72+140-212=0$

كما ترون فإن لدينا عدة عملياتٍ يتكرر فيها العدد 4 و الناتج هو صفر ، الآن ، ماذا لو قمنا بحذف العدد المتكرر 4 ؟ هل سيؤثر ذلك على نتيجة العمليات؟

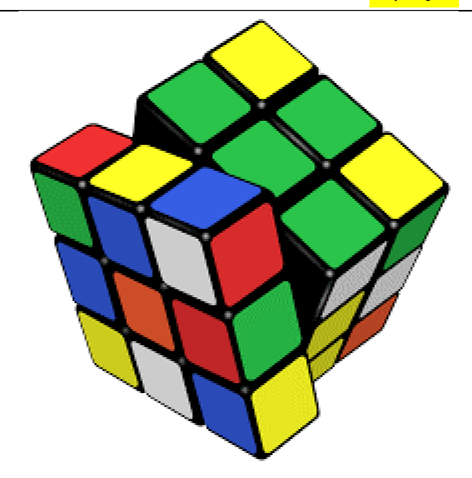
$3\times6+5\times7-53=0$

$3\times6=18$

$5\times7=35$

$18+35=53$

إذاً لم يؤثر حذف العنصر المتكرر في عدة عمليات جمعٍ و طرح و ضرب نتيجتها الصفر على النتيجة النهائية.



لا يؤثر حذف عنصرِ متكرر في عدة عملياتٍ رياضية متتابعة على نتيجة أية عملية رياضية إذا كان ناتجها هو الصفر أياً تكن قيمة ذلك العنصر المتكرر.

$10\times100\times5+10\times2\times250-10\times1000=0$

$5000+5000-10000=0$

إذا حذفنا الرقم المتكرر أي الرقم عشرة :

$100\times5+2\times250-1000=0$

$500+500-1000=0$

إذاً فإن بإمكاننا أن نحذف العنصر المتكرر أي عنصر الكتلة m من جميع العمليات التي وردت في المعادلة الصفرية السابقة:

$$0=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{5}(\frac{2}{5}mR^2)\omega^2-8.3m$$

إذاً فإن بإمكاننا أن نحذف العنصر المتكرر أي عنصر الكتلة m من جميع العمليات التي وردت في المعادلة الصفرية السابقة لتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$$0=\frac{1}{2}\cancel{m}v^2+\frac{1}{5}(\frac{2}{5}\cancel{m}R^2)\omega^2-8.3\cancel{m}$$

$$0=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}(\frac{2}{5}R^2)\omega^2-8.3$$

الآن : هل لدينا عملياتٌ معلقة قابلة للتنفيذ في معادلتنا بعد حذف العنصر المتكرر؟

العملية المعلقة القابلة للتنفيذ هي عملية رقمية بين طرفين عدديين على الأقل لا يحويان متغيراتٍ مجهولة.

كما ترون فإن لدينا عملية ضرب الكسر $\frac{1}{2}$بالكسر $\frac{2}{5}$:

$\frac{1}{2} = 1\div 2=0.5$

$\frac{2}{5} = 2\div 5=0.4$

$0.5\times0.4=0.2$

أي 2 بالعشرة وهي تساوي الكسر $\frac{2}{10}$ الذي يصبح بعد الاختزال $\frac{1}{5}$ أي بعد قسمة كلا حديه على العدد 2

$0=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{2}(\frac{2}{5}R^2)\,\omega^2-8.3$

قمنا بحذف رمز الكتلة لأنه يتكرر في جميع العمليات في معادلة صفرية نتيجتها الصفر كما رأينا سابقاً

فتصبح معادلتنا على الصورة التالية :

$0=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{2}(\frac{2}{5}R^2)\,\omega^2-8.3$



$0=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{2}(\frac{2}{5}R^2)\,\omega^2-8.3$

تأمل جيداً المعادلة السابقة . هل تعني لك شيئاً؟

حسناً سوف نستبدل حدودها التي بينها علامات جمعٍ و طرح بالرموز حتى نفهم معناها:

$\frac{1}{2}v^2=A$

$\frac{1}{2}(\frac{2}{5}R^2)\,\omega^2=B$

$8.3=C$

فتصبح معادلتنا على الصورة التالية :

$0=A+B-C$

ما الذي يعنيه ذلك؟

إنه يعني بأنه أياً تكن قيمة A و B فيجب أن يكون مجموعهما مساوياً لقيمة C و آية ذلك أن A+B-C تساوي الصفر.

$A+B=C$

$A+B-C=0$

الآن سوف أستبدل الرموز بأية أعداد تحقق المعادلة الصفرية أي أن تكون نتيجتها مساوية للصفر:

$A=4$

$B=6$

$C=10$

ليصبح لدينا:

$0=4+6-10$

إذاً فإن بإمكاننا أن نبدل مواقع حدود المعادلة السابقة فنقول:

C=A+B

أي

10=6+4

لتصبح معادلتنا السابقة :

$0=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}\ (\frac{2}{5}R^2)\ \omega^2-8.3$

على الصورة التالية:

$8.3=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}\ (\frac{2}{5}R^2)\ \omega^2$

C=A+B

نتوقف قليلاً عند هذا الحد الذي بلغناه في حل المسألة.

السرعة المماسة V_t تساوي نصف قطر الدائرة r ضرب السرعة الزاوية ω :

$V_t=r\omega$

عند دوران جسم كروي تكون هنالك سرعةٌ لمركز تلك الكرة تؤخذ بالمعادلة:

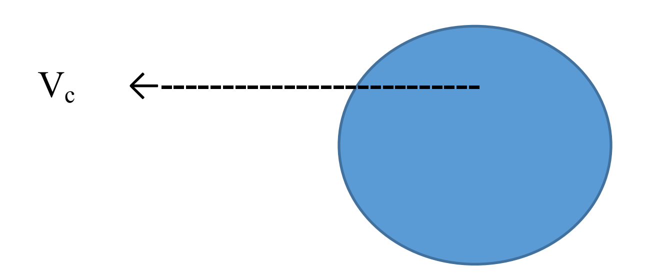
$KE=\frac{1}{2}mv^2$

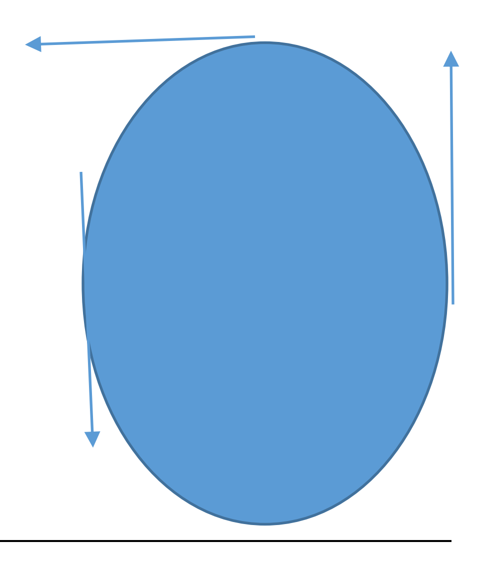
$KE=\frac{1}{2}\times m\times v^2$

الطاقة الحركية الدائرية KE تساوي $\frac{1}{2}$ ضرب الكتلة m ضرب مربع السرعة v^2.

غير أن سرعة دوران نقطةٍ ما على سطح الكرة تكون مختلفةً عن سرعة دوران مركز الكرة ، أي أن السرعة المماسة V_t عند وجود مسافة ما بين مركز الكرة و محيطها (هذه المسافة يمثلها نصف القطر) في تلك الحالة فإن السرعة المماسة ستكون سرعة دوران نقطةٍ ما على سطح تلك الكرة و ليس سرعة دوران مركز تلك الكرة .

إذاً فإن سرعة الدوران المركزية (سرعة دوران مركز الدائرة أو مركز الكرة) V_c و يمثلها سهمٌ أفقي يشير إلى اتجاه الحركة الخطية:





بالنسبة لأي جسمٍ متدحرج فإن السرعة في المعادلة $\frac{1}{2}mv^2$ أي $\frac{1}{2}$ ضرب الكتلة m ضرب مربع السرعة v^2 هي ذاتها السرعة في المعادلة $V_t=r\omega$

السرعة المماسة V_t تساوي نصف القطر r ضرب السرعة الزاوية(السرعة الدورانية) ω

$V_t=r\omega$

السرعة المماسة V_t تساوي نصف القطر r ضرب السرعة الدورانية الزاوية ω.

أي أن السرعة الدورانية الزاوية ω تساوي السرعة الخطية V تقسيم نصف قطر الدائرة r (موضوع المسألة) :

A=BC A=B×C→ C=A/B C=A÷B 30=5×6→6=30÷5 5=30÷6

نعود الآن لمعادلتنا الأساسية التي توقفنا عندها :

$8.3=1/2v^2+\frac{1}{5}(R^2)\,\omega^2$

$\omega=V/r$

السرعة الدورانية الزاوية ω تساوي السرعة الخطية V تقسيم نصف القطر r .

$\omega=V/r$

$\omega^2=(v/r)^2$

مربع السرعة الدورانية الزاوية ω^2 يساوي مربع كلٍ من السرعة الخطية تقسيم مربع نصف القطر $(v/r)^2$

أي أنه يمكن لنا في المعادلة السابقة أن نستبدل مربع السرعة الدورانية الزاوية ω^2 بمعادلة حسابها $(v/r)^2$ مربع السرعة الخطية تقسيم نصف القطر فتصبح معادلتنا السابقة

$8.3=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}(r^2)\,\omega^2$

على الصورة التالية:

$8.3=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}r^2(v/r)^2$

$8.3=\frac{1}{2}\times v2+\frac{1}{5}\times r^2\times(v/r)^2$

$8.3=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}r^2(v/r)^2$



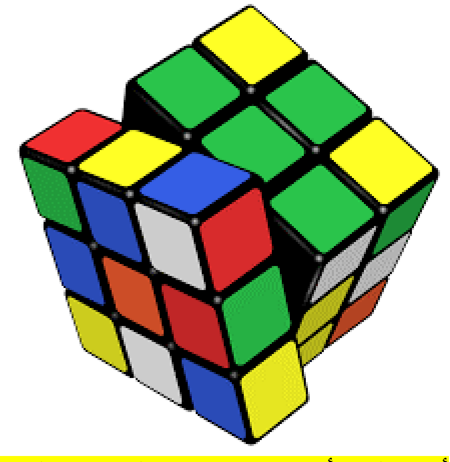
لاحظ كيف أننا قمنا باستبدال رمز السرعة الدورانية الزاوية ω بمعادلة حساب السرعة الدورانية الزاوية أي السرعة تقسيم نصف القطر $(v/r)^2$.

و بالطبع فإن مربع السرعة الزاوية ω^2 يساوي مربع السرعة الخطية تقسيم نصف القطر $(v/r)^2$

ما هي الفائدة التي حصلنا عليها من وضع معادلة السرعة الزاوية (v/r) مكان رمز السرعة الزاوية ω ؟

الفائدة التي جنيناها تتمثل في أنه قد أصبحت لدينا عمليتين رياضيتين متتابعتين (عمليتي ضرب) تتضمنان عنصراً مكرراً هو العنصر r الذي يمثل نصف القطر (نصف قطر الدائرة الدوارة).

$8.3=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}r^2(v/r)^2$



أثبت لي بأنه يمكن حذف العنصر المتكرر دون أن تتأثر النتيجة.

نحول معادلتنا السابقة إلى رموز بسيطة كما تعلمنا سابقاً:

$\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}r^2(v/r)^2=$

$\frac{1}{2}\times v^2+\frac{1}{5}\times r^2\times(v\div r)^2$

$\frac{1}{2}=A$

$v^2=B^2$

$\frac{1}{5}=C$

$V=B$

$r=D$

لتصبح معادلتنا السابقة على الصورة التالية:

$A\times B^2+C\times D^2(B/D)^2$

هل يمكن لنا أن نحذف العنصر المتكرر D من العلاقة السابقة دون أن تتأثر نتيجتها؟

حسناً ،سوف نستبدل الرموز بأعداد بسيطة حتى نكتشف سوياً روعة الرياضيات :

$A=2$

$B^2=3^2$

$C=4$

$B=3$

$D=5$

فتصبح لدينا المعادلة التالية:

$2\times3^2+4\times5^2(3/5)^2=54$

و الآن سوف نحذف العنصر المتكرر 5 و نحسب النتيجة:

$2\times3^2+4\times 3^2=54$

$54=54$

إذاً فإن حذف العنصر المتكرر لا يؤثر على نتائج العمليات الرياضية.

لا تنسى عند إنجاز العمليات المحصورة بين قوسين أن تستخدم رمز الأقواس في الآلة الحاسبة ( ).

و بذلك فإن بإمكاننا أن نحذف العنصر المتكرر r من معادلتنا السابقة :

$\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}r^2(v/r)^2=8.3$

لتصبح على الصورة التالية:

$\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{5}v^2=0.7V^2= \quad 8.3$

$0.7\times V^2= \quad 8.3$

كما ترون فقد أصبحت لدينا عملية ضرب ، وكما تعلمون فإننا لمعرفة عنصرٍ مجهولٍ في عملية ضربٍ فإننا و بكل بساطة نقسم ناتج عملية الضرب على الطرف المعلوم فيها :

$V^2= 8.3\div0.7=11.9$

هنا فإن 11.9 لا تمثل المجهول v أي السرعة و إنما فإنها تمثل مربع السرعة V^2 ، و لمعرفة قيمة V فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الرفع للقوة الثانية أي أننا نجذر الرقم 11.9 تجذيراً تربيعياً :

$\sqrt[2]{11.9}=\sqrt{11.9}=3.4$

$V=3.4$ m/s إذاً فإن السرعة V تساوي :

3.4 متر في الثانية.

رمز السرعة V هو الحرف الأول من كلمة "سرعة" velocity



و هكذا نكون قد تعلمنا قاعدةً هامة جداً في حل المسائل و المعضلات الرياضية و الفيزيائية و هي أنه يمكن لنا أن نستبدل قيمةً مجهولةً ما بمعادلة أو قانون حساب تلك القيمة و ذلك تسهيلاً لحل المعادلة التي وردت فيها تلك القيمة المجهولة كما أنه من الممكن كذلك استبدال معادلة حساب قيمة ما بتلك القيمة.

ملاحظة هامة:

إن معادلة عزم العطالة أو معادلة القصور الذاتي بالنسبة لكرةٍ جوفاء تختلف عن معادلة عزم العطالة بالنسبة لكرةٍ صماء مصمتة(غير جوفاء) و بالتالي فإن النتيجة تختلف.

بالنسبة للاحتكاك عند نقطة التماس و حساب العمل الناتج عن الاحتكاك فإن علينا الانتباه إلى أنه لم تكن هنالك حركة عند نقاط التماس ،أي أن كل نقطة تماس من الكرة تمس السطح هي نقطةٌ ثابتة لا تتحرك و عامل المسافة بالنسبة لها يساوي الصفر لأن حركتها معدومة تساوي الصفر و لذلك لا احتكاك فيهما.

إن لم تكن هنالك حركة فلن يكون هنالك احتكاك .

لا احتكاك مع السكون ــما من احتكاكٍ دون حركة.

Frictionالاحتكاك : الاحتكاك قوة مقاومة غير مصانة non-conservative resistive force.

مسألة :
في منظومة نقل سرعة في آلية ثقيلة أطبق قرصٌ ثابت متجانس قطره 40 سنتمتر و كتلته 4 كيلو غرام على قرصٍ آخر متجانس أكبر و متحرك قطره 80 سنتمتر و كتلته 8 كيلو غرام .
القرص الأصغر 40 سنتمتر و 4 كيلو غرام كان ثابتاً بينما كان القرص الأكبر 80 سنتمتر و 8 كيلو غرام متحركاً بمعدل 20 rev/s دورة في الثانية.
بعد حدوث الاصطدام بين هذين القرصين التصق هذين القرصين ببعضهما البعض و تحركا سوياً.
المطلوب:
احسب السرعة المشتركة الزاوية (الدورانية) angular speed لكلا هذين القرصين بعد حدوث الاصطدام.

تتضمن هذه المسألة حالة اصطدام collision و لذلك فإننا نستخدم معادلات العزم.
القدرة أو الاستطاعة pتساوي الكتلةm ضرب السرعةv:
P=mv
القدرة أو الاستطاعة P في مسائل الحركة الخطية(الحركة على خطٍ مستقيم) تكافئ العزم الدوراني الزاوي L في حالات الدوران.
P=L angular momentum
$L=I\omega$
$L=I\times\omega$
العزم الدوراني الزاويL يساوي العطالةI ضرب السرعة الزاوية ω
تشمل هذه المنظومة كلا القرصين.
العزم الزاوي قبل الاصطدام هو ذاته العزم الذاتي بعد حدوث الاصطدام أي أنه لم يطرأ عليه أي تغيير.
الكتلة في حالات السرعة الخطية(السرعة على امتداد خطٍ مستقيم) تكافئ عزم العطالة أو عزم القصور الذاتي في حالات السرعة الدورانية الزاوية.

$$I_{1i}\omega_{1i}+I_{2i}\omega_{2i}=I_{1f}\omega_{1f}+I_{2f}\omega_{2f}$$

العطالة الابتدائية للقرص الأول I_{1i} ضرب السرعة الزاوية (الدورانية) الابتدائية للقرص الأول ω_{1i}

زائد عزم العطالة الابتدائية للقرص الثانيI_{2i} ضرب السرعة الابتدائية الزاوية للقرص الثاني ω_{2i}
تساوي عزم العطالة النهائية للقرص الأول I_{1f} ضرب السرعة الزاوية النهائية للقرص الأول ω_{1f}
زائد عزم العطالة النهائية للقرص الثاني I_{2f} ضرب السرعة الدورانية الزاوية النهائية للقرص الثاني ω_{2f} .

في مسائل الدوران فإننا نستخدم عزم العطالة I بدلاً من الكتلة m

العطالةI تساوي نصف الكتلة $^1/_2M$ ضرب مربع نصف قطر الدائرة R^2 :

$$I=^1/_2MR^2$$

نقوم بحساب لحظة القصور الذاتي أو عزم العطالة بالنسبة لكلا القرصين :

$$I_1=\frac{1}{2}(4)(40)^2=\frac{1}{2}\times4\times40^2=$$
$$0.5\times4\times40^2=3200$$

عطالة القرص الأول I_1 تساوي $\frac{1}{2}$ ضرب كتلة القرص الأول أي 4 كيلو غرام ضرب مربع نصف قطر القرص الأول أي 40^2 سنتمتر.

$$I_2=\frac{1}{2}(8)(80)^2=\frac{1}{2}\times4\times40^2=$$
$$0.5\times8\times80^2=25600$$

عطالة القرص الثاني I_2 تساوي $\frac{1}{2}$ أو 0.5 ضرب كتلة القرص الثاني 8 كيلو غرام ضرب مربع نصف قطر القرص الثاني 80^2.

لا تتعامل الآلات الحاسبة الشائعة مع الكسور و لذلك فإننا نحول الكسر إلى رقمٍ عشري حتى نستطيع التعامل معه وذلك بقسمة البسط على المقام أي قسمة عالي الكسر على أدناه :

$$\frac{1}{2}=1\div2=0.5$$

الآن نقوم بتحويل عدد الدورات أي 20 دورة في الثانية إلى ريديان :

20 revs→rad/s

للتحويل إلى ريديان نضرب عدد الدورات بالعدد 2 ثم نضرب بالثابت باي π

$$20\ rev/s\times2\pi=125.7$$

125.7 ريديان في الثانية هي السرعة الابتدائية الزاوية(الدورانية) للقرص الأول.

الآن نحن نعلم العطالة الابتدائية و النهائية لكلا القرصين ، و بالطبع فإن العطالة الابتدائية في هذه المسألة تساوي العطالة النهائية ، كما أننا نعلم السرعة الابتدائية الزاوية (السرعة الدورانية) لكلا القرصين.
السرعة الزاوية للقرص الأول كما حسبناها تساوي 125.7 .
كم تساوي السرعة الابتدائية الزاوية للقرص الثاني؟ أي قبل حدوث الاصطدام و الالتحام بين القرصين؟
إنها بالطبع تساوي الصفر .لماذا؟
لأن القرص الثاني كان قرصاً ثابتاً و لم يتحرك أبداً إلا بعد أن اصطدم به القرص الأول الدوار.

لماذا العطالة الابتدائية تساوي العطالة النهائية في كلا القرصين؟

لأن العطالة تساوي $\frac{1}{2}$ ضرب الكتلة ضرب مربع نصف القطر و هذين الشيئين أي الكتلة و طول نصف القطر هما شيئين ثابتين فكتلة الجسم و أبعاده هي أشياء ثابتة في الثبات و الحركة و خصوصاً أننا نتحدث عن أقراص في منظومة نقل حركة أي أنها مصنوعةٌ من مواد صلبة.

الآن، ما هو مجهول المعادلة المطلوب حسابه؟
إنه السرعة الزاوية (الدورانية) النهائية ω_f لكلا القرصين بعد التحامهما ببعضهما البعض، و بالطبع فإن السرعة الدورانية الزاوية النهائية لكلا القرصين هي واحدة لأنهما قد أطبقا على بعضهما البعض و أصبحا كتلةً واحدة.

الآن نعود إلى معادلتنا الأساسية لنتذكر بأن العزم الزاوي (العزم الدوراني) قبل اصطدام هذين القرصين مع بعضهما البعض يساوي العزم الزاوي لهذه المنظومة بعد اصطدام القرصين مع بعضهما.

$$I_{1i}\omega_{1i}+I_{2I}\omega_{2i}=I_{1f}\omega_{1f}+I_{2f}\omega_{2f}$$

العطالة الابتدائية للقرص الأول I_{1i} أي 3200 ضرب السرعة الابتدائية الزاوية للقرص الأول ω_{1i} 125.7 rad/s ريديان في الثانية زائد العطالة الابتدائية للقرص الثاني I_{2i} و هي تساوي 25600 ضرب سرعة دوران القرص الثانى الابتدائية ω_{2i} و هى تساوي الصفر . لماذا؟
لأن اقرص الثاني قبل اصطدام القرص الأول به كان ثابتاً و ساكناً ، إن العناصر السابقة جميعها تمثل شطر المعادلة الأول $=I_{1i}\omega_{1i}+I_{2I}\omega_{2i}$ و هي تساوي العطالة النهائية للقرص الأول I_{1f} وهي 3200 ضرب السرعة الدورانية النهائية للقرص الأول ω_{1i} (مجهولة) زائد العطالة النهائية للقرص الثاني I_{2f} ضرب السرعة الدورانية النهائية للقرص الثاني ω_{2f} (مجهولة كذلك).
فتصبح معادلتنا السابقة على الصورة التالية:

$$(3200)(125.7\ rad/s)+(25600)(0)=(3200)\ \omega_f+(25600)(\omega_f)=$$

$$3200\times125.7\ rad/s+25600\ \times0=3200\times\ \omega_f+25600\times\omega_f$$

ننفذ العمليات الرقمية المعلقة القابلة للتنفيذ ، أي العمليات التي تتضمن على الأقل طرفين رقميين لا يحويان متغيراتٍ مجهولة او العمليات التي تتضمن متغيراً واحداً مكرراً (متماثلاً).
لدينا في الطرف الأول عملية رقمية معلقة قابلة للتنفيذ:

$(3200)(125.7\ rad/s)=3200\times125.7=402,240$

402,240

و لدينا عمليةٌّ ثانية معلقة قابلة للتنفيذ:

$(25600)(0)=25600\times0=0$

و لدينا في الطرف الثاني من المعادلة عملية جمعٍ معلقة قابلة كذلك للتنفيذ لأن فيها متغيراً واحداً مكرراً وهو ω_f :

$(3200)\ \omega_f+(25600)(\omega_f)= 3200\times\ \omega_f+25600\times\omega_f=28.800\ \omega_f$

طبعاً ليس لدينا سرعة دورانية نهائية خاصة بالقرص الأول و سرعة دورانية نهائية خاصة بالقرص الثاني

بل لدينا سرعة نهائية واحدة ω_f. لماذا؟

لأن السرعة النهائية ω_f بالنسبة لكلا القرصين هي سرعةٌ واحدة لأن هذين القرصين بعد تصادمهما قد أصبحا كتلةً واحدة و أصبحت سرعة دورانهما واحدة أي أن السرعة الدورانية النهائية للقرص الأول هي ذاتها السرعة الدورانية النهائية للقرص الثاني و بذلك فقد أصبحت معادلتنا السابقة على الصورة التالية:

$402240=28,800\ \omega_f$

الآن أصبحت لدينا عملية ضربٍ بسيطة كما ترون و بكل بساطة فإننا لكي نعرف مجهولها أي السرعة

النهائية ω_f فإننا نقسم نتيجتها أي 402240 على الطرف الرقمي المعلوم فيها أي 28800 :
$402240\div28800=14$
طبعاً هذه النتيجة تمثل ريديان في الثانية :
14rad/s

و لكي نعرف عدد الدورات في الثانية الواحدة فإننا نضرب هذه النتيجة بالعدد واحد 1 ومن ثم فإننا نقسم الناتج على العدد 2 مضروباً بالثابت باي π
$14\text{rad/s}\times1/2\pi\ \text{rad}=2.2\ \text{rev/s}$
2.2 دورة في الثانية تقريباً هي السرعة الدورانية النهائية.

$$I_{1i}\omega_{1i}+I_{2I}\omega_{2i}=I_{1f}\omega_f+I_{2f}\omega_f$$

$$I_{1i}\omega_{1i}+I_{2I}\omega_{2I}=I_{1f}\omega_{1f}+I_{2f}\omega_{2f}$$

العزم الزاوي(التدويري) هو حاصل ضرب عزم جسمٍ دوار ببعد نقطة تأثير القوة عن محور دوران ذلك الجسم .

مسألة :
ثقلٌ مربوطٌ في نهاية حبلٍ يتم تدويره .
إذا تم تقصير الحبل إلى نصف طوله فبأي عاملٍ سوف تزداد السرعة الدورانية الزاوية بعامل السرعة الخطية linear speed أم بعامل الطاقة؟

هذه المسألة لا تتضمن تصادماً ولا انفجاراً و لكنها تتضمن مستوىً ابتدائي (قبل تقصير الحبل) و مستوىً نهائي(بعد تقصير الحبل) كما أنها تتضمن حركةً دورانية و لذلك يمكن أن نستخدم في حلها معادلة العزم الزاوي .

عندما نحرك الحبل الذي في آخره ثقل بشكلٍ دائري تتكون لدينا دائرةٌ نصف قطرها R يمثله طول الحبل .
الطاقة أو الاستطاعة P في مسائل الحركة الخطية المستقيمة تكافئ العزم الزاوي Angular Momentum
في مسائل الدوران و رمزه L

$L=MR^2\omega$

العزم الزاوي (التدويري) L يساوي الكتلة Mضرب مربع نصف القطر R^2 ضرب السرعة الدائرية الزاوية ω.

العزم الزاوي(التدويري) قبل تقصير الحبل هو ذاته العزم الزاوي بعد تقصير الحبل.
العزم الزاوي قبل تقصير الحبل=العزم الزاوي بعد تقصير الحبل.

$MR_i^2\omega_i=MR_f^2\,\omega_f$

الكتلة M ضرب مربع طول نصف القطر الابتدائي R_i^2 أي مربع طول الحبل ضرب السرعة الزاوية الابتدائية ω_i يساوي = الكتلة M ضرب مربع طول نصف القطر النهائي R_f^2 أي مربع طول الحبل بعد أن قمنا بتقصيره إلى النصف.
نصف القطر الابتدائي R_i هو طول الحبل في بداية المسألة .
نصف القطر النهائي R_f هو طول الحبل في نهاية المسألة بعد أن قمنا بتقصير طوله إلى النصف.
ω_i السرعة الزاوية (الدورانية) الابتدائية و هي سرعة الدوران في بداية المسألة.

ω_f السرعة الزاوية (الدورانية) النهائية أي سرعة الدوران في نهاية المسألة بعد أن قمنا بتقصير الحبل.
الكتلة M هي كتلة الثقل المربوط إلى نهاية الحبل الذي نقوم بتدويره.
كما قيل لنا في هذه المسألة فإن الحبل كان بطولٍ معين و هذا الحبل يمثل بالطبع نصف قطر دائرة لأنه يتحرك حركةً دورانية دائرية R ثم إننا في نهاية المسألة قمنا بتقصير الحبل إلى النصف ،أي أن نصف القطر النهائي R_f (الحبل قبل أن نقوم بتقصيره) يساوي نصف القطر الابتدائي R_i ضرب نصف :

$R_f=\frac{1}{2}\times R_i$

$MR_i^2\omega_i=M(R_i)^2\,\omega_f$

$M\times R_i^2\times\ \omega_i=M\times R_i^2\times\omega_f$

العزم الابتدائي الزاوي يساوي العزم النهائي الزاوي

$L_i=L_f$

بما أن طول نصف القطر النهائي R_f يساوي نصف طول نصف القطر الابتدائي R_i على اعتبار أن طول الحبل في نهاية المسألة يساوي نصف طول الحبل في بداية المسألة فقد استبدلنا طول نصف القطر النهائي R_f (الحبل بعد أن قصرناه إلى نصف طوله) بما يكافئه أي بنصف القطر الابتدائي ضرب نصف

$R_f=\frac{1}{2}\ \times R_i$

و كما تعلمون فإن الضرب بالكسر $\frac{1}{2}$ يكافئ القسمة على 2 فإذا ضربنا أي رقم بالكسر $\frac{1}{2}$ فإن الناتج سيساوي نصف القيمة و كأننا نقسم على العدد 2 .

I=initial ابتدائي

F=finalنهائي

$L=MR^2\omega$

العزم التدويري L يساوي الكتلة M ضرب مربع نصف القطر R^2 ضرب السرعة الدورانية (السرعة الزاوية) ω

فتصبح لدينا المعادلة التالية:

$$MR_i^2\omega_i=M(\frac{1}{2}R_i)^2\,\omega_f$$

$$M\times R_i^2\times\ \omega_i=M\times\frac{1}{2}\ \times R_i^2\times\omega_f$$

الكتلة M ضرب مربع نصف القطر الابتدائي R_i^2 ضرب السرعة الابتدائية الزاوية ω_i تساوي الكتلة M ضرب $\frac{1}{2}$ ضرب مربع نصف القطر الابتدائي R_i^2 ضرب السرعة الزاوية الابتدائية ω_i تساوي الكتلة M ضرب نصف مربع نصف القطر الابتدائي $(\frac{1}{2}R_i)^2$ ضرب السرعة الزاوية النهائية ω_f.



$$MR_i^2\omega_i=M(\frac{1}{2}R_i)^2\,\omega_f$$

$$M\times R_i^2\times\ \omega_i=M\times\frac{1}{2}\ \times R_i^2\times\omega_f$$

كما ترون فإن لدينا في المعادلة السابقة عنصراً متكرراً في كلا طرفي شارة المساواة و هذا العنصر المتكرر هو رمز الكتلة M أي ان بإمكاننا أن نقوم بحذفه حتى تصبح معادلتنا أكثر بساطة و أسهل حلاً .
يمكن حذف أي عنصر متكرر على جانبي شارة مساواة .
و لذلك فإن معادلتنا السابقة تصبح على الصورة التالية:

$$R_i^2\omega_i=(\frac{1}{2}R_i)^2\,\omega_f$$

$$R_i^2\times\ \omega_i=\frac{1}{2}\ \times R_i^2\times\omega_f$$

كما ترون فقد أصبحت لدينا مجدداً علاقة مساواة على طرفيها عنصرٌ مكرر هو العنصر R_i^2 أي أنه عنصرٌ قابلٌ للحذف فتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$$\omega_i=\ \frac{1}{4}\ \omega_f$$

$$\omega_i=\ \frac{1}{4}\times\ \omega_f$$

لماذا تحول الكسر $\frac{1}{2}$ إلى $\frac{1}{4}$ ؟
لأن هذا الكسر كان ضمن قوسٍ جميع محتوياتها مرفوعةٌ للقوة الثانية.
كيف نرفع الكسر $\frac{1}{2}$ للقوة الثانية؟
نحول هذا الكسر إلى رقمٍ عشري و ذلك بقسمة بسطه على مقامه أي بقسمة عاليه على سافله:
$1\div2=0.5$
باستخدام الآلة الحاسبة نرفع الرقم العشري 0.5 للقوة الثانية فنحصل على الرقم العشري 0.25 .
بإمكاننا أن نرفع الرقم العشري للقوة الثانية عن طريق ضربه بنفسه كذلك و سنحصل عندها كذلك على النتيجة ذاتها:
$0.5\times0.5=0.25$
0.5 مرفوعةٌ للقوة الثانية تساوي 0.25 أي ربع $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}\times4=1$
ربع ضرب 4 يساوي واحد .
و هذا يعني بأن سرعة الدوران الابتدائية (السرعة الزاوية الابتدائية) ω_i تساوي ربع سرعة الدوران النهائية ω_f

$\omega_i= \frac{1}{4}\ \omega_f$

$\omega_i= \frac{1}{4}\times\ \omega_f$

أي أن سرعة الدوران النهائية تساوي 4 ضرب سرعة الدوران الابتدائية :

$\omega_f=4\times\omega_i$

$\omega_f=4\ \omega_i$



قاعدة هامة في حل المسائل الرياضية و الفيزيائية
إن أي معادلة أو قانون يرد فيها ذكر ذلك العنصر المجهول يمكن أن تمكننا من معرفة قيمة ذلك العنصر المجهول .
مثال:

إن قانون حساب مساحة المستطيل الذي ينص على أن مساحة المستطيل تساوي طول المستطيل ضرب ارتفاعه لا يستخدم فقط في حساب مساحة المستطيل و إنما فإن هذا القانون يستخدم كذلك في حساب و معرفة قيمة كلٍ من طول المستطيل و ارتفاعه.

مثال 2 :

Linear speed=r ω

Linear speed=r× ω

السرعة الخطية تساوي نصف القطر r ضرب السرعة الزاوية (السرعة الدورانية) ω

إن هذا القانون لا يستخدم فقط في حساب السرعة الخطية و إنما فإنه يستخدم كذلك في حساب نصف القطر و السرعة الدورانية (الزاوية).

و هذا الأمر ينطبق بالطبع على جميع المعادلات الرياضية و الفيزيائية.

و كلما كان عدد العناصر في المعادلة التي يرد فيها ذكر ذلك العنصر المجهول أكبر و كلما كانت العمليات الرياضية في تلك المعادلة أكثر تعقيداً كان إيجاد قيمة ذلك العنصر المجهول أكثر صعوبة.

Linear speed=r ω

Linear speed=r× ω

السرعة الخطية تساوي نصف القطر r ضرب السرعة الزاوية (السرعة الدورانية) ω

فإذا كانت السرعة الزاوية ω أكبر بأربع مرات و كان نصف القطر يساوي نصف طوله السابق فإن السرعة الزاوية سوف تساوي 4 ضرب $\frac{1}{2}$

أي أن السرعة الخطية سوف تكون أكبر بمرتين من السرعة الزاوية .

هل فهمتم شيئاً من الكلام السابق؟

حسناً سوف أحول الكلام السابق إلى أرقام حتى يصبح أكثر وضوحاً :

Linear speed=r× ω

السرعة الخطية تساوي نصف القطر r ضرب السرعة الزاوية (السرعة الدورانية) ω

لنفترض بأن نصف القطر r يساوي 4 و أن السرعة الدورانية الزاوية ω تساوي 6

$r\times\ \omega=4\times6=24$

الآن إذا أصبحت السرعة الدورانية الزاوية ω أكبر بأربع مرات :

$6\times4=24$

و إذا أصبح طول نصف القطر r أقل معدل النصف :

$4\div2=2$

فإن السرعة الخطية سوف تساوي :
$2\times24=48$
أي أنها سوف تصبح أكبر بمرتين و بالطبع فإن الرقم 48 هو ضعف لرقم 24 .

إذا كانت السرعة الزاوية(الدورانية) أكبر بأربع مرات و إذا أصبح طول نصف القطر بنصف طوله السابق فإن السرعة الخطية سوف تصبح أكبر بمرتين.

$KE=\frac{1}{2}\times MV^2$
الطاقة الحركية KE تساوي نصف $\frac{1}{2}$ ضرب الكتلةM ضرب مربع السرعة V^2.
فإذا تضاعفت السرعة V و بقيت الكتلة M كما هي فإن الطاقة الحركيةKE سوف تصبح أكبر بأربع مرات.
حتى يصبح هذا الكلام مفهوماً:
لنفترض بأن الكتلةM =4 و أن السرعةV =2
$KE=\frac{1}{2}\times MV^2$
$KE=\frac{1}{2}\times4\times2^2=8$
إذا أصبحت السرعةV أكبر بمرتين أي 2×2=4 أي أنها أصبحت تساوي 4 و إذا بقيت الكتلةM على حالها فإن الطاقة الحركية KE سوف تصبح أكبر بأربع مرات :
$M=4$
$V=4$
$KE=\frac{1}{2}\times4\times4^2=36$

$KE=\frac{1}{2}\,I\,^2\omega$
الطاقة الحركيةKE الدورانية تساوي $\frac{1}{2}$ ضرب العطالة (القصور الذاتي) I ضرب مربع السرعة الزاوية $^2\omega$
$I=MR^2$
العطالةI تساوي الكتلةM ضرب مربع نصف القطر R^2.
في حال ما إذا أصبح نصف القطر R بنصف طوله السابق فإن العطالة I تصبح قيمتها ربع قيمتها السابقة $\frac{1}{4}$
حتى يصبح الكلام السابق مفهوماً فإنني سوف أحوله إلى علاقة رقمية:
$I=MR^2$
لنفترض بأن الكتلة M =4 و أن نصف القطر Rيساوي 8
$I=MR^2$

$I=4\times8^2=4\times64=256$

إذا أصبح طول نصف القطر Rأقل بمعدل النصف أي 4 بعد ان كان 8 فإن العطالةI سوف تنخفض إلى ربع قيمتها السابقة :

$M=4$

$R=4$

$4\times4^2=4\times16=64$

$64\times4=256$

$KE=\frac{1}{2}mv^2$

نفترض بأن الكتلة تساوي 4 و أن السرعة تساوي 2 :

$M=4$

$V=2$

$KE=\frac{1}{2}\times4\times2^2=2\times4=8$

$\frac{1}{2}\times4=\frac{1}{2}\times4=2$

$2^2=4$

$2\times4=8$

الآن إذا أصبحت السرعةV أكبر بمرتين أي أصبحت 4 و إذا بقيت الكتلةM على حالها فإن الطاقة الحركية KE سوف تصبح أكبر بأربع مرات :

$M=4$

$V=4$

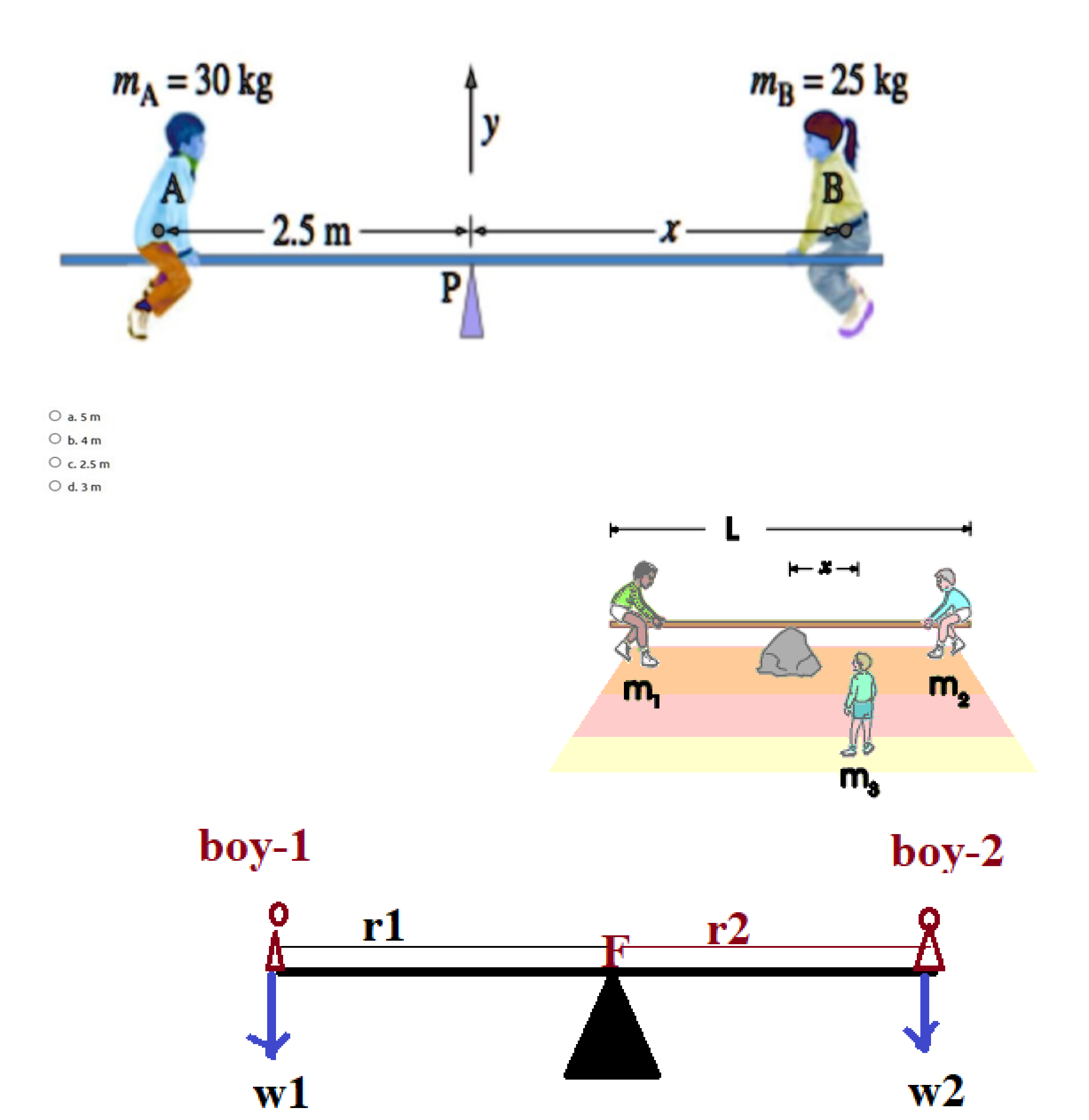
$KE=\frac{1}{2}\times4\times4^2=2\times16=32$

بالطبع فإن الرقم 32 يبلغ أربع أضعاف العدد 8.

$8\times4=32$

$MR_i^2\omega_i=MR_f^2\omega_f$

Aboard of mas M=4 kg serves as a seesaw for two children. At what distance X must child B set to balance the seesaw?



مسألة في التوازن و الدوران

لوحٌ خشبي متجانس طوله 12 متر متوازنٌ على قاعدة يرتكز عليها تقع في منتصفه –جلس طفل كتلته 30 كيلو غرام على طرف اللوح الأيمن ثم جلس طفلٌ آخر على بعد 4 أمتارٍ من مركزه في طرفه الأيسر فتوازن ذلك اللوح مجدداً .

المطلوب :

ما هي كتلة الطفل الثاني؟

الطفل 1 ↓ الطفل2
الأول

4 مرتكز اللوح

في هذه المسألة تحقق التوازن بين طرفي اللوح الخشبي أي أنه لا توجد حركة ولا يوجد وضعٌ ابتدائي و وضعٌ نهائي و لذلك فإننا سوف نعتمد في حلها على معادلات الديناميك لأن التسارع يساوي الصفر :
$a=0$
نتخيل مخطط الجسم الحر free-body diagram
لدينا في هذه المسألة قوةٌ تتجه نحو الأعلى ↑ و هي القوة التي تمثل المرتكز الذي يقع في منتصف اللوح الخشبي و الذي يستند اللوح الخشبي عليه و هذه القوة هي القوة التي تبقي اللوح الخشبي مرفوعاً من منتصفه.
لدينا في هذه المسألة كذلك قوتان تتجهان نحو الأسفل ↓↓ و هاتين القوتين هما كتلتي كلٍ من الطفل الأول ↓ و الطفل الثاني ↓
لدينا قوتين متعاكستين مباشرة و هما قوة اللوح المتجهة نحو الأعلى ↑ و التي تضغط نحو الطفل الأول ، كما أن هنالك قوةٌ تتجه نحو الأسفل ↓ و هي كتلة الطفل الأول و هنالك حالة توازنٍ و تساوي ما بين هاتين القوتين المتعاكستين مباشرة و آية ذلك أن هنالك توازنٌ في اللوح الخشبي:
قوة اللوح الخشبي المتجهة نحو الأعلى ↑ تساوي قوة وزن الطفل الأول المتجهة نحو الأسفل ↓ ، و هذا الأمر ينطبق كذلك على الطفل الثاني الذي يجلس على بعد 5 أمتار من مركز اللوح الخشبي و لكن إلى الجهة اليسرى.

الطفل الأول يجلس على بعد 6 أمتار من مرتكز اللوح الخشبي و لكن إلى الجهة اليمنى.
طبقاً لقانون نيوتن الثالث Newton's third law فإن القوة التي يطبقها الجسم الأول على الجسم الثاني تكون دائماً مساويةً من حيث المقدار للقوة التي يطبقها الجسم الثاني على الجسم الأول.

لا يوجد في هذه المسألة تسارع .
فلو كان اللوح الخشبي يتسارع نحو الأعلى من ناحية الطفل الأول مثلاً فإن ذلك يعني بأن قوة اللوح ↑ من جهة ذلك الطفل أكبر من وزن ذلك الطفل عندها فإن تلك القوة الضاغطة نحو الأعلى ↑ وفقاً لقانون نيوتن الثالث ستكون مساويةً للقوة التي يطبقها وزن الطفل الأول على اللوح ، أي أن القوة التي يطبقها الطفل الأول مثلاً على اللوح ↓ ستكون أكبر من وزنه ، و هذا بالطبع في حال كان اللوح يتسارع نحو الأعلى ↑
.
أما في حالتنا هذه فإن هنالك توازنٌ و سكون و لذلك فإن القوة التي يطبقها الطفل على اللوح هي فقط وزنه.
F_1 قوة الطفل الأول التي يطبقها على اللوح الخشبي أي وزن الطفل الأول W_1 و اتجاهها نحو الأسفل ↓.
قوة الدعامة $F_{support}$ وهي القوة التي تبقي اللوح الخشبي مرتفعاً و هي القوة التي تطبقها الدعامة التي يستند عليها اللوح الخشبي في منتصفه و اتجاه هذه القوة يكون نحو الأعلى ↑.

وزن اللوح W_{board} يضغط بالطبع نحو الأسفل باتجاهٍ معاكسٍ ↓ لقوة الدعامة التي تبقي اللوح الخشبي مرتفعاً .

بالطبع بما أن اللوح الخشبي هو في حالة سكونٍ و استقرار و توازن و بما أنه ليست هنالك إلا نقطةٌ واحدة يستند عليها سوى النقطة التي يستقر فيها فوق دعامته عند المنتصف فإن ثقله كله يكون مركزاً على تلك النقطة .

F_2 قوة الطفل الثاني الذي جلس في الجهة الثانية من اللوح على بعد 5 أمتارٍ من المركز الذي يستند عليه اللوح أي أنه جلس على بعد مترٍ واحد من الطرف الثاني للوح.

مهم جداً:
بما أنه ليس هنالك تسارعٌ في هذه الحالة فإن بإمكاننا أن نعتبر أي اتجاهٍ اتجاهٌ إيجابي فيمكننا مثلاً أن نعتبر بأن الاتجاه العلوي ↑ هو الاتجاه الإيجابي +.

$\Sigma F=ma$

مجموع Σ القوى F تساوي الكتلة m ضرب التسارع الخطي a

$-m_1g+F_{\uparrow}-m_{board}g-m_2g=m_{board}\,a=m_{board}(0)=0$

كتلة الطفل الأول $-m_1$ اتجاهها سفلي أي أنها تضغط نحو الأسفل و لذلك فقد اعتبرناها قوةً سلبية $-m_1$ ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g زائد قوة ارتكاز اللوح التي تتجه نحو الأعلى $F_{\uparrow}$ و هي قوةٌ موجبة لأنها تتجه نحو الأعلى ناقص كتلة اللوح $-m_{board}\downarrow$ و هي قوةٌ سلبية لأنها تضغط نحو الأسفل ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية الأرضية g ناقص كتلة الطفل الثاني $-m_2$ التي تضغط كذلك نحو الأسفل ↓ $-m_2$ و لذلك فقد اعتبرناها قوةً سلبية ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية الأرضية g تساوي كتلة اللوح m_{board} ضرب التسارع الزاوي(الدوراني) a و بما أن اللوح في حالة سكون و توازن فإن التسارع a يساوي الصفر أي أن كتلة اللوح ضرب التسارع تساوي كتلة اللوح ضرب صفر و بالطبع فإن كل ما نضربه بصفر يعطي τصفر.

بالطبع فإن كتلة اللوح يجب أن تضغط نحو الأسفل و ذلك بخلاف قوة المرتكز الذي يتوازن و يرتكز عليه اللوح و أية ذلك أنه لو زال ذلك المرتكز و زالت قوته لسقط اللوح إلى الأسفل.

$-m_1g+F_{\uparrow}-m_{board}g-m_2g=m_{board}\,a=m_{board}(0)=0$

أصبحت لدينا معادلة تحتوي على 3 مجاهيل و هي مقدار القوة المتجهة نحو الأعلى $F_{\uparrow}$ و كتلة اللوح m_{board} و كتلة الطفل الثاني m_2.

بما أن لدينا حركة دورانية حول محور فإننا نحول القوة $F_{\uparrow}$ إلى عزمٍ تدويري τ

معادلة العزم التدويري τ

$\tau=rF\sin\theta$

العزم التدويري τ يساوي نصف القطر r ضرب القوة F جيب $\sin$ الزاوية ثيتا θ

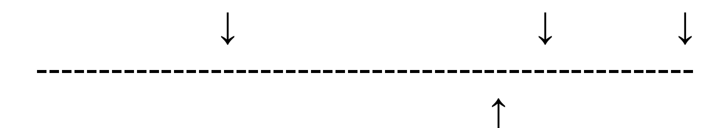
بما أن طول اللوح يبلغ 12 متر فإن نصف القطر r يساوي 12 تقسيم 2 يساوي 6 متر.

$12\div2=6m$

القوة F تساوي كتلة الطفل الأول أي 30 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية أي 9.8 مترفي الثانية.

بما أن اللوح في حالة تعادلٍ بين الثقلين أي أنه مستقرٌ بشكلٍ أفقي تماماً فإن الزاوية ثيتا θ التي تشكلها القوى المتعامدة مع اللوح الأفقي هي زاويةٌ قائمة قياسها 90 درجة.
و بالتالي فإن معادلتنا تصبح على الصورة التالية :

$$\tau=(6)(30)(9.8)\sin 90°=1764$$



العزم التدويري بالنسبة للمرتكز فإن نصف القطر r يساوي الصفر و بالتالي فإن عزمه التدويريτ يساوي الصفر كذلك .
لماذا؟
كما تعلمون فإن نصف القطر يساوي المسافة ما بين نقطة تأثير القوة و مركز الدوران فإذا كانت نقطة تأثير القوة تقع عند مركز الدوران أي إذا كانت نقطة تأثير القوة هي ذاتها مركز الدوران فإن نصف القطر سيساوي عندها الصفر و بالتالي فإن العزم التدويري τسيساوي الصفر لأن كل ما نضربه بضفر يساوي صفر.
نقطة تأثير القوة بالنسبة للوح الخشبي تقع في منتصفه تماماً كما أن المرتكز و محور الدوران يقع في النقطة ذاتها و بالتالي فإنه بالنسبة للوح الخشبي فإن نصف القطر r يساوي الصفر و عليه فإن عزمه التدويري يساوي كذلك صفر.

العزم التدويري τ للطفل الثاني :

$$\tau_2=rF\sin\theta$$

نصف القطر r بالنسبة للطفل الثاني يساوي 4 أمتار لأنه يساوي بعد نقطة تأثير القوة عن مركز الدوران أي بعد مكان جلوس الطفل الثاني(نقطة تأثير القوة) عن مركز الدوران الذي يقع عند منتصف اللوح .
القوةF أي قوة الطفل الثاني و هي تساوي الكتلة m أي كتلة الطفل الثاني m_2 ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية الأرضية وهو يساوي 9.8 متر في الثانية.
جيب الزاوية sin ثيتا θ و الزاوية هنا مقدارها 90 درجة لأن اللوح الخشبي في حالة استواءٍ أفقي و بالتالي فإن القوة المتعامدة معه و المؤثرة فيه تشكل معه زاويةً قائمة مقدارها 90 درجة و بذلك تصبح معادلة حساب العزم التدويري للطفل الثاني على الصورة التالية:

$$\tau_2=(4)(m_2)(9.8)\sin 90°=39.2(m_2)$$

$$\tau_2=4\times m_2\times 9.8\times \sin 90°=39.2\times m_2$$

أي أن العزم التدويري للطفل الثاني يساوي 39.2 ضرب كتلة الطفل الثاني m_2 و هي بالطبع مجهول المسألة.



كيف فعلنا ذلك؟
إذا كانت لدينا عملية ضرب بين عدة عناصر و بين نسبةٍ مثلثية (الجيب مثلاً) و إذا كان أحد تلك العناصر عنصراً مجهولاً فإن الناتج سيكون ناتج عملية الضرب مضروباً بذلك العنصر المجهول.
أي أننا نتجاهل ذلك العنصر المجهول و نجري عملية الضرب و كأنه غير موجود و بعد ذلك فإننا نضربه بالناتج.
مثال توضيحي:
لتكن لدينا العلاقة التالية:
$(3)(4)(2)\text{sine } 90°$
$3\times4\times2 \sin 90°=24°$
الآن سنفترض بأن العنصر الثاني أي العدد 4 كان عنصراً مجهولاً بالنسبة لنا و أصبح عبارة عن X و لكننا نعلم بأن قيمته تساوي العدد 4 فإن ناتج العملية السابقة سوف يصبح :
$(3)(X)(2)\text{sine } 90°$
$3\times X\times2 \sin 90°=6° X=6°\times X$
أي أنها تساوي 6 ضرب X و بما أن X تساوي 6 فإن 6 ضرب 4 تساوي 24 أي أن النتيجة لن تتغير.
إذاً فإن بإمكاننا أن نجري عملية حساب النسب المثلثية حتى إذا كان أحد العناصر مجهولاً شريطة أن نضرب الناتج لاحقاً بذلك العنصر المجهول.

إن اتجاه اللوح لو دار فإنه سيكون عكس اتجاه دوران عقارب الساعة (مثل وزن الطفل الأول الجالس إلى الجهة اليسرى) أي أن اتجاه الدوران سيكون موجباً + .

$\Sigma\ \tau=\text{I}\ \alpha$

مجموعΣ العزوم الزاويةτ (العزوم التدويرية) يساوي العطالة(القصور الذاتي) I ضرب التسارع الخطي α
و بما أن اللوح الخشبي في حالة توازنٍ أفقي و سكون فإن تسارعه α الخطي يساوي الصفر .
$\alpha=0$
أي أن العزم التدويري للطفل الأول أي العزم التدويري الناتج عن ضغط كتلة الطفل الأول أي 1764 نيوتن ناقص العزم التدويري للطفل الثاني $39.2m_2$ يساوي الصفر .
لماذا؟
لأن اللوح في حالة توازنِ أفقي أي أن العزمين التدويريين لكلا الطفلين متساويين.
لأن اللوح ساكنٌ و متوازن ، أي أنه ليس هنالك عزمٌ تدويري –أي أن كلا العزمين التدويريين متساويين:
$1764-39.3m_2=0$

$1764-39.2m_2=I_{board}(0)=0$

$1764-39.2m_2=I_{board}(0)=0$

العزم التدويري للطفل الأول1764 نيوتن ناقص العزم التدويري للطفل الثاني$39.2m_2$ نيوتن يساوي عطالة اللوح ضرب صفر أي أن الناتج النهائي يساوي الصفر .

أي أنه قد أصبحت لدينا معادلة صفرية تحوي عملية طرح و نتيجتها الصفر:

$1764-39.2m_2=0$



كما تعلمنا سابقاً فإننا و حتى نفهم أي علاقة رياضية معقدة فإننا نقوم بتحويلها إلى رموز و بسيطة و من ثم فإننا نحول تلك الرموز إلى أعداد بسيطة:

$A-BC=0$ $A-B\times C=0$ $A=BC$ $A=B\times C$ $A-BC=0 \rightarrow C=A\div B \;\; \& \;\; B=A\div C$

مثال رقمي توضيحي :

$12-(3\times 4)=0 \rightarrow 3=12\div 3 \;\; \& \;\; 4=12\div 3$

أي أن 12 تساوي 4 ضرب 3 .

$1764-39.2m_2=0$

إذاً فقد أصبحت لدينا علاقة طرح نتيجتها الصفر أي ان طرفيها متساويين .

علاقة طرح تحوي علاقة ضرب و نتيجتها الصفر ، أي أن الطرف المجهول فيها يساوي ناتج قسمة الطرف الأكبر المعلوم على الطرف الأصغر الرقمي المعلوم:

$1764-39.2\times m_2=0$

أي أن المجهول m_2 أي كتلة الطفل الثاني يساوي :

$1784\div 39.2=45$

أي أن كتلة الطفل الثاني يبلغ 45 كيلو غرام وهو المطلوب .

ملاحظات نهائية: العزم التدويري للوح الخشبي τ_{board} يساوي الصفر لأن اللوح ساكن : $\tau_{board}=0$ العزم التدويري للطفل الأول عند الجهة اليسرى موجب + لأن جهة عزمه التدويري عكس اتجاه عقارب الساعة – لو نزل اللوح الخشبي من الجهة اليسرى بتأثير وزن ذلك الطفل فإن اتجاه دورانه إذا تخيلنا بأنه

عقرب ساعة سيكون معاكساً لاتجاه دوران عقارب الساعة أي انه سيتحرك من الجهة اليمنى إلى الجهة اليسرى.
العزم التدويري للطفل الثاني عند الجهة اليمنى سالب - لأن جهة عزمه التدويري توافق اتجاه عقارب الساعة – لو نزل اللوح الخشبي من الجهة اليمنى بتأثير وزن ذلك الولد فإن اتجاه دورانه إذا تخيلنا بأنه عقرب ساعة سيكون موافقاً لاتجاه دوران عقارب الساعة أي انه سيتحرك من الجهة اليسرى إلى الجهة اليمنى.

مسألة:
لوحٌ معدني متجانس شديد الصلابة و غير قابلٍ للانحناء كتلته 8 كيلو غرام و طوله 8 أمتار مثبتٌ من طرفه الأيسر على دعامتين / الدعامة الأولى على بعد مترين من طرفه الأيسر و الدعامة الثانية تقع على بعد 3 أمتار من طرفه الأيسر أي أنها على بعد مترٍ واحد من الدعامة الأولى.
وقف طفل كتلته 28 كيلو غرام على الطرف الأيمن الحر من ذلك اللوح .
المطلوب :
احسب القوة التي تطبقها كل دعامة على ذلك اللوح.

تحليل و تخيل المسألة :
اللوح المعدني في حالة توازنٍ أفقي ، أي أنه بعد وقوف الطفل على طرفه الحر السائب الأيمن بقي في وضعه الأفقي و لم يميل و لم ينحني .
يا ترى لو لم يكن اللوح مثبتاً على دعامتيه فما الذي كان سيحدث؟
إن طرفه الأيمن و بتأثير قوة وزن الطفل سيتجه نحو الأسفل بينما سيرتفع طرفه الأيسر نحو الأعلى ، و هذا يعني بأن بقاء هذا اللوح في حالة توازنٍ أفقي يوجب على الدعامة اليسرى الأولى ان تمنع طرف اللوح الأيسر من الارتفاع تحت تأثير وزن الطفل ↑ أي أنه يتوجب عليها أن تطبق على اللوح قوةً اتجاهها نحو الأسفل ↓ حتى تبقي هذا اللوح في وضع توازنٍ أفقي و حتى تمنع طرفه الأيسر من الارتفاع.
يخضع هذا اللوح لقوتين اثنتين و هما : قوة وزن الطفل الذي يقف على طرفه الأيمن و اتجاهها نحو الأسفل ↓ و هذه القوة تؤدي إلى ارتفاع اللوح من طرفه الأيسر غير أن الدعامة اليسرى تطبق قوةً اتجاهها نحو الأسفل تمنع طرف اللوح الأيسر من الارتفاع ، و لو لم يكن اللوح مثبتاً فإنه كان سينزل نحو الأسفل من طرفه الذي يقف عليه الطفل بينما كان سيرتفع نحو الأعلى من طرفه الأيسر مستنداً على دعامته الوسطى، أي أنه كانت ستحصل حركة دورانية محورها و مركزها الدعامة الوسطى.

دائماً في مثل هذه الحالات و المسائل نفترض بأن الأطراف حرة و غير مثبتة بحيث تصلح الدعامة الوسطى أو الدعامة الطرفية مرتكزاً لحركةٍ دورانية : أي أن هنالك قوةً تدويرية تؤدي إلى أن يتحرك الطرفين في اتجاهين متعاكسين مع استنادهما على مرتكزٍ أو محورٍ ما في الوسط أو الطرف، و هذا يعني بأن بإمكاننا أن نستخدم معادلة العزم التدويري:

$\tau = rF\sin\theta$

العزم التدويري τ يساوي نصف القطر r ضرب القوة F جيب sin الزاوية ثيتا θ

و لكن السؤال المحوري هنا هو : من أي نقطةٍ من على اللوح نقيس نصف القطر؟
طبعاً بما أن اللوح ثابتٌ في مكانه لا يتحرك فذلك يعني بأن عزمه الزاوي أو عزمه التدويري يساوي الصفر:
$\tau=0$
لدينا في هذه الحالة دعامتين او مرتكزين يستند عليهما اللوح و بإمكاننا أن نجعل أي واحدةٍ منهما محوراً للدوران و أن نقيس نصف القطر ابتداءً منها .
في الحالات الاعتيادية فإننا نختار النقطة المعلومة قوتها حتى نقلل من عدد المجاهيل و في حالتنا هذه يمكننا مثلاً أن نجعل من الدعامة اليمنى right support(الوسطى) مركزاً لدوران اللوح بأكمله.
جهة الدوران:
بما أن اللوح ثابتٌ في مكانه فإن بإمكاننا أن نعتبر أي جهة دورانٍ إيجابية أو سلبية فيمكننا اعتبار جهة الدوران المعاكسة لاتجاه دوران عقارب الساعة بأنها جهة دورانٍ إيجابية.
القوة F في حالة السرعة الخطية تكافئ العزم الزاوي أو العزم التدويري τ في حالة الحركة الدورانية .

حساب العزم الزاوي (العزم التدويري) للدعامة اليسرى l.s=left support
$\tau=rF\sin\theta$
العزم التدويري τ يساوي نصف القطر r ضرب القوة F جيب sin الزاوية ثيتا θ
في حالتنا هذه فإن نصف القطر بالنسبة للعزم الزاوي التدويري الخاص بالدعامة اليسرى التي تبعد مترين عن طرف اللوح الأيسر بينما تبعد متراً واحداً عن الدعامة اليمنى لأن الدعامة اليمنى تبعد بمقدار 3 أمتار عن طرف اللوح الأيسر.
الآن حتى نحسب قيمة أي نصف قطر فإننا نقيسه من نقطة تأثير القوة إلى محور الدوران و بالنسبة للدعامة اليسرى فإنها هي ذاتها نقطة تأثير القوة أي أن نقطة تأثير القوة تقع على بعد مترين من طرف اللوح الأيسر أما محور الدوران فهو الدعامة اليمنى التي تبعد 3 أمتار عن طرف اللوح الأيسر و تبعد متراً واحداً عن الدعامة اليسرى أي أن نصف القطر بالنسبة للدعامة اليسرى يساوي بعد نقطة تأثير القوة عن مركز الدوران يساوي 3 ناقص 2 يساوي واحد:
3-2=1

الطفل

الدعامة اليمنى الدعامة اليسرى

و نحن نعتبر هذه القيمة قيمةً سلبية لأن اتجاه دورانها (إن دارت) يوافق اتجاه دوران عقارب الساعة أي من الجهة اليسرى إلى الجهة اليمنى، فلو استطاع الطفل بوزنه أن يضغط الطرف الأيمن نحو الأسفل و دار اللوح حول مركزه الذي هو هنا دعامته الوسطى و ارتفع طرف اللوح الأيسر نحو الأعلى فإن اتجاه

دورانه سيكون من الجهة اليسرى إلى الجهة اليمنى و من الأسفل نحو الأعلى أي أن دورانه سيكون متوافقاً مع دوران عقارب الساعة و لذلك فإننا سوف نعتبره قيمةً سلبية.
و بما أن هذا اللوح في حالة توازنٍ افقي فإن القوى المؤثرة تشكل معه زاويةً قائمة قياسها 90 درجة أي أن الزاوية التي سوف نحسب جيبها سيلغ قياسها 90 درجة و بذلك فإن العزم التدويري للدعامة اليسرى يساوي :

$\tau_{l.s}=(-1)F_{left}\sin 90^{\circ}=-1\ F_{left}$

العزم التدويري للدعامة اليسرى $\tau_{l.s}$ يساوي القيمة السلبية 1- ضرب قوة الدعامة اليسرى F_{left} (قيمة مجهولة) جيب الزاوية 90 درجة يساوي 1- ضرب قوة الدعامة اليسرى.



إذا كانت لدينا قيمةٌ مجهولة F مثلاً في علاقة حساب النسب المثلثية (الجيب مثلاً) فإننا نتجاهل تلك القيمة المجهولة و نحسب النسبة المثلثية و كأن تلك القيمة المجهولة غير موجودة ثم نعود فنضرب ناتج عملية حساب النسبة المثلثية بتلك القيمة المجهولة (في مثالنا السابق فإن القيمة المجهولة هي قوة الدعامة اليسرى F_{left} أما ناتج عملية حساب النسبة المثلثية فهو العدد السلبي 1- .

$\tau_{l.s}=(-1)F_{left}\sin 90^{\circ}=-1\ F_{left}$

الآن ننتقل لحساب العزم التدويري للدعامة اليمنى RGHT SUPPORT $\tau_{R.S}=$

العزم الزاوي(التدويري) للدعامة اليمنى (الوسطى) يساوي الصفر :

$\tau_{R.S}=0$

$\tau=0$

لماذا ؟

لأن نصف القطر الخاص بالدعامة اليمنى يساوي الصفر :

$r=0$

لماذا نصف القطر المتعلق بالدعامة اليمنى يساوي الصفر؟

لأن نصف القطر في مسائل الدوران هو البعد ما بين نقطة تأثير القوة و مركز أو محور الدوران و فيما يتعلق بالدعامة اليمنى فإن الدعامة اليمنى هي نقطة تأثير القوة المتعلقة بالدعامة اليمنى كما أنها في الوقت ذاته هي محور الدوران ، أي أن نقطة تأثير القوة الخاصة بالدعامة اليمنى و محور الدوران هما شيءٌ واحد لأنهما يقعان في النقطة ذاتها أي أن البعد ما بين نقطة تأثير القوة الخاصة بالدعامة اليمنى و محور الدوران يساوي الصفر.

و بما أن العزم الزاوي أو العزم التدويري τ يساوي نصف القطر r ضرب القوة F ، و بما أن نصف القطر هنا يساوي الصفر و بما أن كل ما نضربه بصفر فإن نتيجته تساوي الصفر فإن العزم التدويري للدعامة اليمنى يساوي الصفر:

$\tau_{R.S} = 0$

و الآن سوف نقوم بحساب العزم الزاوي أو العزم التدويري للوح بأكمله τ_{Board}

كما علمتم فإن العزم الزاوي أو العزم التدويري τ يساوي نصف القطر r ضرب القوةF ضرب جيبsin الزاوية ثيتا θ:

$\tau = r\ F \sin\theta$

إن نصف القطر بالنسبة للوح بأكمله هو البعد ما بين مركز اللوح و محور دوران اللوح أي أن نصف القطر بالنسبة للوح يساوي البعد ما بين مركز اللوح او منتصف اللوح و الدعامة اليمنى فإذا كان طول اللوح 8 أمتار فإن مركزه يقع على بعد 4 أمتارٍ من كلا طرفيه ، و إذا كانت الدعامة اليمنى تقع على بعد 3 أمتار من طرف اللوح الأيسر فإن البعد ما بين مركز اللوح أو منتصف اللوح و الدعامة اليمنى التي تمثل محور دوران اللوح يبلغ متراً واحداً ، أي أن نصف القطر بالنسبة للوح بأكمله يساوي 1 متر.

و بما أن دوران هذا اللوح (إن دار) تحت تأثير وزن الطفل سيكون موافقاً لاتجاه دوران عقارب الساعة فإننا سوف نعتبره قيمةً سلبية.

بالطبع فإن الطفل يقف على طرف اللوح الأيمن و إذا نزل اللوح للأسفل بتأثير وزن الطفل فإن ذلك يعني بأنه يتحرك من الجهة اليسرى إلى الجهة اليمنى مثل حركة عقارب الساعة .

يمكننا أن نتخيل بأن اللوح في هذه الحالة هو عقرب الساعة الذي يشير إلى الساعة الثالثة ثم ينزل نحو الأسفل بتأثير وزن الطفل إلى الساعة الرابعة أو الخامسة .

حساب القوة F :

القوةF تساوي الكتلة m أي كتلة اللوح أي 8 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية gأي 9.8 .

أي ان العزم التدويري للوح يساوي :

$\tau = (-1)(8)(9.8)\sin 90^\circ$

$\tau = (-1)(8)(9.8)\sin 90^\circ = (-78.4)$

$\tau = -1 \times 8 \times 9.8 \times \sin 90^\circ = (-78.4)$

إذاً فإن العزم التدويري للوح يبلغ الرقم السلبي (-78.4)

نصف القطر ذو قيمةٍ سلبية -1 لأن اللوح لو دار أي أنه لو ارتفع من جهته اليسرى تحت تأثير وزن الطفل الذي يقف على طرفه الأيمن و هو أي اللوح مرتكزٌ على دعامته لكان اتجاه دورانه موافقاً لاتجاه دوران عقارب الساعة و لذلك فقد اعتبرناه ذو قيمةٍ سلبية.

إذا ارتفع طرف اللوح الأيسر نحو الأعلى فإنه سيكون مماثلاً لعقرب الساعة الذي يتحرك من من الساعة التاسعة نحو الأعلى باتجاه الساعة العاشرة و ما بعدها.

حساب العزم التدويري للطفل:

τ=r F sin θ

العزم التدويري τ يساوي نصف القطر r ضرب القوة ضرب جيب sin الزاوية ثيتا θ

نصف القطر هو البعد ما بين نقطة تأثير القوة و محور الدوران (لا منتصف اللوح) .

يقف الطفل على طرف اللوح الأيمن و طول اللوح يبلغ 8 أمتار و محور دوران اللوح هو الدعامة اليمنى التي تبعد 3 أمتار عن طرف اللوح الأيمن:

8-3=5

أي أن نصف القطر بالنسبة للطفل هو 5 أمتار.

لماذا محور الدوران هو الدعامة اليمنى ؟

لأن اللوح لو نزل للأسفل من الجهة اليمنى بتأثير وزن الطفل فإنه سيرتفع للأعلى من طرفه الأيسر بينما سيرتكز اللوح على الدعامة الوسطى أثناء حركته أي أن الدعامة الوسطى ستمثل محور الدوران.

القوة F تساوي كتلة الطفل أي 28 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g أي 9.8 متر في الثانية.

الزاوية ثيتا θ طبعاً في مسألتنا زاويةٌ قائمة قياسها 90 درجة لأن اللوح في حالة توازنٍ أفقي و بالتالي فإن جميع القوى المؤثرة فيها تكون متعامدةً معها و تشكل مع اللوح زاويةً قائمة قياسها 90 درجة و عليه فإن العزم الزاوي التدويري للطفل τ_{kid} يساوي:

τ=r F sin θ

نصف القطر r يمثل قيمةً سلبية (-5) لأنه يمثل طرف اللوح الأيمن أي أنه يشبه عقرب الساعة الذي يشير للساعة الثالثة و لو أن طرف اللوح نزل للأسفل بتأثير وزن الطفل فأن حركته ستكون متوافقة مع حركة عقارب الساعة أي أنه سيتجه نحو الساعة الرابعة أو الخامسة و لذلك فقد اعتبرنا بأنه يمثل قيمةً سلبية.

الرقم السلبي -5 يمثل نصف القطر أي البعد بين نقطة تأثير القوة أي موقع وقوف الطفل على طرف اللوح الأيمن و بين محور الدوران أي الدعامة اليمنى.

القوة F تساوي كتلة الطفل أي 28 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية 9.8 متر في الثانية.

τ_{kid}=(-5) (28)(9.8) sin 90=(-1372)

τ=r F sin θ

$\Sigma\tau$=Iα=I(0)=0

مجموع Σالعزوم الزاوية التدويرية τ تساوي العطالة أو القصور الذاتي I ضرب التسارع α , و لكن بما أن اللوح في حالة توازنٍ و استقرار أي أن تسارعه يساوي الصفر فإن مجموع القوى و العزوم التدويرية الزاوية $\Sigma\tau$ يساوي الصفر.

نقوم بجمع العزوم الزاوية (التدويرية) في هذه المسألة مع بعضها البعض بغاية إيجاد مجهول المسألة.

العزم الزاوي التدويري للدعامة اليسرى العدد السلبي -1

العزم الزاوي التدويري للطفل هو الرقم السلبي -1372

العزم الزاوي(التدويري) للوح هو القيمة السلبية -78.4

و بما أنها جميعاً قيمٌ سلبية فإن عملية جمع العزوم الزاوية التدويرية ستصبح عبارة عن عملية طرحٍ متسلسلة :

-1-78.4-1372=

إن العملية السابقة و إن كانت في ظاهرها عملية طرح (كون الأرقام الداخلة فيها أرقامٌ سلبية) فإنها في الحقيقة عملية جمع العزوم الزاوية (التدويرية) لجميع عناصر المسألة .

و لكن هل نعرف نحن بشكلٍ مسبق محصلة أو ناتج العزوم الزاوية(التدويرية) بأكملها؟

بالطبع ، فنحن نعلم بأن محصلة جميع العزوم الزاوية(التدويرية) تساوي الصفر.

لماذا؟

لأن اللوح ساكنٌ ثابت لا يتحرك و بالتالي فإن مجموع العزوم الزاوية (التدويرية) :

$$\Sigma \tau=(-1)\ F_{left}-78.4-1372=0$$

بالنسبة لعملية تحويل عمليات جمع الأعداد السلبية إلى عمليات طرح فإن ناتج جمع أعداد سلبية من بعضها البعض يساوي ناتج طرح تلك الأعداد السلبية من بعضها البعض غير أن عمليات الطرح المتسلسلة هي أكثر سهولة لأننا سنستخدم عندها نوعٌ واحدٌ من الشارات و هي الشارات السلبية .

مثال:

(-2)+(-3)+(-4)=(-9)

-2-3-4=(-9)

ناتج جمع عدة أعداد سلبية مع بعضها البعض يساوي ناتج طرح تلك الأعداد السلبية من بعضها البعض.

الآن بالنسبة للمعادلة التي توصلنا إليها بعد عملية جمع العزوم الزاوية التدويرية :

$$\Sigma \tau=(-1)\ F_{left}-78.4-1372=0$$

كما ترون فإن لدينا معادلة صفرية نتيجتها الصفر تحوي مجهولاً هو F_{left} أي قوة الدعامة اليسرى .

نسأل أنفسنا السؤال التالي دائماً :

هل تحوي المعادلة السابقة عملياتٍ رقمية معلقة قابلة للتنفيذ؟

أي هل تحوي عملياتٍ رقمية لا تحوي مجاهيل؟

نعم فإن لدينا عملية الطرح المعلقة التالية :

(-78.4)-1372=1450.4

ننفذ عملية الطرح المعلقة فنحصل على الناتج التالي 1450.4.

لتصبح معادلتنا السابقة:

$$\Sigma \tau=(-1)\ F_{left}-78.4-1372=0$$

على الصورة التالية:

$$\Sigma \tau=(-1)\ F_{left}-1450.4=0$$

إن المعادلة السابقة تعني بأن لدينا قيمتين ناتج طرحهما من بعضهما البعض يساوي الصفر أي أن هاتين القيمتين يجب أن تكونا قيمتين متساويتين أي أن ناتج ضرب العدد السلبي -1 بالمجهول F_{left} أي قوة الدعامة اليسرى يجب أن يساوي 1450.4 و بالتالي فإننا حتى نعرف قيمة المجهول F_{left} فإننا نقسم

طرف المعادلة الثاني أي 1450.4 على المعلوم -1 فنحصل على -1450.4 إذاً فإن المجهول F_{left} أي قوة الدعامة اليسرى تساوي القيمة السلبية N-1450.4 نيوتن بالطبع .

F_{left}=(1450.4)N

و هو المطلوب.



مسألة :

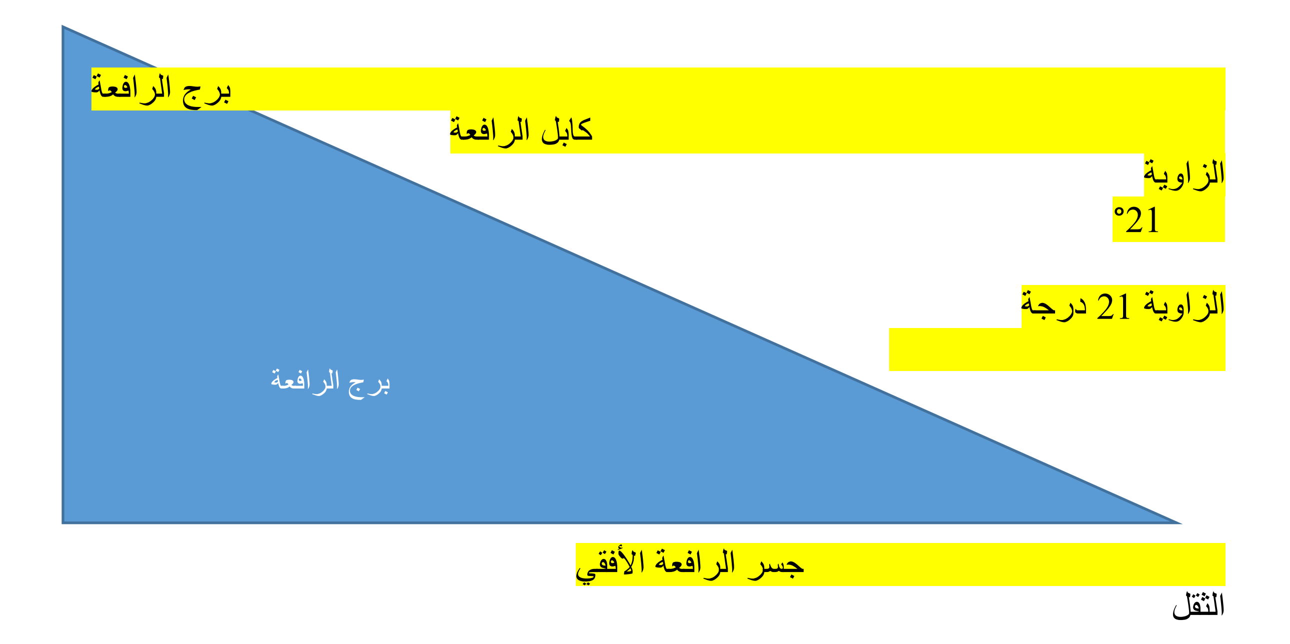
رافعة جسرية تتألف من دعامة عمودية يستند إليها جسرٌ أفقي كتلته 1200 كيلو غرام يحمل في آخره ثقلٌ كتلته 1500 كيلو غرام .

يبقى الجسر الأفقي و الثقل الموجود في نهايته بوضعٍ أفقي بواسطة حبل (كبل معدني –كبستال) يمتد من قمة الدعامة العمودية إلى نهاية الجسر الأفقي .

الزاوية بين كابل الدعم و الجسر الأفقي تبلغ 21 درجة .

المطلوب:

احسب توتر الكابل الذي يبقي جسر الرافعة و الوزن الموجود في آخر الجسر بوضع استقرارٍ افقي.



تحليل و تخيل المسألة :

جميع عناصر هذه المسألة في حالة ثباتٍ و سكون و لذلك فإن بإمكاننا أن نعتبر بأن أي اتجاهٍ هو اتجاهٌ موجبٌ أو سالب و نحن هنا سنعتبر بأن جميع اتجاهات الدوران المعاكسة لجهة دوران عقارب الساعة هي اتجاهات ورانٍ موجبة+.

مخطط اتجاه القوى:

برج الرافعة أي العمود الذي تستند إليه جميع مكونات الرافعة يمثل قوةً عمودية و محوراً عمودياً F_y

جسر الرافعة الأفقي الذي يحمل الثقل في آخره يمثل المحور الأفقي او القوة الأفقية F_X.

و بالطبع فإن المحورين العمودي و الأفقي يشكلان زاويةً قائمة قياسها 90°.



إن كلاً من البرج العمودي للرافعة و الجسر الأفقي و الكابل المائل الذي يمسك الجسر الأفقي من نهايته يشكلان مثلثاً قائم الزاوية قاعدته أو ضلعه المجاور هو جسر الرافعة الأفقي و ارتفاعه برج الرافعة العمودي و وتره الكابل المائل .
وتر المثلث القائم الزاوية هو الضلع الوحيد المائل فيه كما أنه أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية.
يتركز وزن جسر الرافعة الأفقي في منتصفه تماماً أي أن ثقله يتركز في النقطة الواقعة في منتصفه w_x.
اتجاه العزم الزاوي (التدويري) للكابل τ_{cable} هو اتجاهٌ موجبٌ لأنه اتجاهٌ معاكسٌ لجهة دوران عقارب الساعة – الكابل بوضعه الثابت و حتى يبقي كلاً من جسر الرافعة و الثقل المعلق به في حالةٍ أفقية و حتى يمنعهما من الانهيار نحو الأسفل فإنه يبذل قوةً نحو الأعلى و نحو الجهة اليسرى (تخيل بأن ثقل جسر الرافعة و ثقل الوزن المعلق به يضغطان نحو الأسفل بينما كابل الرافعة يدور بشكل معاكس أي أنه يدور نحو الأعلى و نحو الجهة اليسرى حتى يبقي الثقل مرتفعاً .
توتر الكابل T_{cable} اتجاهه نحو الأعلى ↑ على امتداد الكابل ابتداءً من من الثقل المعلق في نهاية الحبل و لغاية برج الرافعة .
العزم التدويري لبرج الرافعة $\tau_x=0$ يساوي الصفر لأن برج الرافعة ثابت .
وزن جسر الرافعة الأفقي –عزمه التدويري يتجه نحو الأسفل مع اتجاه دوران عقارب الساعة .
العزم التدويري لسطل الرافعة الذي يوضع فيه الثقل τ_{bucket} يتجه نحو الأسفل (مع اتجاه دوران عقارب الساعة) أي من الجهة اليسرى إلى الجهة اليمنى أي أن اتجاهه اتجاهٌ سلبي.
نستخدم معادلة جسرية لإيجاد العزم التدويري:

$\tau = r F \sin\theta$
العزم التدويري τ يساوي نصف القطر r ضرب القوة جيب sin الزاوية ثيتا θ.

العزم التدويري لبرج الرافعة :
بالنسبة لبرج الرافعة فإن العزم التدويري يساوي الصفر $\tau = 0$ لماذا؟
كما تعلمون فإن نصف القطر يمثل بعد نقطة تأثير القوة عن محور الدوران فإذا كانت نقطة تأثير القوة تقع على محور الدوران ، أي إذا كانت نقطة تأثير القوة هي ذاتها محور الدوران فإن ذلك يعني بأن نصف القطر يساوي الصفر و إذا كان نصف القطر يساوي الصفر فإن العزم التدويري يساوي كذلك الصفر لأن معادلة حساب العزم الزاوي التدويري عبارة عن عملية ضرب نصف القطر بالقوة و جيب الزاوية فإذا كان نصف القطر يساوي الصفر فإن كل ما نضربه بصفر يعطي صفر أي أن معادلة حساب العزم الزاوي التدويري ستكون معادلةً صفرية نتيجتها الصفر .

بالنسبة لبرج الرافعة العمودي فإن محور الدوران يقع في نقطة التقاء برج الرافعة مع الجسر الأفقي مباشرة (صفر) .

حساب العزم التدويري لجسر الرافعة:
بخلاف برج الرافعة الثابت فإن جسر الرافعة الأفقي جزءٌ متحرك و نقطة التمفصل أي محور الدوران تقع عند نقطة التقائه مع برج الرافعة أي أن نصف قطر جسر الرافعة الأفقي نصف طول جسر الرافعة الأفقي أي $-\frac{1}{2}L$ و هي كما نرى قيمةٌ سلبية لأن اتجاه جسر الرافعة لو دار بتأثير ثقله و بتأثير الثقل المعلق بآخره فإنه سيكون دورانٌ نحو الأسفل أي انه سيكون دورانٌ موافقٌ لاتجاه دوران عقارب الساعة (من الجهة اليمنى باتجاه الجهة اليسرى) – نتخيل هنا بأن جسر الرافعة هو عقرب الساعة الذي يشير إلى الساعة الثالثة فإذا جذبه ثقله أو الثقل المعلق به نحو الأسفل فإنه سيدور باتجاه الساعة الرابعة أو الخامسة أو السادسة أي أن دورانه سيكون متوافقاً مع اتجاه عقارب الساعة (دورانٌ سلبي -) .
و عليه فإن معادلة حساب العزم التدويري لجسر الرافعة الأفقي ستكون على الصورة التالية :

$$\tau=(-\frac{1}{2}L)\ (1200)\ (9.8)\ \sin 90°= -5880L$$

$$-5880(L)$$

ما الذي فعلناه ؟
بما أن الآلة الحاسبة الاعتيادية لا تستطيع التعامل مع الكسور فإننا نحول الكسر $\frac{1}{2}$ إلى رقمٍ عشري عن طريق قسمة البسط على المقام أي قسمة عالي الكسر على أدناه 1 تقسيم 2 تساوي -0.5
حافظنا على شارة السالب التي كانت تسبق الكسر ، و هذه القيمة هي بالطبع قيمةٌ سلبية لأن اتجاه دورانها موافقٌ لاتجاه دوران عقارب الساعة .
إذاً فإن لدينا في العملية السابقة مجهول و هو طول جسر الرافعة الأفقي L و لذلك فإننا نجري عمليات الضرب و عمليات حساب الجيب و النسب المثلثية و كأن هذا المجهول غير موجود و لكننا نعود و نضربه بالناتج في آخر العملية فنقول :

$$-5880L$$

$$-5880(L)$$

$$-5880\times L$$

$$\tau=(-\frac{1}{2}L)\ (1200)\ (9.8)\ \sin 90°= -5880L$$

و لكن انتبه إلى اننا ضربنا الناتج ب L و ليس بنصف L أي $\frac{1}{2}L$.
لماذا؟
لأننا استهلكنا الكسر $\frac{1}{2}$ في العملية السابقة حيث أننا ضربنا هذا الكسر ببقية الأرقام الموجودة في المعادلة بعد أن تجاوزنا المجهول L .

$$0.5L\times1200\times9.8$$

$$0.5L\times1200\times9.8\ \sin 90°=5880L$$

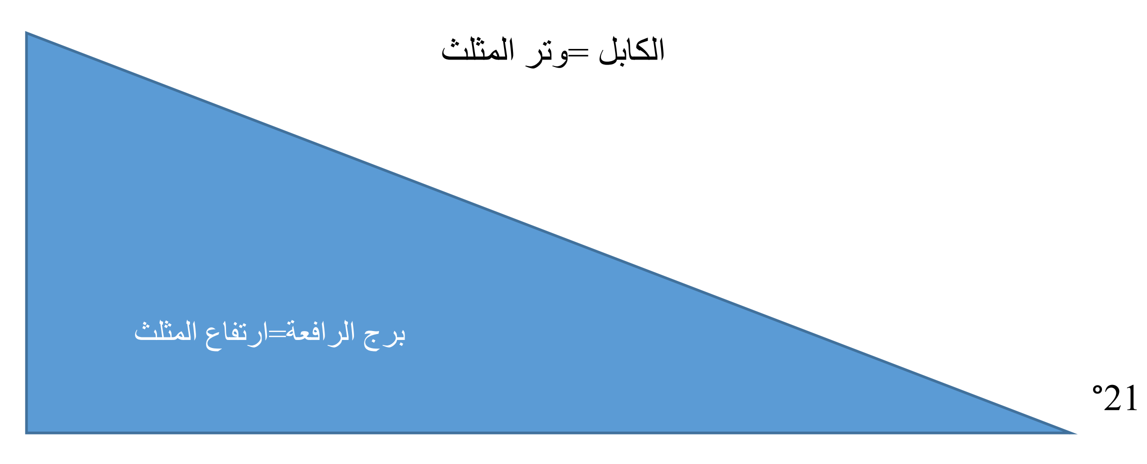
$$0.5L\times1200\times9.8\ \sin 90°=5880\times L$$

العزم التدويري لكابل الدعم الذي يبقي جسر الرافعة بوضعٍ أفقي يساوي :

τ_{CABLE}=+LT sin 21°=0.358 LT

العزم التدويري لكابلτ_{CABLE} الدعم ذو توترٍ إيجابي لأن دورانه (إن دار) سيكون نحو الجهة اليسرى حتى يبقي جسر الرافعة مرفوعاً أي أن دورانه سيكون معاكسٌ لاتجاه دوران عقارب الساعة .

الزاوية 21° درجة هي الزاوية الواقعة ما بين وتر المثلث القائم الزاوية (الكابل) و الضلع المجاور للزاوية :



و كما هي الحال دائماً بالنسبة لعمليات إيجاد النسب المثلثية التي تحوي عناصر مجهولة فإننا نحسب تلك النسب المثلثية و كأن تلك العناصر المجهولة غير موجودة و لكننا تضرب العنصر المجهول بالنتيجة النهائية

.

τ_{CABLE}=+LT sin 21°=0.358 LT

العنصر المجهول إو العناصر المجهولة هنا هي LT

0.358 LT

العزم التدويري للثقل المعلق في نهاية جسر الرافعة τ_{LOAD} (العزم الندويري للحمل)

τ_{LOAD}=-L(1500)(9.8)sin 90°=(-14700L)

يضغط الثقل المعلق في نهاية الرافعة نحو الأسفل أي أن جهة دورانه من الجهة اليسرى إلى الجهة اليمنى

الثقل معلق إلى الجهة اليمنى من جسر الرافعة –(تخيل بأن هنالك بكرة يلتف حولها حبل الثقل و بما أن الثقل يضغط بالطبع نحو الأسفل فإن الثقل لو نزل للأسفل فإن البكرة ستدور من الجهة اليسرى إلى الجهة اليمنى) أي أن العزم الزاوي أو العزم التدويري للثقل المعلق في نهاية جسر الرافعة ذو قيمةٍ سلبية لأنه يوافق حركة عقارب الساعة.

τ_{LOAD}=-L(1500)(9.8)sin 90°=(-14700L)

العزم التدويري للثقل المعلق في نهاية جسر الرافعة τ_{LOAD} يساوي نصف القطر L- و هو ذو قيمةٍ سلبية لأن دورانه سلبي ضرب القوة Fو هي تساوي كتلة الثقل1500 ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية أي 9.8 متر في الثانية جيب الزاوية القائمة 90 درجة .

بما أن جسر الرافعة في وضع توازنٍ و استقرارٍ أفقي فإن القوة المؤثرة فيه هي قوىً متعامدة تشكل معها زوايا قائمة قياسها 90 درجة.

لدينا مجهول هو L- و قد أجرينا عملية حساب العزم التدويري و كأنه غير موجود ، و بما أن العملية الأساسية كانت عملية ضرب فقد ضربناه مجدداً بناتج العملية (-14700L).

حساب مجموع العزوم التدويرية :

$\Sigma\tau$=la=l(0)=l×0=0

$\Sigma\tau$=la=l(0)=l×0=0

مجموع العزوم الزاوية التدويرية $\Sigma\tau$ يساوي العطالةl ضرب التسارع الخطيa، و بما أن هذه المنظومة في حالة سكون فإن التسارع الخطي aيساوي الصفر ، و بما أن كل ما نضربه بصفر يعطي صفر فإن مجموع العزوم التدويرية $\Sigma\tau$ يساوي الصفر.

$\Sigma\tau$=la=l(0)=l×0=0



ما هي الفائدة التي جنيناها من معادلة حساب مجموع العزوم الزاوية التدويرية $\Sigma\tau$ ؟

في الفيزياء و الرياضيات فإن الفائدة كل الفائدة تأتي من المعادلات الصفرية إذ أنها تخبرنا بأن هنالك توازناً في القوى و تكافئاً و مساواةً في القيم و أن محصلة العمليات الرياضية تساوي الصفر و هو صفر توازن لا صفر انعدام .

إن الفائدة التي علمناها من معادلة حساب مجموع العزوم الزاوية (التدويرية) $\Sigma\tau$ أن محصلة جميع العزوم الزاوية(التدويرية)$\Sigma\tau$ تساوي الصفر و هذا الصفر هو الذي تسبب في إحداث حالة التوازن و السكون في الرافعة الجسرية.

إن مجموع العزوم الزاوية (التدويرية)$\Sigma\tau$ هو :

$\Sigma\tau$=(-5880)L+(0.358)LT-(14799)L=0

بعض الملاحظات المتعلقة بعملية جمع العزوم الزاوية (التدويرية) السابقة :

الملاحظة الأولى تتمثل في أن عملية جمع القيم السلبية تتحول إلى عملية طرحٍ لتلك القيم السلبية من بعضها البعض :
عملية جمع القيم السلبية مع بعضها البعض تساوي عملية طرح القوى السلبية من بعضها البعض.
و كما تعلمون فإن لدينا هنا قيمتين سلبيتين و هما 14799- و -5880 و لذلك فقد تحولت عملية جمع هاتين القيمتين إلى عملية طرح .
لماذا؟
حتى لا نضع شارة جمع أمام شارة العدد السلبي مما يزيد من تعقيد العملية و يزيد من احتمال ارتكابنا للأخطاء .
الملاحظة الثانية:
لدينا سلسلة عمليات رياضية نتيجتها الصفر و جميعها تحوي عنصراً متكرراً و هو العنصر المجهول L أياً يكن فما الذي يعنيه هذا؟
إنه يعني بأن بإمكاننا أن نحذف هذا العنصر المجهول المتكرر دون أن تختل المعادلة لتصبح المعادلة السابقة :

$$\Sigma\tau=(-5880)L+(0.358)LT-(14799)L=0$$

على الصورة التالية :

$$\Sigma\tau=(-5880)+(0.358)T-(14799)=0$$

$$\Sigma\tau=(-5880)+(0.358)T-(14799)=0$$

ننفذ العمليات الرقمية المعلقة القابلة للتنفيذ ، أي العمليات الرقمية التي لا تحوي مجاهيل متغيرة غير متماثلة:
كما ترون فقد أصبحت لدينا ثلاثة حدود : طرفين و وسط – أجمع الطرفين مع بعضهما البعض أي أنني أجمع الرقم السلبي -5880 مع الرقم السلبي -14700 :

$$(-5880)+(-14700)=(-20580)$$

نحصل على الرقم السلبي -20580
الآن نقول بأن ناتج جمع الطرفين الذين لا يحويان متغيراً مجهولاً أي الرقم السلبي -20580 يساوي الحد الأوسط الذي يحوي متغيراً مجهولاً أي 0.358.T
أي أن :

$$0.358T=(-20580)$$

و بذلك تصبح لدينا عملية ضرب تحوي عنصراً مجهولاً أي T الذي يرمز إلى توتر كابل الرافعة.

$$0.358\times T=(-20580)$$

لمعرفة قيمة العنصر المجهول T نجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب، أي أننا نجري عملية قسمة فنقسم ناتج عملية الضرب على الطرف المعلوم:

$$-20580\div 0.358=(-575)$$

إذاً فإن توتر كابل الرافعة يساوي (-575) نيوتن .
و هو المطلوب.

ملاحظة:
يمكننا أن نزيل شارة السالب هنا لأننا نحن من قررنا أي القيم هي قيمٌ سلبية و أي القيم هي قيمٌ إيجابية و بالطبع في حالات السكون و التوازن ليس مهماً أي القيم هي القيم السلبية و أي القيم هي القيم الإيجابية و لكن المهم و الضروري أن تكون القيم المتعاكسة من حيث الاتجاه يجب أن تكون قيمها متعاكسةٌ كذلك ، أي أن وظيفة القيم السلبية و الإيجابية تنحصر في أن تنقل لنا تعاكس اتجاه تلك القوى بغض النظر عن أيها قوىً سلبية و أيها قوىٍ إيجابية لأننا نحن من قررنا بأن القوى المتوافقة مع دوران عقارب الساعة هي قوىً سلبية و أن القوى المعاكسة لاتجاه دوران عقارب الساعة هي قوىٍ إيجابية.



كيف فعلنا ذلك؟

(-5880)+(-14700)=(-20580)

أي كيف قررنا بأن ناتج جمع الطرفين يساوي الوسط؟

A+(BC)-D=0

A+(B×C)-D=0

إذا كانت لدينا علاقة جمع حد مع ضرب حدين ناقص حدٍ ثالث تساوي الصفر فإن مجموع الطرفين يساوي في قيمته الحد الأوسط أي عملية ضرب العنصرين.

A+(BC)-D=0

A+(B×C)-D=0

نفترض بأن :

A=(3)

B=4

C=5

D=23

3+(4×5)-23=0

3+(-23)=(-20)

لدينا علاقة جمع حد مع ضرب حدين ناقص حدٍ ثالث تساوي الصفر و لذلك فإن مجموع الطرفين

3+(-23)

3+(-23)=20

يساوي في قيمته الحد الأوسط أي ناتج عملية ضرب العنصرين(5×4) أي 20.

مثال 2 :

A+(BC)-D=0

A+(B×C)-D=0

إذا كانت لدينا علاقة جمع حد مع ضرب حدين ناقص حدٍ ثالث تساوي الصفر فإن مجموع الطرفين يساوي في قيمته الحد الأوسط أي عملية ضرب العنصرين.

A+(BC)-D=0

A+(B×C)-D=0

نفترض بأن :

A=2

B=3

C=4

D=14

2+(3×4)-14=0

2+(-14)=(-12)

لدينا علاقة جمع حد مع ناتج ضرب حدين ناقص حدٍ ثالث تساوي الصفر و لذلك فإن مجموع الطرفين

2+(-14)

2+(-14)=(-12)

يساوي في قيمته الحد الأوسط أي ناتج عملية ضرب العنصرين(4×3) أي 12.

غير أن شارة الناتج في مثل هذه الحالة تكون معاكسة لشارة ناتج الضرب الأصلي و لذلك يتوجب علينا بعد إيجاد ناتج عملية الضرب أن نعكس شارة الناتج.

A+(B×C)-D=0

نفترض بأن:

A=(-2)

B=3

C=4

D=10

(-2)+(3×4)-10=0

(-2)+(-10)=(-12)

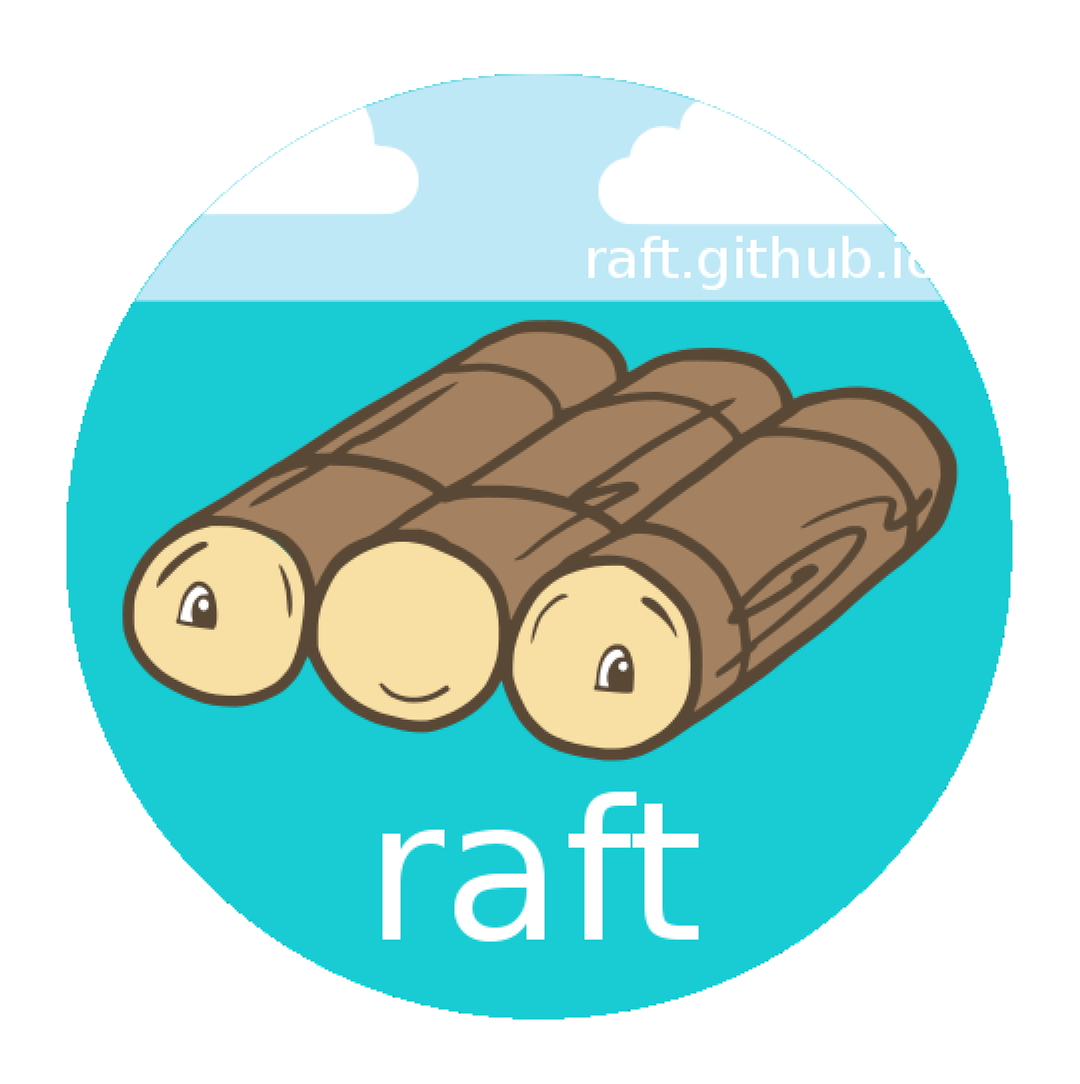
الرقم الأصلي ناتج ضرب 3 في 4 كان رقماً موجباً 12 بينما الرقم الذي حصلنا عليه بهذه الطريقة كان رقماً سلبياً و لذلك بعد استخدام هذه الطريقة يتوجب عاينا أن نعكس الشارة.

إن شارات القوى تعتمد على ما إذا كانت تلك القوى تشير للأعلى أو الأسفل أما شارات العزوم الزاوية (التدويرية) فإنها تعتمد على ما إذا كانت تلك العزوم متوافقةً مع اتجاه عقارب الساعة أو أنها معاكسة لحركة عقارب الساعة.

الإزاحة الخطية s (مقدار التحرك الخطي) يكافئ الإزاحة الزاوية (الدورانية) (مقدار الحركة الدورانية).
Angular displacement θ الإزاحة الزاوية الدورانية (مقدار الحركة الدائرية)
جسر التحويل:
$S=r\theta$
$S=r\times \theta$
الإزاحة الخطيةS تساوي نصف القطر r ضرب الإزاحة الزاوية الدورانيةθ .
بالنسبة للأجسام المتدحرجة فإن سرعة مركز الكتلة يساوي السرعة المماسة tangential speed (الخارجية) لتلك الأجسام .
قانون نيوتن الثالث Newton's third law : القوة التي يطبقها جسمٌ ما على جسمٍ ثاني تساوي من حيث مقدارها القوة التي يطبقها الجسم الثاني على الجسم الأول.



ON THE RAFT.



السوائل :

طوف أبعاده 5 ×7 متر و ثخانته نصف متر 0.50 m كثافة الطوف $0.500 g/cm^3$ غرام في السنتمتر المكعب .

المطلوب:

ما هي الحمولة القصوى التي يمكن لهذا الطوف أن يحملها في المياه العذبة دون أن تغمره المياه؟

معادلة تحويل من وحدة الغرام على السنتمتر المكعب إلى كيلو غرام على المتر المكعب:

$$0.500 g/cm^3 \times (1\ cm/0.01\ m)^3 \times 1\ kg/1000 g = 500\ kg/m^3$$

إذاً فإن:

$$0.500 g/cm^3 = 500 kg/m^3$$

لدينا قوتين متعاكستين مباشرة و متساويتين و هما: القوة التي تدفع الطوف نحو الأعلى و القوة التي تضغط نحو الأسفل و هي حمولة الطوف (بما فيها تسارع السقوط بفعل الجاذبية الأرضية)
تمثل هذه الحالة حالةً ديناميكية لأن التسارع يساوي الصفر $a=0$ لأن الطوف ثابتٌ في مكانه .
قوة الطفو buoyant force ↑ و هي قوة المياه التي تجعل الطوف يطفو على سطح الماء.
نعتبر بأن القوة المتجهة نحو الأعلى قوةٌ إيجابية +up↑ كما نعتبر القوة المتجهة نحو الأسفل - down↓ قوةٌ سلبية .

المسألة السابقة هي مسألةٌ ديناميكية لأن التسارع فيها يساوي الصفر $a=0$ لأن الطوف في حالة سكون.
F_B=Buoyant Force قوة الطفو ↑
قوة الطفو هي القوة الآتية من الماء و التي تجعل الطوف أو أي جسم آخر يطفو على سطح الماء .
لدينا هنا قوتين متعاكستين مباشرة و هما قوة وزن حمولة الطوف ↓ و اتجاهها نحو الأسفل و قوة الطفو F_B و اتجاهها نحو الأعلى.
القوة المتجهة نحو الأعلى هي قوةٌ أيجابية +↑ .

مجموع القوى:
$\Sigma F=Ma=M(0)=0$
مجموع القوى ΣF يساوي الكتلة M ضرب التسارع a و هي تساوي الكتلةM ضرب صفر تساوي صفر.
لماذا؟
لأن الطوف في حالة سكون و بالتالي فإن تسارعهa يساوي الصفر و كل ما نضربه بصفر يعطي صفر أي أن مجموع القوى ΣF يساوي صفر0 .

$F_B-M_{raft}\ g-M_{load}\ g=0$
مجموع القوى المؤثرة يساوي الصفر – مجموع القوى المؤثرة في الطوف و التي تبقيه في حالة طفو تساوي الصفر.
لماذا؟
لأن الطوف في حالة تعادل ما بين القوى التي تدفعه للأعلى و القوى التي تجذبه نحو الأسفل.

$F_B-M_{raft}\ g-M_{load}\ g=0$
القوة الوحيدة المؤثرة في الطوف و التي اتجاهها علوي إيجابي هي قوة الطفو F_B↑+ ، أما بقية القوى الأخرى فهي قوىٍ سفلية سلبية لأن اتجاهها نحو الأسفل و تلك القوى هي : قوة كتلة الطوف M_{raft}↓ و تسارع السقوط بفعل الجاذبية الأرضية g و كتلة حمولة الطوف M_{load} ،
و باستثناء قوة الطفو العلوية الإيجابية فإن القوى المؤثرة الأخرى جميعها قوىً سفلية سلبية و لذلك فقد تحولت عملية جمع القوى المؤثرة إلى عملية طرح:
$+F_B-M_{raft}\ g-M_{load}\ g=0$
$+F_B-M_{raft}\times g-M_{load}\times g=0$

مجموع القوى المؤثرة يساوي قوة الطفو F_B ناقص كتلة الطوف M_{raft} ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضيةg ناقص كتلة حمولة الطوفM_{load} ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية g تساوي الصفر.

$+F_B-M_{raft} \times g-M_{load} \times g=0$

حجم الطوف:

$(5)(7)(0.5)=17.5m^3$

$5\times7\times0.5=17.5m^3$

كتلة الطوف :

$M_{raft}=P_{raft} V_{raft}=M_{raft}$

$M_{raft}=P_{raft}\times V_{raft}=M_{raft}$

كتلة الطوفM_{raft} تساوي كثافة الطوفP_{raft} ضرب حجم الطوف V_{raft}.

الكتلة تساوي الكثافة ضرب الحجم

$(500)(17.5)=8,750$

$500\times17.5=8,750$

كتلة الطوف تساوي كثافة الطوف أي 500 كيلو غرام في المتر الكعب الواحد ضرب حجم الطوف أي 17.5 متر مكعب .

إذاً فإن كتلة الطوف تساوي 8750 .

وفقاً لأرخميدس فإن قوة الطفو الدافعة $F_B\uparrow$ تساوي وزن الماء المزاح أي وزن الماء الذي يزيحه الجسم الطافي ، و لكن كيف نعلم ما هو وزن الماء الذي يزيحه الطوف؟

يتوجب على الطوف أن يزيح مقداراً من الماء يساوي حجمه بأكمله.

$F_B=M_{fluid}\times g=(P_{fluid} \times V_{fluid})\times g$

$F_B=M_{fluid} \times g=(P_{fluid} \times V_{fluid})\times g$

قوة الطفوF_B تساوي كتلة السائلM_{fluid} ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g تساوي كثافة السائل P_{fluid} ضرب حجم السائلV_{fluid} ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g.

كثافة الماء العذب 1 غرام في السنتمتر المكعب أي 1000 كيلو غرام في المتر المكعب الواحد M^3

إذا كان الطوف مغموراً بالماء بشكلٍ كلي فإن حجم السائل المزاح يساوي حجم الطوف و كما تعلمون فإن حجم الطوف يساوي 17.5 متر مكعب.

$V_{fluid}=V_{raft}=17.5m^3$

حجم السائل المزاحV_{fluid} يساوي حجم الطوفV_{raft} يساوي 17.5 متر مكعب.

الآن نقوم بجمع القوى المؤثرة في الطوف:

$$F_B - M_{raft}\, g - M_{load}\, g = 0$$

$$F_B - M_{raft} \times g - M_{load} \times g = 0$$

قوة الطفو F_B ناقص كتلة الطوف M_{raft} ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g ناقص كتلة حمولة الطوف M_{load} ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g تساوي الصفر.

القوة الأولى فقط أي قوة الطفو F_B هي قوةٌ إيجابية علوية الاتجاه أما بقية القوى فهي قوىً سلبية سفلية الاتجاه أي أنها قوىً ذات قيم سلبية و لذلك فقد تحولت عملية جمع القوى إلى عملية طرح.
دائماً نضرب الكتلة بتسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g
إن ناتج طرح القوى المؤثرة في الطوف تساوي الصفر لأن القوى المؤثرة في الطوف متعادلة مع بعضها البعض أي أن قوة الطفو الإيجابية الصاعدة نحو الأعلى و التي تبقي الطوف طافياً تعادل و تساوي قوة كتلة الطوف الضاغطة نحو الأسفل و تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية أي قوة الجاذبية و تساوي كذلك كتلة حمولة الطوف السلبية السفلية الاتجاه و هي جميعها تساوي الصفر.
قوتان متعادلتان متساويتان و متعاكستان في الاتجاه محصلتهما الصفر.

$$F_B - M_{raft}\, g - M_{load}\, g = 0$$

$$F_B - M_{raft} \times g - M_{load} \times g = 0$$

و بذلك فإننا نحصل على معادلة صفرية- نعوض الرموز بالأرقام المتوفرة حتى نعرف مجهول المعادلة و هو حمولة الطوف M_{load} :

قوة الطفو الدافعة F_B تساوي كثافة الماء 1000 كيلو غرام/متر مكعب ضرب حجم الطوف 17.5 متر مكعب ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g أي 9.8 متر في الثانية ناقص كتلة الطوف M_{raft} أي 8750 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بفعل الجاذبية g أي 9.8 متر في الثانية ناقص كتلة حمولة الطوف M_{load} (مجهول المسألة) ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g تساوي الصفر.

ننفذ العمليات الرقمية المعلقة القابلة للتنفيذ:

قوة الطوف الدافعة $F_B\uparrow$:

$$1000 \times 17.5 \times 9.8 = 171500$$

قوة الطوف الدافعة $F_B\uparrow$ تساوي 171500 نيوتن.

كتلة الطوف 8750 ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية 9.8 تساوي 85750.

$$8750 \times 9.8 = 85750$$

$$171500 - 85750 = 85750$$

فتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

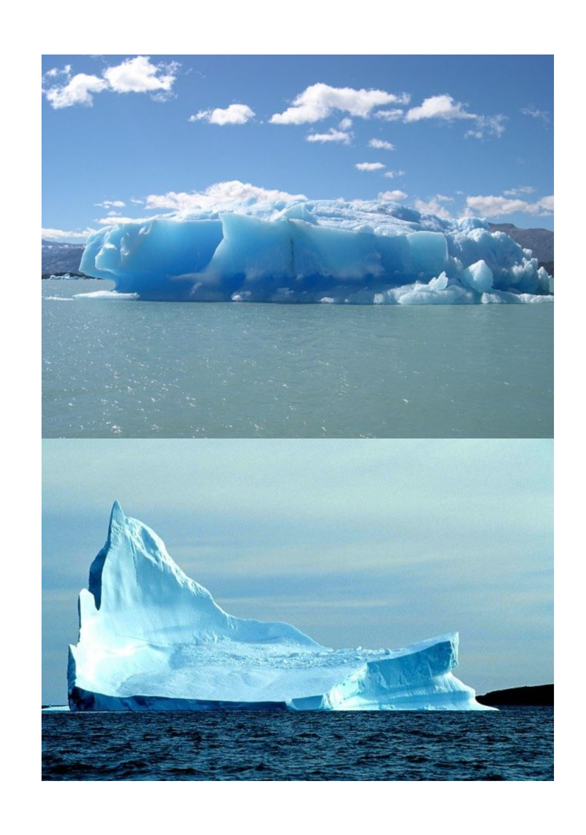
$$85750 - M_{load}(9.8) = 0$$

$$85750 - M_{load} \times (9.8) = 0$$

كما ترن فقد أصبحت لدينا عملية طرح قيمتين متساويتين لأن ناتج طرحهما من بعضهما البعض يساوي الصفر ، و كما ترون فإن الطرف الثاني $M_{load}(9.8)$ يتضمن عملية ضرب يجب أن يكون ناتجها مساوياً للطرف الأول أي 85750 و لمعرفة مجهول المعادلة أي حمولة الطوف فإننا نقسم 85750 على 9.8 :

$$85750 \div 9.8 = 8750$$

أي أن الحمولة القصوى لهذا الطوف هي 8750 كيلو غرام.



مسألة الجبل الجليدي Iceberg

تبلغ كثافة الجليد 917 كيلو غرام في المتر المكعب الواحد بينما تبلغ كثافة المياه المالحة 1025 كيلو غرام في المتر المكعب.

ما هي النسبة من أي جبلٍ جليدي عائم في مياه البحار و المحيطات التي يجب أن تبقى تحت سطح الماء؟

$\Sigma F=ma=m(0)=0$

$\Sigma F=ma=m\times 0=0$

محصلة القوى ΣF أو مجموع القوى تساوي الكتلةm ضرب التسارع الخطي a.

و بما أن التسارع الخطيa يساوي الصفر فإن مجموع القوىΣF يساوي كذلك صفر لأن مجموع القوى يساوي الكتلة mضرب صفر و هذا يعطي صفر لأن التسارع الخطي a يساوي الصفر كون الجبل الجليدي العائم ثابتٌ في مكانه.
كتلة الجبل الجليدي M_{ice} قوةٌ تضغط نحو الأسفل ↓ أي أنها قوةٌ سلبية $-M_{ice}$.
قوة الجبل الجليدي تساوي كتلة الجبل (قيمة سلبية) $-M_{ice}$ ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية.
قوة الطفو F_B قوةٌ إيجابية لأن اتجاهها نحو الأعلى ↑ كونها تدفع بالجبل الجليدي العائم نحو الأعلى و هذه القوة هي القوة التي تجعل الأجسام تطفو .

إن علاقة جمع القوى ΣF المؤثرة مع بعضها البعض قد تحولت من علاقة جمع قوى إلى علاقة طرح القوى المؤثرة من بعضها البعض.
لماذا؟
لأن قوة الجبل الجليدي هي قوةٍ سلبية تضغط نحو الأسفل ↓ و بذلك فإن علاقة جمع القوى ΣF المؤثرة تصبح على الصورة التالية:

$$\Sigma F=F_B-M_{ice}\ g=0$$

$$\Sigma F=F_B-M_{ice}\times g=0$$

لأن الجبل في حالة طفو و توازنٍ بين القوتين السلبية و الإيجابية :
قوة المياه المالحة (قوة الطفو) F_B اتجاهها موجب لأن اتجاهها علوي و هي القوة التي تتسبب في عوم الأجسام بينما قوة الجبل الجليدي ذات اتجاهٍ سفلي سلبي و قوة الجبل هذه هي ناتج ضرب كتلة الجبل الجليدي M_{ice} بتسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g و هو يساوي 9.8 متر في الثانية.

في الفيزياء غالباً ما نضرب الكتلةm بتسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضيةg .

قوة الجبل الجليدي تساوي كتلة الجبل الجليدي M_{ice} و اتجاهها سفلي ↓ لأنها قوةٌ سلبية ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية ، و بذلك تتحول عملية جمع هاتين القوتين إلى عملية طرح لأن كتلة الجبل الجليدي قوةٌ سلبية سفلية الاتجاه ↓:
مجموع القوى المؤثرة:

$$M_{salt\ water}\ g-M_{ice}\ g=0$$

$$M_{salt\ water}\times g-M_{ice}\times g=0$$

كتلة المياه المالحة $M_{salt\ water}$ ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g ناقص كتلة الجبل الجليدي M_{ice} ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية g يساوي الصفر.



إذا تأملنا المعادلة السابقة نجد بأنها معادلةٌ صفرية نتيجتها الصفر كما أنها تتضمن عملية طرح و تحوي عنصراً مكرراً هو العنصر g الذي يمثل تسارع السقوط بتأثير الجاذبية أي أن بإمكاننا أن نحذف هذا العنصر المكرر و بذلك تصبح معادلتنا السابقة على الصورة التالية :

$M_{salt\ water} - M_{ice} = 0$
كتلة المياه المالحة $M_{salt\ water}$ناقص كتلة الجليدM_{ice} تساوي الصفر.
أي أن كتلة المياه المالحة $M_{salt\ water}$تساوي كتلة الجليد M_{ice}
و إلا لما كانت نتيجة طرحهما من بعضهما البعض تساوي الصفر.
أي أن كتلة المياه المالحة تساوي كتلة الجليد .

و ما هي الكتلة ؟
إن الكتلة تساوي الكثافة ضرب الحجم .
إذاً و بما أن كتلة المياه المالحة تساوي كتلة الجليد و بما أن الكتلة تساوي الكثافة ضرب الحجم فإن ذلك يعني بأن كثافة المياه المالحة $P_{salt\ water}$ ضرب حجم المياه المالحة $V_{salt\ water}$ يساوي كثافة الجليدP_{ice} ضرب حجم الجليد V_{ice}:

$P_{salt\ water}\ V_{salt\ water} = P_{ice}\ V_{ice}$

$P_{salt\ water} \times V_{salt\ water} = P_{ice} \times V_{ice}$

P ليس رمزاً اعتيادياً للكثافة ذلك أن الرمز الاعتيادي للكثافة هو الحرف d غير أن هنالك قلة قليلة من المراجع تستخدم الرمز P للدلالة على الكثافة.

و نعود إلى معادلتنا السابقة :
إن كثافة المياه المالحة ضرب حجم المياه المالحة $V_{saltwater}$ تساوي كثافة الجليد ضرب حجم الجليد أي أن حجم المياه المالحة $V_{saltwater}$ على حجم الجليد V_{ice} يساوي كثافة الجليد P_{ice} على كثافة المياه المالحة $P_{saltwater}$.

$V_{saltwater}/V_{ice} = P_{ice}/P_{saltwater}$

و كما تعلمون فإن كثافة الجليد تساوي 917 كيلو غرام في المتر المكعب و أن كثافة المياه المالحة تساوي 1025 في المتر المكعب أي أن :

$917 \div 1025 = 0.89$

و هذا الفرق بين الكثافتين يعني بأن 89% من الجبل الجليدي يجب أن يبقى تحت سطح الماء و يعني بأنه لا يجب أن يطفو إلا 11% من الجبل الجليدي لأن 11% تمثل القرق في الكثافة ما بين الماء المالح و الجليد و هي النسبة التي سوف تطفو من الجبل الجليدي فوق سطح الماء.



كيف فعلنا ذلك ؟

إن كثافة المياه المالحة A ضرب حجم المياه المالحة B تساوي كثافة الجليد C ضرب حجم الجليد D أي أن:

حجم المياه المالحةB على حجم الجليد D $\frac{B}{D}$ تساوي كثافة الجليدC على كثافة المياه A $\frac{C}{A}$

A×B=C×D→

$$\frac{B}{D}=\frac{C}{A}$$

نفترض بأن :

B=10

A=8

D=2

C=40

8×10=2×40

80=80

الآن :

$$\frac{10}{2}=\frac{40}{8}$$

$$\frac{10}{2}=5$$

$$\frac{40}{8}=5$$

5=5

إذا كانت كثافة المادة الأولى ضرب حجم المادة الأولى تساوي كثافة المادة الثانية ضرب حجم المادة الثانية فإن كثافة المادة الأولى على كثافة المادة الثانية تساوي حجم المادة الأولى على حجم المادة الثانية.

إن الأجسام التي ُتغمر في الماء و بسبب قوة الطفو التي تدفع بتلك الأجسام نحو الأعلى ↑ فإنها أي تلك الأجسام قد تبدوا أقل وزناً من وزنها في الهواء الطلق بمعنى أننا إذا غمرنا جسماً وزنه 5000 كيلو غرام في الماء و تم وزنه تحت الماء فإن الميزان سيشير إلى قراءةٍ أقل فقد يبدو وزنه مثلاً 4500 كيلو غرام و ذلك بسبب قوة الطفو التي تدفع الجسم في الماء نحو الأعلى فيبدو بذلك أدنى وزناً.

عند حل المسائل الفيزيائية و الرياضية علينا أن نتذكر دائماً قصة الشخص الذي أراد الحصول على حليب فذهب إلى البقرة فوجدها عطشى و طلبت منه ماً لتشرب فذهب لعند الحداد حتى يحصل على سطلٍ ليملأ به ماءً للبقر طلب منه الحداد شيئاً آخر و هكذا ، فنحن نقول مثلاً بأن الكثافة تساوي الكتلة/الحجم و إذا كانت الكتلة مجهولة فنقول بأن الكتلة تساوي الكثافة ضرب الحجم و نحاول حسابها بهذه الطريقة و إذا كان الحجم مجهولاً فنقول بأن الحجم يساوي الكتلة/الكثافة و نحاول حسبته بتلك الطريقة و لكن علينا أن لا ننسى عندما ندخل في مثل هذه المتاهات الغاية الرئيسية و الطلب الرئيسي .

شيءٌ آخر –عندما نحسب كثافة جسمٍ ما مغمورٍ بالماء علينا أن لا نسهو فنحسب كثافة الماء بدلاً من حساب كثاقة ذلك الجسم.

عند حساب كثافة جسمٍ ما فمنذ البدايات الأولى يجب أن تكون كتلة الجسم عبارةً عن رقمٍ عشري و إلا فإن الكثافة التي سوف نحصل عليها عند تقسيم الكتلة على الحجم قد لا تكون كثافةً منطقيةً .
تذكر دائماً بأن كثافة الماء العذب تبلغ 1000 كيلو غرام في المتر المكعب بينما تبلغ كثافة الماء المالح 1025 كيلو غرام في المتر المكعب.

---

gauge [geɪdʒ]

مسألة :

خزان ماء يبلغ ارتفاعه 3 أمتار –سطحه العلوي غير مغلق و معرضٌ للهواء –صنعنا ثقباً في أسفل إحدى جهاته قريباً من قعره .
المطلوب:
ما هي سرعة الماء الذي يخرج من فتحة الخزان.
كم يبلغ ضغط الماء في قعر الخزان عند أدنى نقطة في الخزان (تحت الثقب الذي صنعناه)؟

ملاحظة :
دائماً عندما لا نكون متأكدين من الطريقة التي يتوجب علينا استخدامها في حل مسألةٍ ما فإننا نستخدم حساب الطاقة .

$W_{nc}=E_F-E_i$

العمل W_{nc} يساوي الطاقة النهائية E_F ناقص الطاقة الابتدائية E_i و هي تساوي بدورها:

$(\frac{1}{2}mV^2{}_f+mgh_f)-(\frac{1}{2}mV^2{}_i+mgh_i)$

$\frac{1}{2}$ضرب الكتلةm ضرب مربع السرعة النهائية V^2_f زائد الكتلةm ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية ضرب الارتفاع النهائي h_f ناقص $\frac{1}{2}$ ضرب الكتلةm ضرب مربع السرعة الابتدائيةV^2_i زائد الكتلة mضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية g ضرب الارتفاع الابتدائيh_i.

الطاقة النهائية E_F تساوي نصف $\frac{1}{2}$ضرب الكتلة mضرب مربع السرعة النهائية V^2_fزائد الكتلة mضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية gوضرب الارتفاع النهائيh_f.
الطاقة الابتدائية E_i تساوي$\frac{1}{2}$ ضرب الكتلةm ضرب مربع السرعة الابتدائيةV^2_i زائد الكتلة mضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية gوضرب الارتفاع الابتدائيh_i.

بما أن العمل W_{nc} يساوي الضغطP ضرب المساحة A ضرب المسافةd .

$W_{nc}=(PA)d$

و بما أن المساحة ضرب المسافة تساوي الحجم :

$A\times D=V$

$Area\times Distance=Volume$

المساحة ضرب المسافة(الارتفاع) =الحجم

فإن ذلك يعني بأن العمل يساوي الضغط ضرب الحجم :

$W_{nc}=PV$

$W_{nc}=pressure\times Volume$

العمل W_{nc} يساوي الطاقة النهائية E_F ناقص الطاقة الابتدائية E_i و هي تساوي بدورها:

$W_{nc}=E_F-E_i$

$W_{nc}=(\frac{1}{2}mV^2_f+mgh_f)-(\frac{1}{2}mV^2_i+mgh_i)$

ببساطة شديدة لأن الطاقة النهائيةE_F تساوي نصف $\frac{1}{2}$ضرب الكتلة mضرب مربع السرعة النهائية V^2_fزائد الكتلة mضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية gوضرب الارتفاع النهائي h_f.
و لأن الطاقة الابتدائية E_i تساوي نصف$\frac{1}{2}$ ضرب الكتلةm ضرب مربع السرعة الابتدائية V^2_iزائد الكتلة mضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية gوضرب الارتفاع الابتدائيh_i.

الآن نستبدل في المعادلة السابقة الكتلةm بالكثافةρ و نستبدل العملW_{nc} بالضغط P لتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$P=(\frac{1}{2}\rho V^2_f+\rho gh_f)-(\frac{1}{2}\rho V^2_i+\rho gh_i)$

الضغط P يساوي $\frac{1}{2}$ ضرب الكثافةρ ضرب مربع السرعة النهائيةV^2_f زائد الكثافةρ ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية gوضرب الارتفاع النهائي h_fناقص $\frac{1}{2}$ضرب الكثافة ρ ضرب مربع السرعة الابتدائية V^2_iزائد الكثافة ρضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية gوضرب الارتفاع الابتدائيh_i.

لا تخلط ما بين رمز الضغط P و رمز الكثافة ρ.



$$P=(\frac{1}{2}\rho V^2_f+\rho g h_f)-(\frac{1}{2}\rho V^2_i+\rho g h_i)$$

المعادلة السابقة تمثل صيغةً ثابتة سنستخدمها كثيراً في حل مسائل السوائل .

نتذكر مسألتنا السابقة:
خزان ماء يبلغ ارتفاعه 3 أمتار –سطحه العلوي غير مغلق و معرضٌ للهواء –صنعنا ثقباً في أسفل إحدى جهاته قريباً من قعره .
المطلوب:
ما هي سرعة الماء الذي يخرج من فتحة الخزان.
كم يبلغ ضغط الماء في قعر الخزان عند أدنى نقطة في الخزان (تحت الثقب الذي صنعناه)؟

لحل المسألة السابقة نستخدم الصيغة الثابتة التالية:

$$P_{up}+(\frac{1}{2}\rho V^2_{up}+\rho g h_{up})=P_{down}+(\frac{1}{2}\rho V^2_{down}+\rho g h_{down})$$

الضغط العلويP_{up} زائد $\frac{1}{2}$ ضرب الكثافةρ ضرب مربع السرعة العلويةV^2_{up} زائد الكثافةρ ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضيةg وضرب الأرتفاع العلويh_{up} تساوي الضغط السفلي P_{down} زائد $\frac{1}{2}$ ضرب الكثافةρ ضرب مربع السرعة السفليةV^2_{down} زائد الكثافةρ ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضيةg وضرب الارتفاع السفلي h_{down}
الضغط العلوي =ضغط سطح الخزان المعرض للهواء.
الضغط السفلي=الضغط في أسفل الخزان.
الارتفاع العلوي= ارتفاع أعلى نقطة في الخزان أي 3 أمتار.
الارتفاع السفلي=ارتفاع أدنى نقطة في الخزان أي صفر.
بما أن كلاً من سطح الخزان و فتحته السفلية الجانبية معرضان للهواء فإن ذلك يعني بأن الضغط الواقع عليهما واحد، أي أن الضغط الواقع على سطح الخزان P_{up} يساوي الضغط الواقع على أسفلهP_{down} :

$$P_{up}=P_{down}$$

الآن بما أن الضغط في أعلى الخزان P_{up} مساوِي للضغط في أسفل الخزانP_{down} (عند الفتحة التي يخرج منها الماء) فإن ذلك يعني بأنهما قيمتين متساويتين ، و هذا يعني بأن بإمكاننا أن نقوم بحذفهما من المعادلة:

$$P_{up}+(\frac{1}{2}\rho V^2_{up}+\rho g h_{up})=P_{down}+(\frac{1}{2}\rho V^2_{down}+\rho g h_{down})$$

نقوم بحذف كلاً من الضغط في أعلى الخزان P_{up} و الضغط في أسفل الخزانP_{down} فتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$$(\frac{1}{2}\rho V^2{}_{up}+\rho gh_{up})= (\frac{1}{2}\rho V^2{}_{down}+\rho gh_{down})$$



قاعدة رياضية وفيزيائية هامة
يمكننا أن نحذف أي عنصرٍ مكرر في معادلة صفرية أي أن بإمكاننا أن نحذف أي عنصرٍ يتكرر في معادلة نتيجتها تساوي الصفر.
يمكننا أن نحذف أي عنصر يتكرر في قيمتين أو معادلتين متساويتين تفصل بينهما شارة مساواة.
لا يقتصر الحذف على الرموز المتماثلة و إنما فإن الحذف يشمل كذلك الرموز المختلفة التي تكون قيمها متماثلة و مثال ذلك ما ورد في مسألتنا السابقة حيث أن لدينا رمزين مختلفين و هما P_{up} أي الضغط الجوي الواقع على سطح الخزان و P_{down} أي الضغط الجوي في أسفل الخزان ذلك اننا كنا نعلم بأن هذين الرمزين يمثلان قيمتين متساويتين أو قيمة واحدة و لذلك فقد أصبح بإمكاننا أن نحذفهما سوياً من المعادلة بالرغم من أنهما رمزين مختلفين.

$$P_{up}+(\frac{1}{2}\rho V^2{}_{up}+\rho gh_{up})=P_{down}+ (\frac{1}{2}\rho V^2{}_{down}+\rho gh_{down})$$

$$(\frac{1}{2}\rho V^2{}_{up}+\rho gh_{up})= (\frac{1}{2}\rho V^2{}_{down}+\rho gh_{down})$$

نعوض الرموز بالقيم الرقمية المتوفرة لدينا :
P=كثافة الماء أي 1000 كيلو غرام/المتر المكعب.
$V^2{}_{up}$ = مربع سرعة تدفق الماء في أعلى الخزان و هي تساوي الصفر لأن الماء ساكن عند سطح الخزان لا يتحرك.
g تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية ، و هو يساوي 9.8 متر في الثانية.
h_{up} الارتفاع العلوي أي ارتفاع أعلى نقطة في الخزان و هي تساوي 3 أمتار.
$V^2{}_{down}$ مربع السرعة السفلية أي مربع سرعة الماء في أسفل الخزان عند الفتحة أي سرعة تدفق الماء من الفتحة السفلية الجانبية (مجهول المسألة) .
h_{down} الارتفاع السفلي أي ارتفاع أدنى نقطة في الخزان و هي تساوي الصفر .
فتصبح معادلتنا السابقة :

$$(\frac{1}{2}\rho V^2{}_{up}+\rho gh_{up})= (\frac{1}{2}\rho V^2{}_{down}+\rho gh_{down})$$

على الصورة التالية:

$\frac{1}{2}(1000)(0)+(1000)(9.8)(3.0)= \frac{1}{2}(1000)\ (V^2_{down})+(1000)(9.8)(0)$

$\frac{1}{2}$ ضرب كثافة المياه أي 1000 كيلو غرام/متر المكعب ضرب مربع سرعة المياه في أعلى الخزان (V^2_{up}) و هي تساوي الصفر لأن الماء ساكنٌ لا يتحرك في أعلى الخزان زائد كثافة المياه أي 1000 ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g و هو يساوي 9.8 متر في الثانية ضرب ارتفاع الخزان (3.0) متر أي ثلاثة أمتار تساوي $\frac{1}{2}$ ضرب كثافة الماء أي 1000 ضرب مربع سرعة المياه في أدنى الخزان V^2_{down} زائد كثافة المياه 1000 ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية أي 9.8 متر في الثانية ضرب ارتفاع أدنى نقطة في الخزان أي صفر.

ننفذ العمليات الرقمية المعلقة القابلة للتنفيذ:

$\frac{1}{2}(1000)(0)=500\times0=0$

$\frac{1}{2}\times1000=500$

عملية الضرب بالكسر $\frac{1}{2}$ تكافئ القسمة على 2 .

اعتبرنا بأن مربع سرعة الماء (V^2_{up}) في أعلى الخزان مساوٍ للصفر لأن الماء ساكنٌ في أعلى الخزان و بما أن كل ما نضربه بصفر يعطي صفر فإن 500 ضرب صفر تعطي صفر،و بذلك نكون قد تخلصنا من الجزء الأول من المعادلة بأسره.

$(1000)(9.8)(3.0)= 1000\times9.8\times3.0=2940$

نتيجة العمليات في الجزء الثاني من المعادلة.

$\frac{1}{2}(1000)\ (V^2_{down})= 500\times V^2_{down}$

500 ضرب مربع سرعة تدفق الماء من الثقب الموجود عند أسفل إحدى جهات الخزان(مجهول) V^2_{down} .

$(1000)(9.8)(0)= 1000\times9.8\times0=0$

و بذلك تصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$2940=500\times V^2_{down}$

أصبحت لدينا عملية ضرب تحوي عنصراً مجهولاً هو مربع سرعة المياه عند الثقب الموجود في أدنى الخزان V^2_{down} .

لمعرفة قيمة الطرف المجهول في عملية الضرب فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب أي أننا نقسم الناتج أي 29400 على 500 :

$29400/500=58.8$

أي ان مربع سرعة تدفق الماء من الثقب السفلي للخزان يساوي 58.8 .

الان نجري عمليةً معاكسة لعملية التربيع (الرفع للقوة الثانية) أي أننا نجد الجذر التربيعي للرقم 58.8 :

$\sqrt{58.8}=7.7m/s$

أي ان سرعة تدفق الماء من الثقب السفلي للخزان تبلغ 7.7 متر في الثانية.

و هو المطلوب الأول في المسألة.

المطلوب الثاني حساب الضغط في قاع الخزان:

إذا وضعنا في الهواء الطلق أو في أي مكانٍ اعتيادي مقياس الضغط الزائد عن الضغط الجوي Gauge pressure فإنه أي المقياس سيشير إلى الصفر بالرغم من أن هنالك العديد من كيلوغرامات الهواء التي

تضغط على المقياس لأن مقياس الضغط الزائد عن الضغط الجوي لا يقيس إلا الضغط الزائد عن الضغط الجوي atmospheric pressure.

حساب الضغط الزائد عن الضغط الجوي في قاع الخزان:

لحساب الضغط الزائد عن الضغط الجوي في قاع الخزان فإننا ستخدم الصيغة السابقة مع تعديل المسميات :

$$P_{up}+(\frac{1}{2}\rho V^2_{up}+\rho g h_{up})=P_{down}+(\frac{1}{2}\rho V^2_{down}+\rho g h_{down})$$

الضغط الجوي في أعلى الخزان عند السطح المعرض للهواء P_{up}(مجهول؟) زائد $\frac{1}{2}$ ضرب كثافة الماء العذب ρ أي 1000 كيلو غرام في المتر المكعب ضرب مربع سرعة الماء عند سطح الخزان V^2_{up} و هي تساوي الصفر لأن الماء ساكنٌ لا يتحرك في أعلى الخزان زائد كثافة الماء العذب ρ و هي بالطبع 1000 ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g و هي تساوي 9.8 متر في الثانية ضرب الأرتفاع الأقصى h_{up} أي ارتفاع أعلى نقطة في الخزان و هي تساوي 3.0 أي ثلاثة أمتار و هذا كله يساوي الضغط السفلي P_{down} أي الضغط في قاع الخزان (مجهول؟) زائد $\frac{1}{2}$ ضرب كثافة المياه أي 1000 كيلو غرام في المتر المكعب ضرب مربع السرعة السفلية V^2_{down} أي سرعة الماء في قاع الخزان (و ليس عند الثقب الذي تتدفق منه المياه) و هي تساوي الصفر لأن الماء لا تتحرك في عمق الخزان زائد كثافة الماء العذب ρ أي 1000 ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية g أي 9.8 متر في الثانية ضرب الارتفاع السفلي h_{down} أي ارتفاع أدنى نقطةً في الخزان و بالطبع فإن ارتفاع أدنى نقطة في الخزان يساوي الصفر لأنه يقع عند مستوى الأرض.

نستبدل الرموز بالأرقام المتوفرة لدينا فتصبح معادلتنا السابقة:

$$P_{up}+(\frac{1}{2}\rho V^2_{up}+\rho g h_{up})=P_{down}+(\frac{1}{2}\rho V^2_{down}+\rho g h_{down})$$

على الصورة التالية:

$$P_{up}+\frac{1}{2}(1000)(0)+(1000)(9.8)(0)=P_{down}+\frac{1}{2}(1000)(0)+(1000)(9.8)(0)$$

ننفذ العمليات الرقمية المعلقة القابلة للتنفيذ:

الحدين الأوليين $P_{up}+\frac{1}{2}(1000)(0)$

$$P_{up}+\frac{1}{2}\times 1000\times 0= P_{up}+0= P_{up}$$

الحد الثالث $(1000)(9.8)(3)$

$$1000\times 9.8\times 3=29400$$

الحدين التاليين $P_{down}+\frac{1}{2}(1000)(0)$

$$P_{down}+\frac{1}{2}\times 1000\times 0= P_{down}+0= P_{down}$$

الحد الأخير $(1000)(9.8)(0)$

$$1000\times 9.8\times 0=0$$

و بذلك تصبح معادلتنا على الصورة النهائية التالية :

$$P_{down}=P_{up}+29400\ Pa$$

الضغط في عمق الخزان P_{dow} يساوي الضغط عند سطح الخزان P_{up} زائد 29400 و هو المطلوب.

مسألة في تمديدات المياه :
أنبوبٌ يصل الماء من الشارع إلى الطابق الثاني على ارتفاع 8 أمتار -قطر الأنبوب في الطابق الثاني يبلغ ربع قطر الأنبوب الرئيسي الموجود في الشارع .
إذا كنا نريد للمياه أن تخرج من الصنبور بسرعة 16.00 متر في الثانية (16 متر في الثانية) ما هو الضغط الأعلى من مستوى الضغط الجوي gauge pressure اللازم لتحقيق هذا الأمرإن لم يكن هنالك مخرجٌ آخر للماء.

لحل هذه المسألة نستخدم الصيغة الثابتة الأساسية:

$$P_{up}+(\frac{1}{2}\rho V^2_{up}+\rho gh_{up})=P_{down}+(\frac{1}{2}\rho V^2_{down}+\rho gh_{down})$$

ضغط الماء في الأعلى P_{up} أي ضغط الماء في الطابق الثاني زائد $\frac{1}{2}$ضرب كثافة الماء ρضرب مربع سرعة الماء في الأعلى(سرعة الماء في الطابق الثاني) 16^2 متر في الثانية V^2_{up}زائد كثافة الماء ρ 1000 كيلو غرام/المتر المكعب ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g أي 9.8 متر ضرب الارتفاع الأقصى h_{up} أي أعلى ارتفاع و هو 8 متر أي ارتفاع الطابق الثاني و هذه كلها تساوي الضغط السفلي P_{down} أي ضغط الماء في الشارع (مجهول المسألة؟) زائد $\frac{1}{2}$ ضرب كثافة الماء ρ أي 1000 ضرب مربع سرعة السائل السفلي V^2_{down}أي سرعة الماء في الشارع زائد كثافة الماء ρ أي 1000 ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية gأي 9.8 متر في الثانية ضرب الارتفاع الأدنى h_{down} أي ارتفاع الشارع طبعاً ارتفاع الطريق يساوي الصفر فتصبح لدينا المعادلة التالية:

$$P_{up}+\frac{1}{2}(1000)(16.00)^2+(1000)(9.8)(8.00)=P_{down}+\frac{1}{2}(1000)V^2_{down}+(1000)(9.8)(0)$$

ننفذ العمليات القابلة للتنفيذ:

$$P_{up}+\frac{1}{2}(1000)(16.00)^2=P_{up}+\frac{1}{2}\times1000\times16^2=P_{up}+128000$$

$$(1000)(9.8)(8.00)=1000\times9.8\times8=78400$$

$$P_{down}+\frac{1}{2}(1000)V^2_{down}=P_{down}+\frac{1}{2}\times1000\times V^2_{down}=P_{down}+500\times V^2_{down}$$

$$(1000)(9.8)(0)=1000\times9.8\times0=0$$

$$P_{up}+128000=P_{down}+500\times V^2_{down}+0$$



هل هنالك علاقةٌ ما بين قطر الأنبوب أو قطر مجرى السائل و بين سرعة ذلك السائل؟
إذا كان لدينا مجرى مياه أو أنبوب قطره مترٌ واحد ثم اتسع ذلك المجرى أو ذلك الأنبوب ليصبح قطره أربعة أمتار فإن ذلك يعني بأن سرعة الماء قد تباطأت بمعدل الربع فإذا كانت سرعة الماء في المجرى الضيق 4

متر في الثانية فإن ذلك يعني بأن سرعة الماء في القناة أو الأنبوب الذي قطره 4 أمتار قد أصبحت متراً واحداً في الثانية العكس صحيح فإذا كان لدينا أنبوبٌ أو مجرى مياه قطره أربعة أمتار و كانت سرعة جريان الماء أو أي سائل فيها متر واحد في الثانية ثم تضيق ذلك الأنبوب أو تلك القناة ليصبح قطره متراً واحداً فإن ذلك يعني بأن سرعة جريان السائل أو الماء في ذلك الأنبوب قد تضاعفت أربع مرات لتصبح سرعتها أربعة أمتار في الثانية الواحدة.
و إذا كان لدينا أنبوبٌ أو مجرى مائي قطره أو اتساعه 3 أمتار مثلاً ثم تضيق ذلك المجرى ليصبح قطره أو اتساعه متراً واحداً فإن ذلك يعني بأن سرعة تدفق المياه قد ازدادت بمعدل ثلاث مرات فإذا كانت سرعة الماء متراً واحداً قي الثانية مثلاً فإنها تصبح 3 أمتار في الثانية .
و خلاصة القول أن هنالك علاقة تناسبٍ عكسي ما بين اتساع مجرى السائل و سرعة تدفق ذلك السائل : كلما اتسع المجرى انخفضت سرعة جريان السائل فيه و العكس صحيح إذ أنه كلما تضيق المجرى ازدادت سرعة جريان السائل فيه .

تدعى المعادلة السابقة بمعادلة الاستمرارية equation of continuity و هي تنطبق فقط على السوائل الغير قابلة للضغط incompressible fluids و لكنها لا تنطبق على السوائل القابلة للضغط كالهواء مثلاً.compressible fluids

و الآن نعود إلى مسألتنا السابقة :

إذا كان قطر الصنبور أو الأنبوب في الطابق الثاني يبلغ ربع قطر الأنبوب الرئيسي في الشارع و إذا كانت سرعة الماء فيه تبلغ أو أننا نريدها أن تبلغ 16 متر في الثانية فكم يجب أن تكون سرعة الماء في الأنبوب السفلي الموجود في الشارع؟
بما أن الاختلاف ما بين الصنبور (الحنفية) أو الأنبوب الموجود في الطابق الثاني و بين قطر الأنبوب الرئيس في الشارع أربعة أمثال فإذا كانت سرعة الماء في الطابق الثاني الذي يبلغ قطر الأنبوب أو صنبور الماء فيه ربع قطر الأنبوب الرئيسي 16 متر في الثانية فإن سرعة الماء في الأنبوب السفلي الذي يبلغ قطره أربعة أمثال قطر الأنبوب العلوي يجب أن تكون:

$16 \div 4 = 4$

أي أن سرعة جريان الماء في الأنبوب السفلي 4 متر في الثانية.

و بذلك فإن معادلتنا السابقة :

$$P_{up}+128000=P_{down}+500\times V^2_{down}+0$$

و بعد أن عرفنا مربع سرعة جريان الماء في الأنبوب السفلي سوف تصبح على الصورة التالية:

$$P_{up}+128000=P_{down}+500\times(4)^2$$

مربع السرعة السفلية V^2_{down} أي مربع السرعة في الأنبوب الرئيسي الموجود في الشارع تبلغ $(4)^2$.





Prototype models shown. Changes will be made prior to production.









السر و الخدعة في دارات الهيدروليك

المهم في دارات الهيدروليك الطاقة و ليس القوة حيث تكون لدينا في دارات الهيدروليك بداية ضيقة و طويلة و نهاية عريضة و قصيرة و يتوجب في دارات الهيدروليك تحريك البداية الضيقة مسافةً طويلة بعزمٍ منخفض حتى تتحرك النهاية العريضة مسافة قصيرة جداً و لكن بعزمٍ كبير و تكمن الخدعة في دارات الهيدروليك في أن لدينا قيمتين اثنتين يتوجب علينا أن نضربهما ببعضهما البعض و هما القوة و المسافة.

القوة×المسافة

و يجب أن يكون ناتج ضرب القوة في المسافة في كلٍ من بداية دارة الهيدروليك و نهايتها واحدة ، و لكن الخدعة تكمن في أنه في بداية دارة الهيدروليك تكون القوة ذات قيمةٍ ضئيلة جداً (قوة الإنسان مثلاً) بينما تكون المسافة طويلة بينما يكون عكس ذلك في نهاية دارة الهيدروليك حيث تكون المسافة ضئيلةً جداً بينما تكون القوة كبيرةً جداً.

مثال (رافعة السيارة) :

يضغط الشخص مكبس الهيدروليك في رافعة السيارة مسافةً كبيرة نحو الأسفل حتى يتحرك مكبس رافعة الهيدروليك العريض مسافةً ضئيلةً جداً نحو الأعلى رافعاً السيارة مسافةً قصيرة جداً تكاد لا تذكر مع كل ضغطة .

إن القوة التي يطبقها الشخص على ذراع و مكبس الهيدروليك الابتدائي (الضيق الطويل) تكون بضعة مئات نيوتن ليحصل في المكبس النهائي العريض القصير على آلاف أو عشرات آلاف النيوتنات.

المهم في الأمر كله أن يكون ناتج ضرب القوة في المسافة بالنسبة لكلٍ من المكبس الابتدائية و المكبس النهائي في دارة الهيدروليك واحدة .

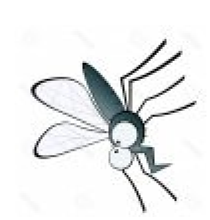
مثال:

بداية دارة الهيدروليك : طول المكبس 50 سنتمتر مثلاً بينما القوة المطبقة على المكبس تساوي 5نيوتن .

نهاية دارة الهيدروليك: طول المكبس 5 سنتمتر بينما القوة الناتجة في المكبس النهائي تساوي 50 نيوتن.

$50\times5=5\times50$

المسافة ضرب العزم =المسافة ضرب العزم.



إذا اختلط عليك الأمر بالنسبة لرقمٍ عشري ما كثير الأصفار اضربه بواحد .
مثال : لدينا الرقم العشري 0.900 لمعرفة قيمة هذا الرقم العشري فإننا نضربه بالعدد واحد :

$0.900\times1=0.9$

$0.900=0.9$

و للتأكد من أن الرقم 0.900 يساوي 0.9 فإننا نطرحهما من بعضهما البعض باستخدام الآلة الحاسبة :

$0.900-0.9=0$

بما أن ناتج عملية الطرح كان الصفر فذلك يعني بأن هذين الرقمين هما فعلاً متساويين .
و لكن عليك الانتباه إلى أن استخدام الرقم العشري 0.7 مثلاً بدلاً من رقمٍ عشريٍ آخر مكافئ كالرقم العشري 0.700 قد يؤدي إلى الحصول على نتائج خاطئة في مسائل الفيزياء.

إن لم تستطع قراءة رقمٍ عشري ما اضربه بالرقم عشرة –إذا تخلصت من الفاصلة بعد ضرب الرقم العشري بعشرة فذلك يعني بأن هذا الرقم العشري من عشرة .
مثال :

$0.9\times10=9$

أي أن هذا الرقم من عشرة أي 9 بالعشرة .
إن لم تستطع التخلص من الفاصلة بعد ضرب الرقم العشري بعشة فاضربه بمئة:

$0.09\times100=9$

أي أن الرقم 0.09 من مئة أي 9 بالمئة .
إن لم تستطع التخلص من الفاصلة العشرية فاضرب الرقم العشري بألف :

$0.009\times1000=9$

أي أن الرقم 0.009 من ألف أي أنه يساوي 9 بالألف و هكذا دواليك .

الحركة المتناسقة البسيطة Simple Harmonic Motion

معظم الحركات الاهتزازية المنتظمة كحركة الأرجوحة أو حركة البندول أو حركة ثقلٍ معلق بنابضٍ يتأرجح أو حركة قاربٍ يتمايل على سطح الماء جميع تلك الحركات و مايماثلها هي حركاتٌ متناسقة تتبع نمطًاً رياضياً واحداً يعطى بالمعادلة التالية:

$$\Delta X = A \cos (\omega t)$$

حيث

ΔX يمثل الإزاحة أي المسافة المقطوعة.

A =amplitude = مدى الحركة .

ω = التردد الزاوي أو التردد الدائري.

T الزمن .

Cos تجيب (كوساين)

بالنسبة لكتلة معلقة بنهاية نابض فإن التردد الزاوي أو التردد الدائري ω يساوي :

$$\omega = \sqrt{(g/L)}$$

التردد الزاوي أو التردد الدائري ω بالنسبة لكتلة معلقة في نهاية نابض يساوي الجذر التربيعي√ لتسارع السقوط g مقسوماً على طول النابضL .

في مثل هذه العلاقة نقسم تسارع السقوط بتأثير الجاذبية على طول النابض أولاً و بعد ذلك نجد الجذر التربيعي لناتج القسمة.

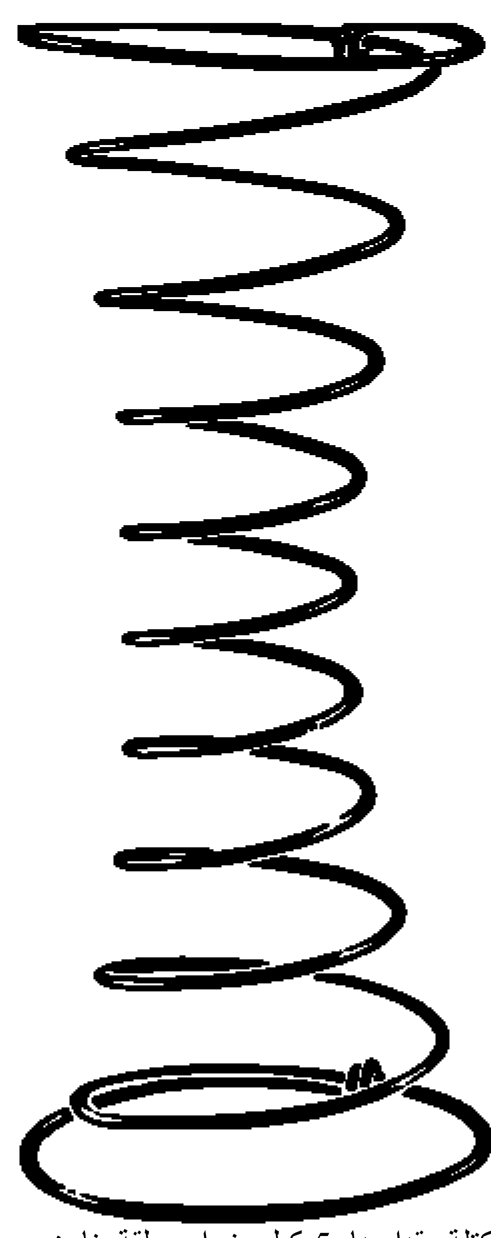
g تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية يساوي 9.8 متر في الثانية.

معادلة قوة النابض :

$$F = KX$$

حيث F قوة النابض و K هو ثابت النابض Spring constant :

مسألة :



كتلة مقدارها 5 كيلو غرام معلقة بنابض عمودي ثابته يساوي 3000 N/m نيوتن/متر –تم سحب النابض لمسافة 9 سنتمتر ثم تم تحريره و المطلوب:

احسب سرعة النابض القصوى.

احسب تسارع النابض الأقصى.

احسب المدة و معادلة الحركة .

ما هي المسافة التي يقطعها عندما يتحرك بنصف سرعته القصوى؟

نحسب طاقة النابض الكامنة :

$$PE=\frac{1}{2}KX^2$$

PE هي الطاقة الكامنة للنابض و هي تساوي $\frac{1}{2}$ ضرب ثابت النابض K ضرب مربع المساقة المقطوعة أو مربع الإزاحة X^2 .

بالطبع فإن ثابت النابضK في هذه المسألة يساوي 3000 N/m نيوتن في المتر أما الإزاحة أو المسافة المقطوعة X فإنها تساوي 9 سنتمتر فهل نقول :

$$PE=\frac{1}{2}(3000)(9)^2$$

$$PE=\frac{1}{2}\times3000\times9^2$$

إذا فعلنا ذلك فإننا نكون قد ارتكبنا خطأً كبيراً في هذه المسألة و في كل مسألة.لماذا؟
لأن ثابت النابضK قد أعطي هنا بوحدة النيوتن على المترN/m و ليس نيوتن على السنتيمتر بينما المسافة التي تم سحب النابض إليها هي 9 سنتمتر فإذا و ضعنا العدد 9 كما ورد في المسألة فإن القانون أو المعادلة عندما نقوم بتطبيقها ستحسب بأن 9 هي 9 أمتار و ليس 9 سنتمترات لأن ثابت النابض كان قد أعطي بوحدة المتر ، و لذلك يتوجب علينا أولاً أن نحول العدد 9 من سنتمتر إلى متر عن طريق تكسيره إلى رقمٍ عشري.
كيف نحول 9 سنتمتر إلى متر؟
المتر يساوي 100 سنتمتر أي أن 9 سنتمتر تساوي 9 بالمئة من المتر أي 0.09 ، أي ان معادلتنا ستصبح على الصورة التالية:

$$PE=\frac{1}{2}(3000)(0.09)^2=12.15$$

$$PE=\frac{1}{2}\times3000\times0.09^2=12.15$$

الطاقة الكامنة تساوي 12.15
لإجراء العمليات الرياضية في الآلة الحاسبة على الكسر $\frac{1}{2}$ فإننا نستبدله بالرقم العشري المكافئ 0.5 .

نحسب الطاقة عندما يصل النابض إلى أقصى سرعةٍ له:

$$KE=\frac{1}{2}mv^2$$

الطاقة الحركيةKE تساوي $\frac{1}{2}$ضرب الكتلةm ضرب مربع السرعةv^2 (مربع السرعة القصوى) V^2_{max}
نعتبر هنا بأن الطاقة الحركية تساوي الطاقة الكامنة ، و كنا قد حسبنا الطاقة الكامنة بأنها تساوي 12.15 .
الكتلةm المعلقة بالنابض تساوي 5 كيلو غرام.
مربع السرعة القصوىV^2_{max} مجهول(؟)
و بذلك تصبح معادلاتنا السابقة على الصورة التالية:

$$12.15=\frac{1}{2}(5)\ V^2_{max}$$

$$12.15=\frac{1}{2}\times(5)\times V^2_{max}$$

$$12.15=2.5\times(5)\times V^2_{max}$$

$$12.15=2.5\times V^2_{max}$$

أصبحت لدينا عملية ضرب تحوي عنصراً مجهولاً هو مربع السرعة القصوى V^2_{max} و لمعرفة قيمة الطرف المجهول نقسم ناتج القسمة 12.15 على الطرف المجهول $\frac{1}{2}(5)$ أي :

$$0.5\times5=2.5$$

$$12.15\div2.5=4.86\ m/s$$

4.86 هي مربع السرعة القصوى و ليست السرعة القصوى –لإيجاد السرعة القصوى نجري عمليةً معاكسة لعملية الرفع للقوة الثانية(التربيع) أي أننا نجد الجذر التربيعي للرقم 4.86:

$\sqrt{4.86}=2.20$ m/s

إذاً فإن السرعة القصوى تساوي 2.20 متر في الثانية.

عندما يتأرجح نابضٌ جيئةً و ذهاباً فإنه يصل إلى سرعته القصوى خلال المراحل التي لا يكون متمدداً فيها غير أن الطاقة الإجمالية لا تختلف.

القوة الأفقية الوحيدة العاملة هي فوة النابض KX .

التسارع الأقصى :

$F=ma$

$F=m\times a$

القوةF تساوي الكتلة m ضرب التسارع a

$KX_{max}=ma_{max}$

القوة أي ثابت النابضK ضرب الإزاحة القصوىX_{max} أي المسافة القصوى التي قطعها النابض تساوي الكتلةm ضرب التسارع الأقصىa_{max}.

ثابت النابض 3000 نيوتن/متر.

الإزاحة القصوى أي المسافة القصوى التي تم سحب النابض إليها هي 0.09 من المتر (و ليس 9 سنتمتر) لأن الإزاحة معطاةٌ بوحدة المتر.

الكتلة أي كتلة النابض تساوي 5 كيلو غرام.

و عليه فإن المعادلة السابقة :

$KX_{max}=ma_{max}$

تصبح على الصورة الرقمية التالية:

$(3000)(0.09)=(5)(a_{max})$

$3000\times0.09=5\times a_{max}$

أصبحت لدينا عملية ضرب تحوي نصف مجهول و هو الناتج $5\times a_{max}$.

ننفذ عملية الضرب المعلقة القابلة للتنفيذ :

$3000\times0.09=270$

لتصبح المعادلة السابقة على الصورة التالية:

$270=5\times a_{max}$

لمعرفة المجهول فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب أي أننا نجري عملية قسمة نقسم فيها ناتج عملية الضرب أي الرقم 270 على الطرف المعلوم أي العدد 5 :

$270\div5=54$

$270=5\times54$

أي أن المجهول a_{max} يساوي 54 متر في الثانية.

$a=54m/s^2$

أي أن التسارع الأقصى يساوي 54 متر في الثانية.

حساب المدة –الدورة period

أي كم يستغرق النابض حتى يكمل دورةً واحدة:

$\omega T=2\pi$

$\omega=\sqrt{(K/m)}$

التسارع الزاوي(التسارع الدوراني) ωيساوي الجذر التربيعي√ لثابت النابض K تقسيم الكتلةm أي كتلة النابض .

ثابت النابض 3000N/m نيوتن \المتر و كتلة النابض تبلغ 5 كيلو غرام .

بدايةً فإننا ننفذ العمليات الموجودة في خانة المطلوب الجذري (الراديكاند) أي أننا نقوم بتنفيذ العمليات الرياضية الموجودة تحت شارة الجذر√ و من ثم فإننا نجد الجذر التربيعي لناتج تلك العمليات :

$\omega=\sqrt{(3000/5)}$

$3000\div5=600$

$\sqrt{600}=24.5$

الجذر التربيعي للرقم 600 يساوي 24.5

أي أن التسارع الزاوي أو التسارع الدوراني ω للنابض يساوي 24.5 ، و كما علمنا سابقاً فإن :

$\omega T=2\pi$

و بما أن التسارع الزاويω قد أصبح معلوماً لدينا و هو 24.5 فإن المعادلة السابقة تصبح على الصورة التالية:

$24.5T=2\pi$

$24.5\times T=2\pi$

ننفذ العمليات الرياضية المعلقة القابلة للتنفيذ:

$2\pi=2\times\pi=6.3$

أي أن المعادلة السابقة تصبح على الصورة التالية:

$24.5T=6.3$

$24.5\times T=6.3$

أصبحت لدينا عملية ضرب تحوي طرفاً مجهولاً –لمعرفة المجهول فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب أي أننا نجري عملية قسمة حيث تقسم ناتج عملية الضرب أي 6.3 على الطرف المعلوم أي 24.5 :

$6.3\div24.5=0.26$

$T=0.26S$

أي أن الزمن يساوي 6.26 ثانية.

حساب الحركة أي الإزاحة (المسافة المقطوعة):

معادلة الحركة Equation of Motion

$\Delta X=A\cos(\omega t)$

الإزاحة أو المسافة المقطوعةΔX تساوي مدى الحركة A تجيب cos التسارع الزاوي أو التسارع الدائري ω ضرب الزمن t .

أكبر تجيب هو العدد واحد 1 و لذلك فإن قيمة A (مدى الحركة) يجب أن تكون القيمة الأكبر في المعادلة و لذلك فإن معادلتنا السابقة:

$\Delta X=A\cos(\omega t)$

تصبح على الصورة الرقمية التالية:

$\Delta X=(0.09)\cos(24.5\,t)$

حساب امتداد النابض عندما يصل إلى نصف سرعته القصوى :
لحساب مدى امتداد النابض عندما يتحرك بنصف سرعته القصوى فإننا نستخدم حساب الطاقة:
حساب الطاقة عندما تم سحب النابض في بداية المسألة:

$PE=\frac{1}{2}KX^2$

الطاقة الكامنة تساوي الكسر $\frac{1}{2}$ أي 0.5 ضرب ثابت النابض أي 3000 نيوتن في المتر ضرب مربع الإزاحة أي مربع المسافة التي تم سحب النابض إليها:

$\frac{1}{2}(3000)(0.09)^2=12.15$

عندما يتحرك النابض بنصف سرعته القصوى فإن الطاقة تساوي مجموع كلٍ من الطاقة الكامنة PE و الطاقة الحركية KE :

$\frac{1}{2}KX^2+\frac{1}{2}m(\frac{1}{2}V_{max})^2=\frac{1}{2}(3000)X^2+\frac{1}{2}(5)$

$\frac{1}{2}$ ضرب ثابت النابض K و هو يساوي 3000 نيوتن في المتر ضرب مربع الإزاحة أي مربع المسافة المقطوعة X^2 زائد $\frac{1}{2}$ ضرب الكتلة أي كتلة النابض و هي تساوي 5 كيلو غرام ضرب $\frac{1}{2}$ ضرب مربع السرعة القصوى $V_{max}{}^2$ و هي تساوي 2.20 m/s و هذه كلها تساوي $\frac{1}{2}$ ضرب ثابت النابض أي 3000 نيوتن في المتر ضرب مربع الإزاحة أي مربع المسافة المقطوعة X^2 زائد $\frac{1}{2}$ ضرب كتلة النابض أي 5 كيلو غرام.

$\frac{1}{2}(3000)X^2+\frac{1}{2}(5)(2.20/2)^2=12.15$

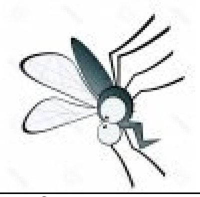
ننفذ العمليات الرياضية المعلقة :

$\frac{1}{2}(3000)=0.5\times3000=1500$

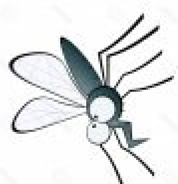
$\frac{1}{2}(5)(2.20/2)^2=0.5\times1.21=3$

و بذلك تصبح لدينا المعادلة التالية :

$1500\,X^2+3=12.15$ $1500\times(X)^2+3=12.15$



$1500\,X^2+3=12.15$ $1500\times(X)^2+3=12.15$



$1500\ X^2+3=12.15$

$1500 \times (X)^2 +3=12.15$

حالة :

كيف برأيكم يمكن لنا أن نكتشف قيمة مجهول المعادلة X المرفوع إلى القوة الثانية؟

نفترض بأن :

$1500=A$

$X^2=B^2$

$3=C$

$12.15=D$

إذا قمنا بتحويل المعادلة السابقة إلى رموز بسيطة فإنها سوف تصبح على الصورة التالية :

$AB^2+C=D$

$A\times B^2+C=D$

الآن نفترض بأن لكل رمزٍ من الرموز السابقة قيمةً معينة أياً تكن:

$A=2$

$B=3$

$C=4$

$D=22$

فتصبح معادلتنا السابقة على الصورة الرقمية التالية:

$2\times B^2+4=22$

لاكتشاف مجهول مثل هذه المعادلة فإننا نجري عملياتٍ معاكسة للعمليات الرياضية فيها و نحن لا نقوم فقط بعكس نوعية تلك العمليات و حسب و إنما فإننا نعكس ترتيب تلك العمليات الرياضية و لذلك فإننا نبدأ من آخر عملية فيها و هي عملية الجمع أي جمع العدد 4 فنجعلها عمليةً أولى ثم نعكسها فتصبح عملية طرح للعدد 4 .

و لكن مما أطرح العدد 4 ؟

إننا نطرحه من الناتج فنقول:

$22-4=18$

نعود إلى المعادلة السابقة فنجد بأن العملية الرياضية الأولى فيها هي عملية ضرب $2\times B^2$.

$2\times B^2+4=22$

نعكس ترتيب تلك العملية لتصبح العملية الثانية و الأخيرة بعد أن كانت العملية الأولى ،كما نعكس طبيعة تلك العملية لتصبح عملية قسمة بعد أن كانت عملية ضرب.

و لكن ماذا نقسم على ماذا؟

إننا سوف نقسم ناتج عملية الطرح السابقة أي الرقم 18 على العدد الذي بينه و بين مجهول المعادلة عملية ضرب أي العدد 2 فنقول:

$18\div2=9$

أي أن مجهول المعادلة B^2 يساوي 9 .

لمعرفة قيمة B الغير مرفوع للقوة الثانية نجري عمليةً معاكسة لعملية الرفع للقوة الثانية أي اننا نجد الجذر التربيعي للعدد 9 "

$\sqrt{9}=3$

أي ان قيمة B تساوي 3 .

$2\times B^2+4=22$

الأن نطبق الخطوات السابقة على معادلتنا الأصلية لمعرفة قيمة مجهولها:

$1500\ X^2+3=12.15$

$1500\times(X)^2+3=12.15$

نجري أولاً عمليةً معاكسة لآخر عملية رياضية في المعادلة.

دائماً نبدأ من آخر عملية فنجعلها عمليةً أولى، ولا نكتفي بعكس ترتيبها و إنما فإننا نعكس العملية بأسرها ، و كما ترون فإن آخر عملية في المعادلة كانت عملية جمع للعدد 3 و لذلك فإننا نعكسها لتصبح عملية طرح.

ماذا نطرح من ماذا؟

إننا نطرح العدد الذي وقعت عليه عملية الجمع أي العدد 3 من ناتج المعادلة السابقة فنقول:

$12.15-3=9.15$

الآن ننتقل إلى ثاني عملية في المعادلة و هي عملية ضرب $1500\times(X)^2$ فنعكسها لتصبح عملية قسمة.

و لكن ماذا نقسم على ماذا؟

إننا نقسم ناتج عملية الطرح السابقة أي الرقم العشري 9.15 على الرقم 1500 فنقول:

$9.15\div1500=0.0061$

إذاً فإن قيمة مجهول المعادلة المرفوع للقوة الثانية أي $(X)^2$ تساوي 0.0061 .

نتأكد من هذا الأمر:

$0.061\times1500=9.15$

نعيد جمع الرقم 9.15 مع العدد 3 الذي طرحناه في البداية :

$9.15+3=12.15$

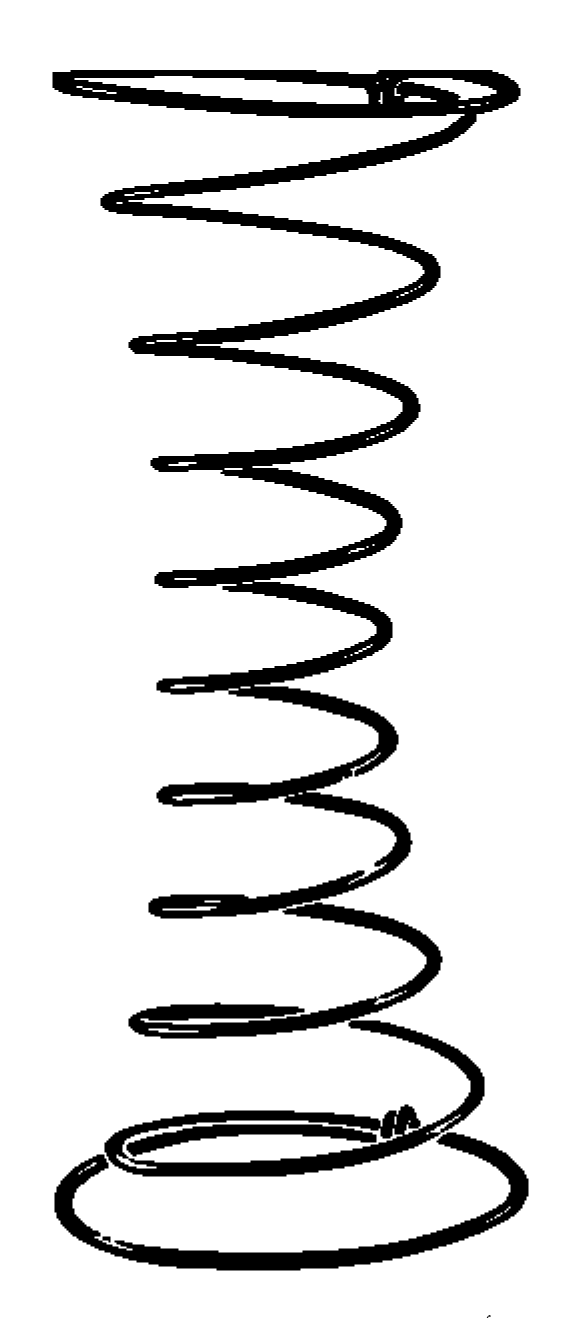
إذاً فإن العملية التي قمنا بها صحيحة.

لمعرفة قيمة X و ليس قيمة $(X)^2$ المرفوع للقوة الثانية نجري عمليةً معاكسة لعملية الرفع للقوة الثانية ، أي أننا نجد الجذر التربيعي للرقم العشري 0.0061.

$\sqrt{0.0061}=0.078102496759066543941297227357 59m$

$X=0.078102496759066543941297227357 59m$

و بذلك نكون قد توصلنا إلى قيمة مجهول المعادلة X مقاسةً بوحدة المتر.



مسألة :

علقنا كتلة مقدارها 4 كيلو غرام بنابضٍ معلق عمودياً –تمدد النابض بمقدار 26 سنتمتر .

فإذا سحبنا النابض مسافة 6 سنتمترات أخرى نحو الأسفل فما هي أقصى سرعة لتردد النابض .

عندما تكون هنالك كتلةٌ معلقة بالنابض فإنه لا يكون في حالة اهتزاز و إنما فإنه يكون في حالة توازن .

إن قوة وزن الكتلة المعلقة بالنابض و المتجهة نحو الأسفل ↓ و هي قوة الثقل المعلق بالنابض ↓w

وهنالك قوةٌ متجهةٌ نحو الاعلى $F\uparrow$ و هي قوة النابض المتجهة نحو الأعلى و التي تجعل النابض يعود دائماً إلى وضعه الطبيعي المنكمش، و عند تعليق ثقل بالنابض يحدث توازنٌ ما بين القوتين عند ارتفاعٍ يساوي الصفر $h=0$.
فوق نقطة الصفر لدينا مقدار استطالة النابض و هو 26 سنتمتر و تحت نقطة الصفر لدينا المسافة التي سحبنا النابض إليها مجدداً و هي 6 سنتمتر.
$Mg=KX$
الكتلةM أي كتلة النابض و تبلغ 4 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضيةg و مقداره 9.8 متر في الثانية و هذه كلها أي Mg تساوي ثابت النابضK (مجهول) ضرب مقدار الإزاحةX أي المسافة المقطوعة أي المسافة التي تمدد إليها النابض و هي 26 سنتمتر .



علينا الانتباه إلى ناحيةٍ هامة و هي أنه بما أن كلاً من تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية يعطى بوحدة المتر في الثانية و بما أن ثابت النابض يعطى بوحدة النيوتن على المتر فإن علينا أن نحول مقدار استطالة النابض من سنتمتر إلى متر .
ما هي نسبة 26 سنتمتر إلى المتر؟
بما أن المتر الواحد يساوي 100 سنتمتر فإن 26 سنتمتر تساوي 26 بالمئة من المتر أي 0.26 من المتر.
$0.26\times100=26$

و بذلك تصبح لدينا المعادلة التالية:
$(4)(9.8)=K(0.26)\rightarrow4\times9.8=K\times0.26$
ننفذ العمليات الرياضية المعلقة القابلة للتنفيذ:
$4\times9.8=39.2\rightarrow39.2=K\times0.26$
لمعرفة قيمة المجهول K نقسم الرقمين المعلومين على بعضهما البعض – نقسم الناتج على الرقم المعلوم الثاني:
$39.2\div0.26=150.8$
$K=150.8$
نتأكد من صحة العملية التي قمنا بها:
$39.2\times0.26=150.8$

النقطة التي يكون النابض عندها في حالة توازن بين القوتين أي $h=0$ الارتفاع يساوي الصفر .
فوق نقطة توازن النابض لدينا 26 سنتمتر و هي مقدار استطالة النابض تحت تأثير الثقل المعلق به و مقداره 4 كيلو غرام.
و تحت نقطة الصفر لدينا 6 سنتمترات و هي المسافة التي سحبنا إليها النابض مجدداً .
أي ان إجمالي استطالة النابض تساوي:
$26+6=32cm$
32 سنتمتر .

المسافة التي تقع فوق نقطة التوازن أي فوق نقطة الصفر أي مسافة 26 سنتمتر العلوية تكون ذات قيمةٍ موجبة +26 . لماذا؟
لأننا اعتبرنا بأن نقطة التوازن ما بين قوة النابض و ثقل الكتلة المعلقة به بأنها نقطة الصفر $h=0$
المسافة التي تقع تحت نقطة الصفر، أي الستة سنتمترات هي ذات قيمةٍ سلبية -6 (تحت الصفر)

+26 سنتمتر(فوق نقطة الصفر)

0 نقطة الصفر
-6 سنتمتر(تحت الصفر).

معادلة الطاقة الابتدائية :

$$E_i=\frac{1}{2}KX^2+mgh$$

مستوى الطاقة الأول E_i يساوي الكسر $\frac{1}{2}$ ضرب ثابت النابض K و هو يساوي كما حسبناه سابقاً 150.8 ضرب مربع الإزاحة X^2 أي مربع المسافة المقطوعة أي 0.26 سنتمتر زائد الكتلة m أي كتلة النابض أي 4 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g و هو يساوي 9.8 متر في الثانية ضرب الارتفاع h ، و لكن أي ارتفاع؟
المقصود بالارتفاع هنا هو المسافة الإضافية التي قمنا بجذب النابض إليها نحو الأسفل وهي تساوي 6 سنتمتر و هي كما ذكرت سابقاً ذات قيمةٍ سلبية أي -6 لأنها تقع تحت نقطة (صفر توازن القوتين) $h=0$



و لكن علينا الانتباه إلى أنه بما أن بقية القياسات معطاةٌ كذلك معطاةٌ بوحدة المتر مثل تسارع السقوط بتأثير الجاذبية g و هو يساوي 9.8 متر في الثانية فإنه يتوجب علينا أن نحول القيمة السلبية -6 سنتمتر إلى متر، و بما أن المتر الواحد يتألف من 100 سنتمتر فإن 6 سنتمتر تساوي 6% من المتر أي (-0.06) لتصبح معادلتنا السابقة :

$$E_i=\frac{1}{2}KX^2+mgh$$

على الصورة الرقمية التالية:

$$E_i=\frac{1}{2}(150.8)(0.26)^2+(4)(9.8)(-0.06)=0.5\times150.8\times0.26^2+4\times9.8\times(-0.06)=2.74$$

أي أن الطاقة الابتدائية E_i تساوي 2.74 .
بما أن الآلات الحاسبة الاعتيادية لا تتعامل مع الكسور فإننا نحول الكسر إلى رقمٍ عشري و ذلك بقسمة بسطه على مقامه أي قسمة أعلاه على أدناه و بذلك فقد قمنا بتحويل الكسر $\frac{1}{2}$ للرقم العشري المكافئ 0.5.

حساب السرعة القصوى:
يبلغ النابض سرعته القصوى عندما يمر خلال نقطة التوازن ما بين القوتين $h=0$ أي نقطة الصفر، و لمعرفة السرعة القصوى فإننا نستخدم معادلة حساب الطاقة النهائية E_f

$$E_f=\frac{1}{2}KX^2+mgh+\frac{1}{2}mV_{max}^2$$

$$E_f=\frac{1}{2}KX^2+mgh+\frac{1}{2}mV_{max}^2=0.5(150.8)(0.26)^2+(4)(9.8)(0)+(0.5)(4)\ V_{max}^2$$

الطاقة النهائية E_f تساوي الكسر $\frac{1}{2}$ أو الرقم العشري المكافئ 0.5 ضرب ثابت النابض K و هو يساوي 150.8 ضرب مربع الإزاحة أي مربع المسافة التي تم اجتيازها أو المسافة التي تمدد إليها النابض و هي تساوي 0.26 متر زائد الكتلة m أي كتلة النابض و هي تساوي 4 كيلو غرام ضرب تسارع السقوط بتأثير الجاذبية g و هو يساوي 9.8 متر في الثانية ضرب الارتفاع h و المقصود بالارتفاع هنا نقطة التوازن بين القوتين أي نقطة الصفر أي الصفر زائد الكسر $\frac{1}{2}$ أو الرقم العشري المكافئ 0.5 ضرب الكتلة أي كتلة النابض و هي تساوي 4 كيلوغرام ضرب مربع السرعة القصوى V_{max}^2 و هي قيمةٌ مجهولة فتصبح معادلتنا على الصورة التالية :

$$E_f=\frac{1}{2}KX^2+mgh+\frac{1}{2}mV_{max}^2=0.5\times150.8\times0.26^2+4\times9.8\times0+0.5\times4\times V_{max}^2$$

في مثل هذه العمليات الطويلة فإننا نقوم بإجراء العمليات الرياضية في كل مجموعةٍ على حدة ثم نجمع النتائج :

$0.5\times150.8\times0.26^2=5.1$

$4\times9.8\times0=0$

$0.5\times4\times V_{max}^2=2\times V_{max}^2$

$E_f=5.1+0+2\times V_{max}^2$

$E_f=5.1+0+2\times V_{max}^2$

في هذه المسألة فإن الطاقة الابتدائية E_i تساوي الطاقة النهائية E_f

$E_f = E_i=2.74$

$E_f=5.1+2\times V_{max}^2=2.74$

ننفذ العمليات المعلقة القابلة للتنفيذ:

$5.1+2=7.2$

$E_f=7.2\times V_{max}^2=2.74$

$E_f=7.2\ V_{max}^2=2.74$

لمعرفة مجهول المعادلة أي مربع السرعة القصوى (للنابض) V_{max}^2 فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب أي اننا نقسم الناتج 2.74 على المعلوم 7.2 :

$2.74\div7.2=0.40$

الرقم 0.40 يمثل مربع السرعة القصوى V_{max}^2 و ليس السرعة القصوى- لمعرفة السرعة القصوى V_{max} فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية التربيع أي أننا نجد الجذر التربيعي للرقم 0.40 :

$\sqrt{0.40}=0.63$

أي ان السرعة القصوى V_{max} تساوي 0.63 متر في الثانية .

$V_{max}=0.63ms$

معادلة الاهتزازات الصغيرة:

$\Delta X=A\cos(\omega t)$

الإزاحةΔX تساوي المدى أو المسافة A تجيب cos حاصل ضرب التسارع الزاوي(الدوراني)ω ضرب الزمنt .

إذا كانت هنالك كتلة معلقة بالنابض:

$\omega=\sqrt{(K/m)}$

التسارع الزاوي(الدوراني)ω يساوي الجذر التربيعي√ لحاصل قسمة ثابت النابض K على كتلة النابض m.

حركة البندول pendulum:

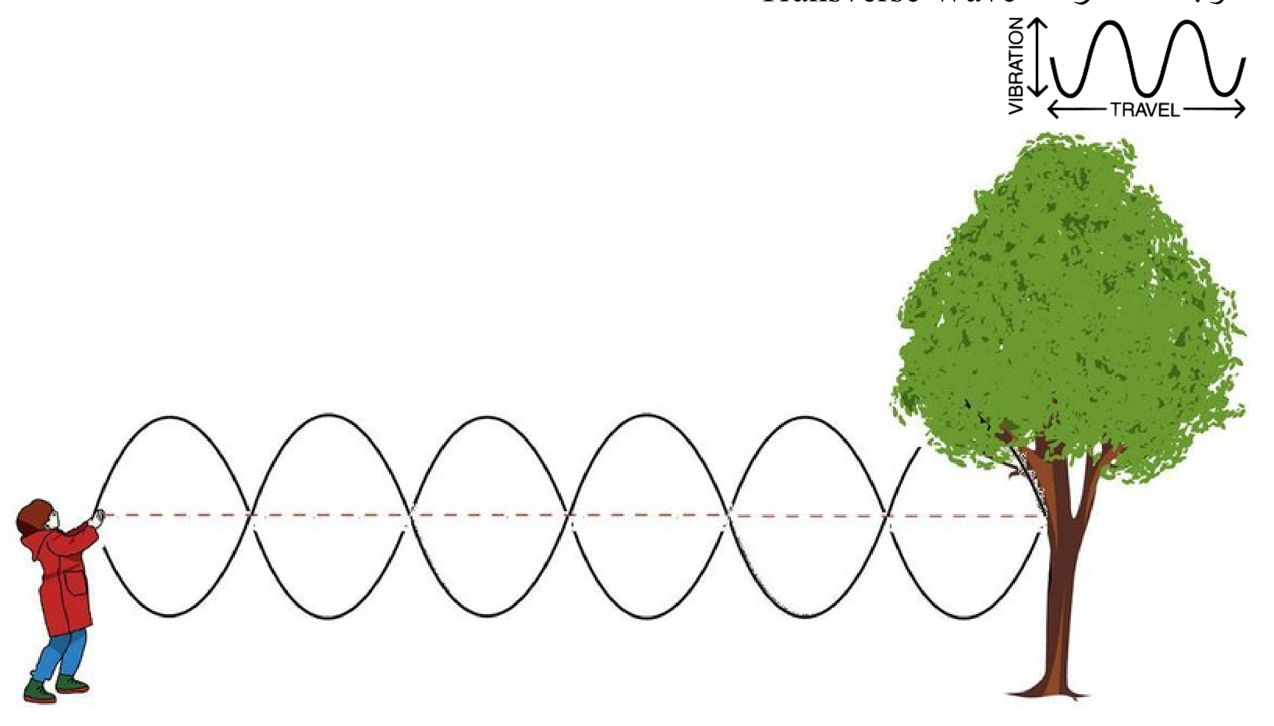
$\omega=\sqrt{(g/L)}$

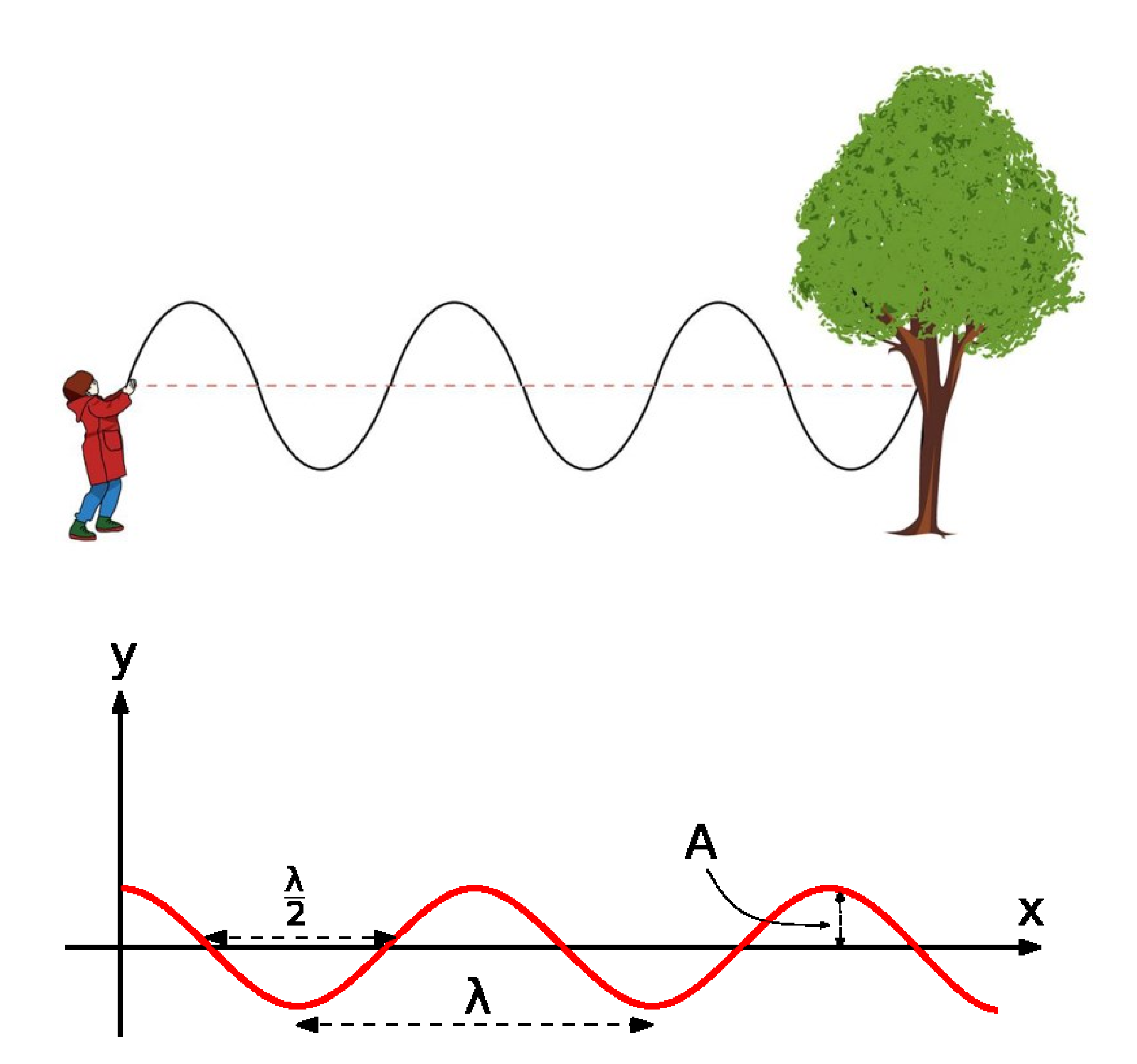
التسارع الزاوي(الدائري) ω يساوي جذر حاصل قسمة تسارع السقوط بتأثير الجاذبية الأرضية g على طول البندولL .

$F=KX$

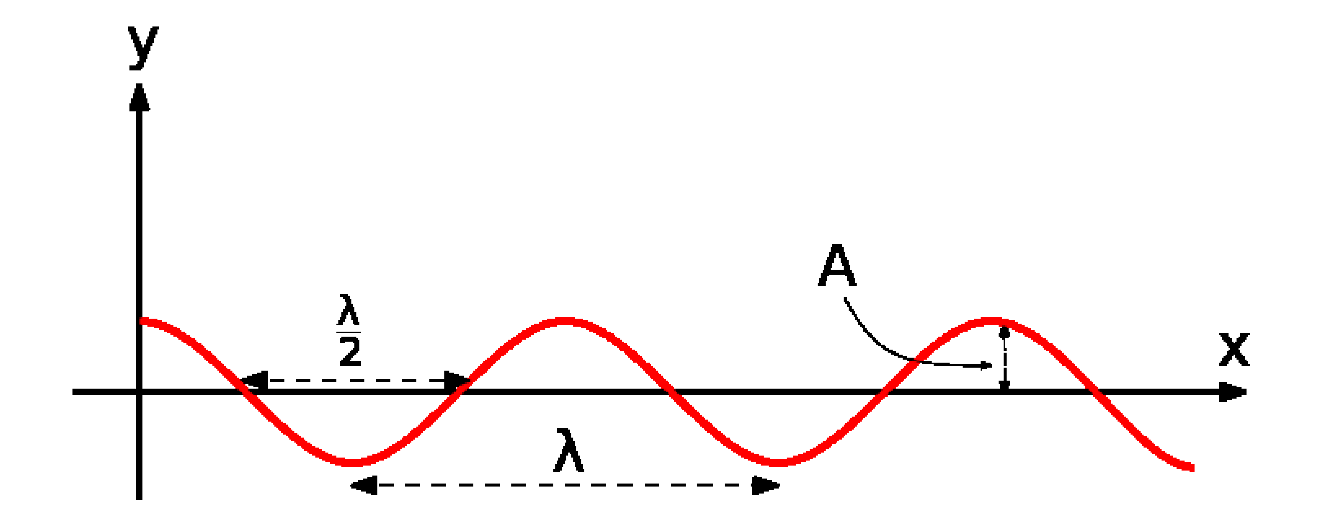
قوة نابض F تساوي ثابت النابضK ضرب الإزاحة(المسافة المقطوعة-مقدار تمدد النابض)X .

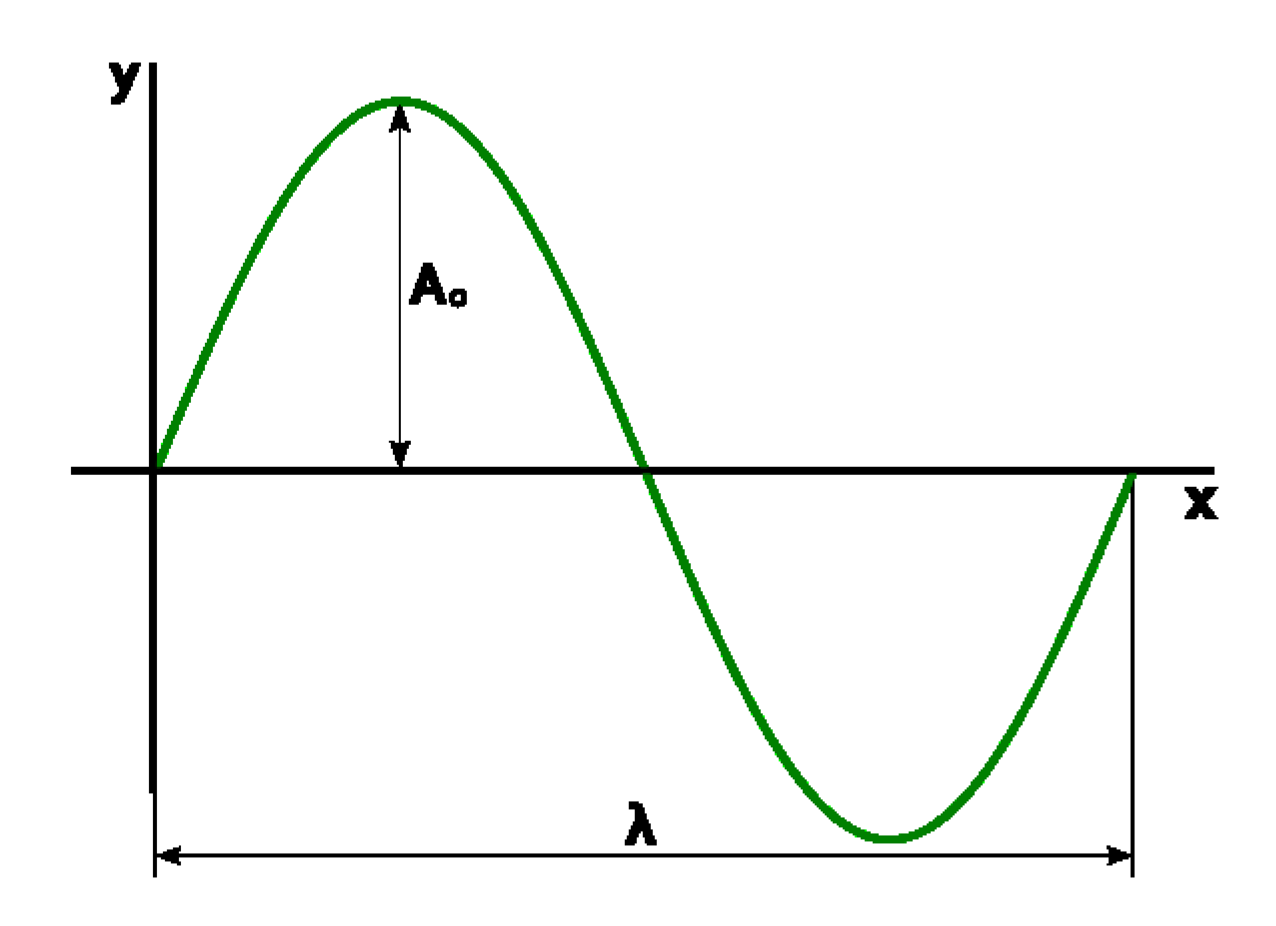
الموجة المستعرضة Transverse Wave

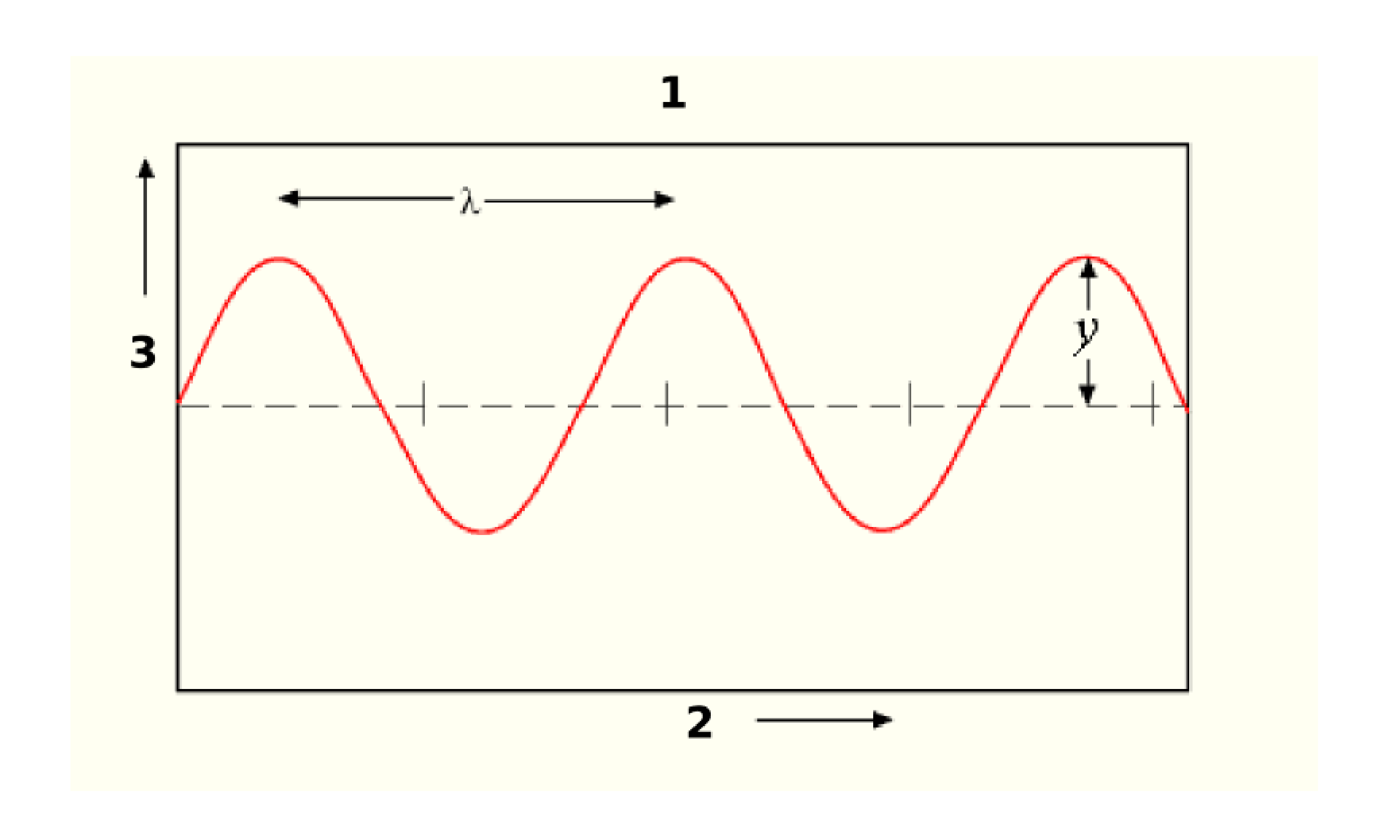


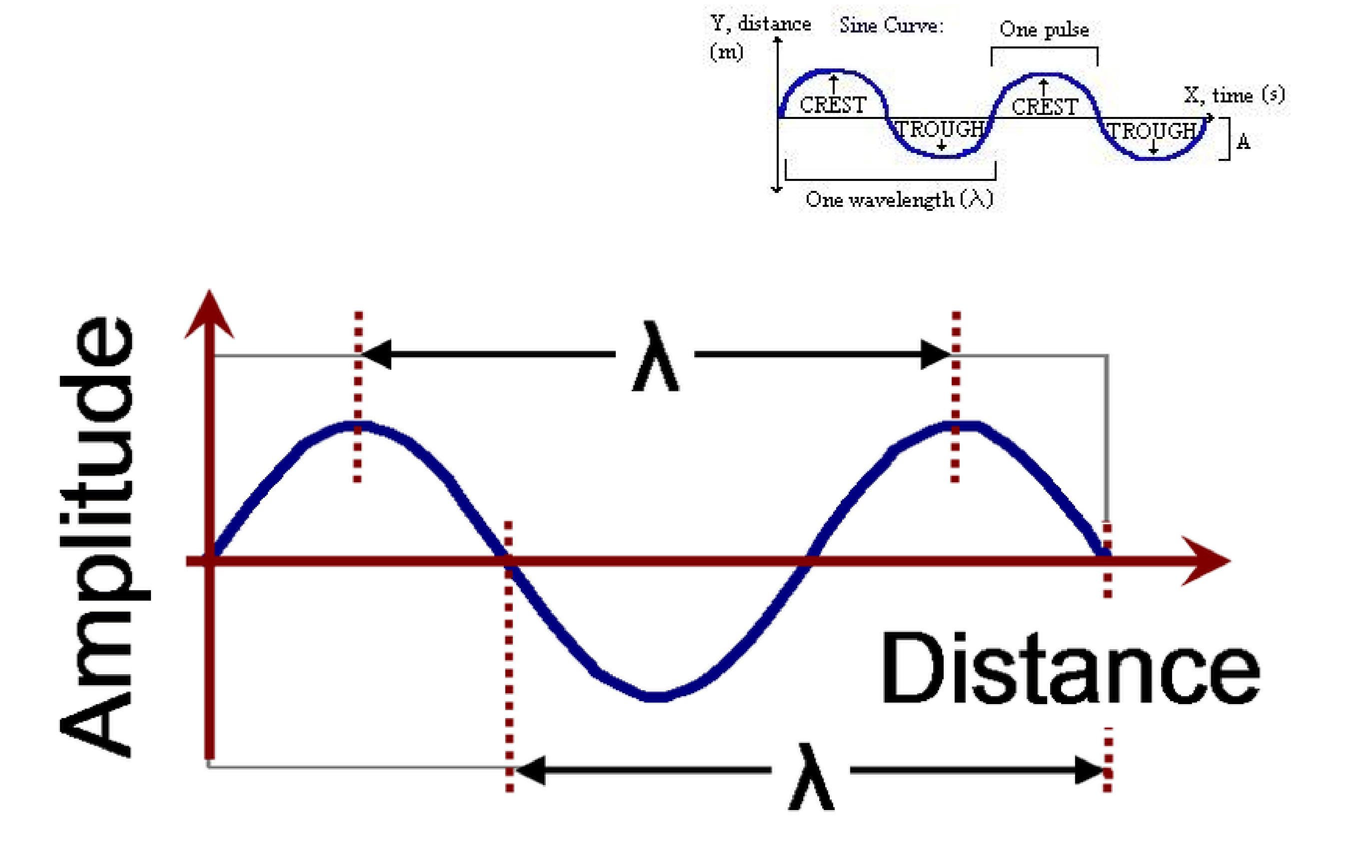


y
λ
2
A
x
λ


y
x
A
λ
2
λ


y
A₀
x
λ

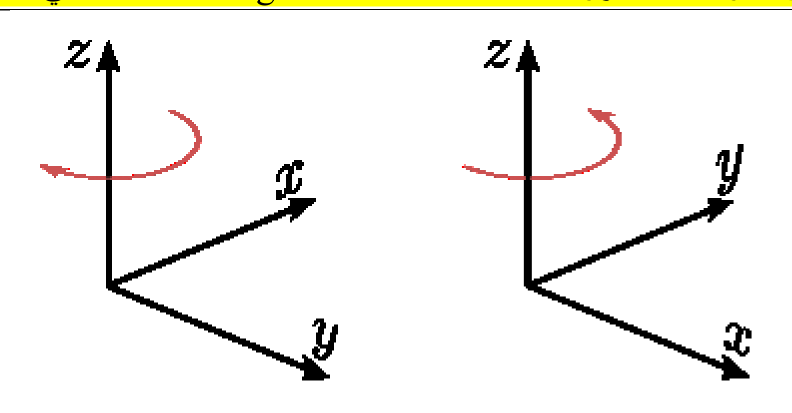

1
λ
y
3
2

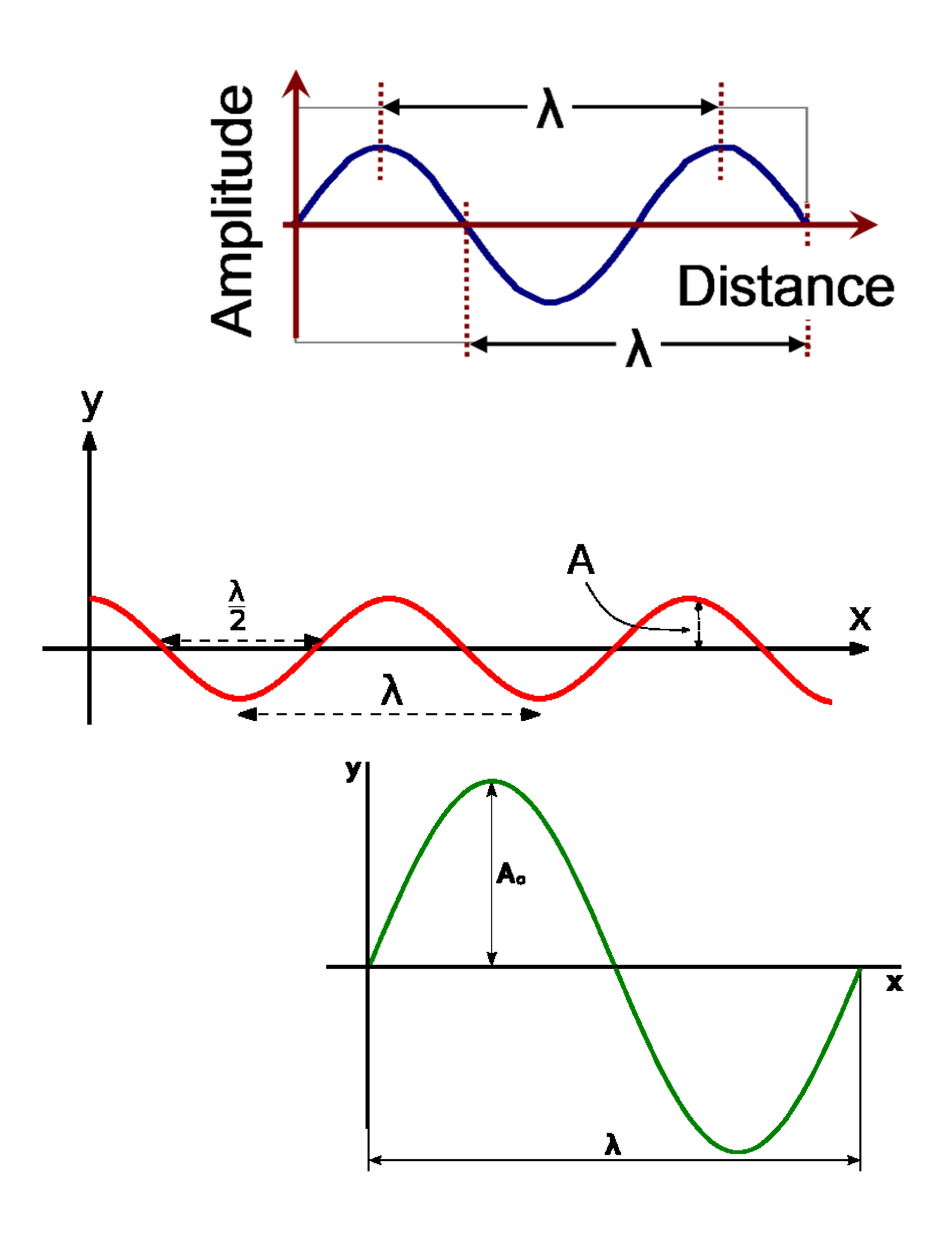

Y, distance (m)
Sine Curve:
One pulse
CREST
TROUGH
CREST
TROUGH
X, time (s)
A
One wavelength (λ)
Amplitude
λ
Distance
λ

الموجة المستعرضة هي الموجة التي يكون اهتزازها متعامداً مع اتجاهها (اهتزازها تمثله أسهم تتحرك في اتجاهين متعاكسين و لكنها جميعاً تكون متعامدةً مع المستقيم الوهمي الذي يمثل اتجاه الموجة فعندما تكون الموجة في حالة ارتفاع فهذا يعني بأن الاهتزاز يكون نحو الأعلى و عندما تكون الموجة في حالة انخفاض فهذا يعني بأن الاهتزاز يكون نحو الأسفل.).

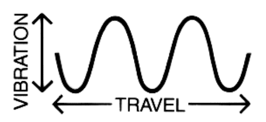
A transverse wave الموجة المستعرضة

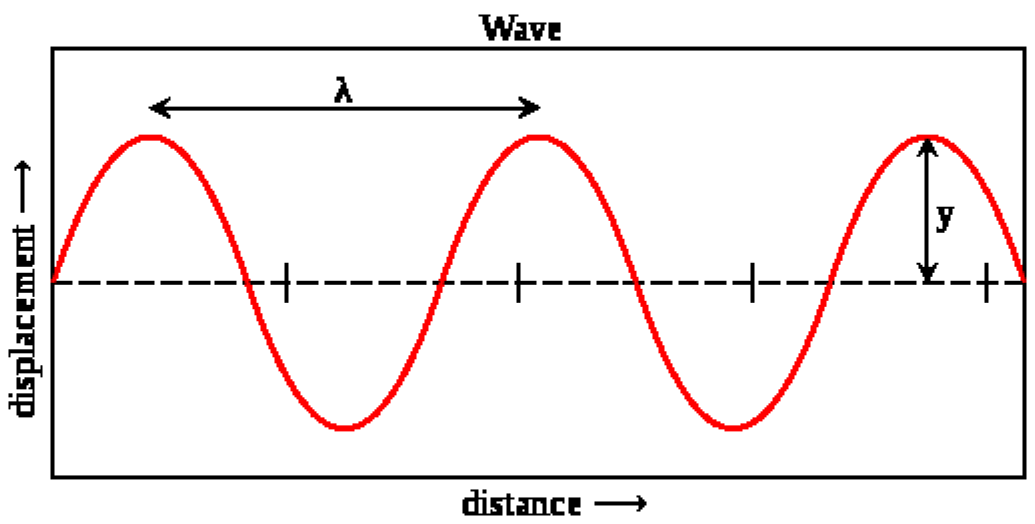
الموجة المستعرضة هي موجةٌ يكون اهتزازها متعامداً مع اتجاه حركتها فإذا كانت لدينا موجة تتحرك على امتداد المحور x-axis فإن اهتزازها سيكون على المستوي y-z
أي أن الموجة المستعرضة تهتز في المستوي الثنائي الأبعاد الذي تتحرك ضمنه.
يمكن أن يكون اهتزاز الموجة المستعرضة عمودياً أو أفقياً و هو الأمر الذي يشار إليه بمصطلح (قطبية الموجة المستعرضة) .
إن الموجات الكهرومغناطيسية Electromagnetic waves هي جميعها موجاتٌ مستعرضة .

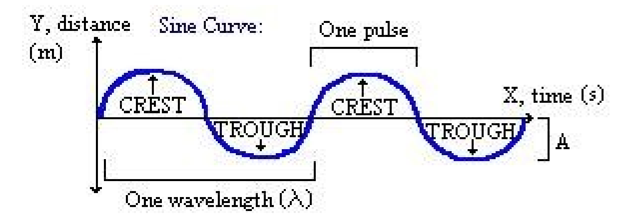


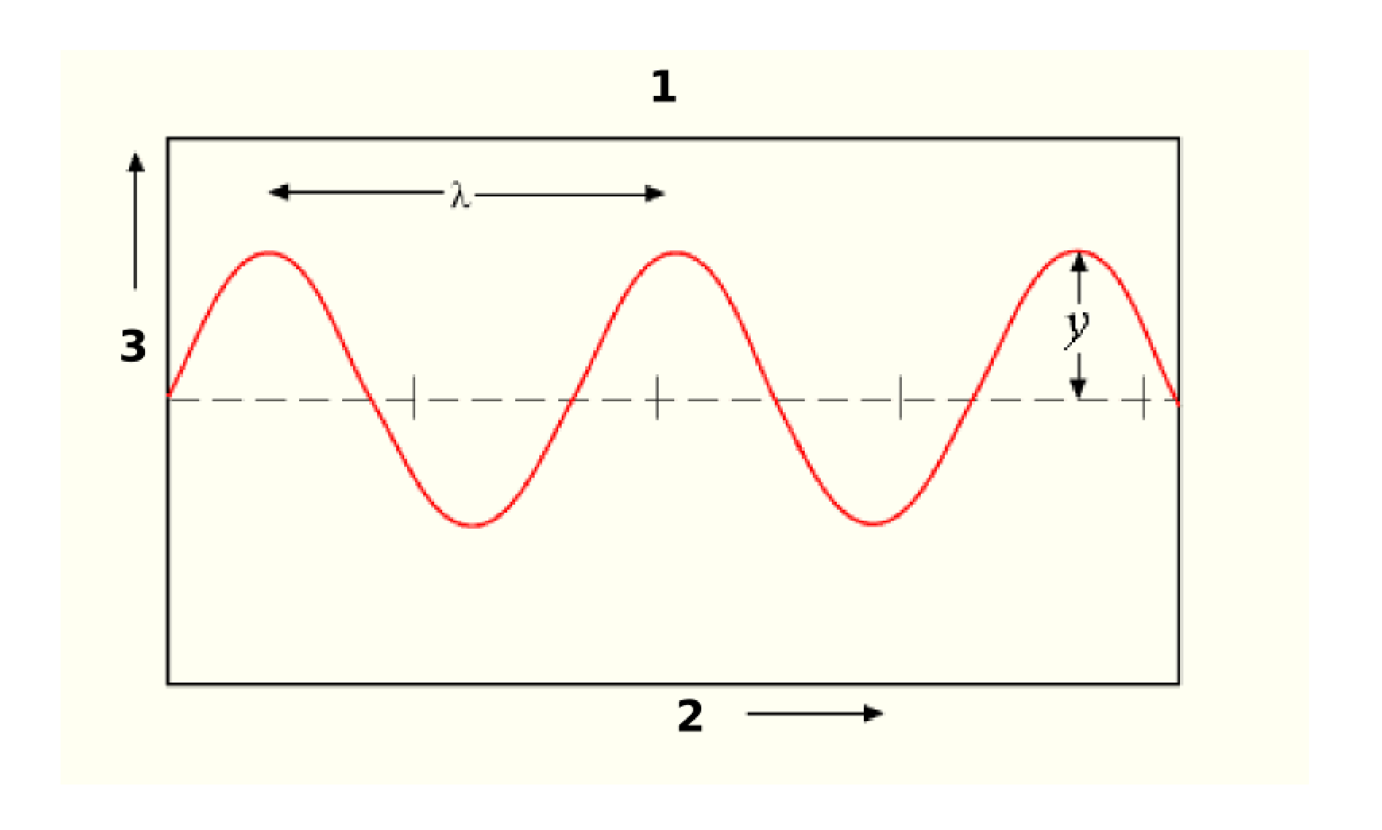


Amplitude
λ
Distance
λ
y
A
λ
2
x
λ
y
A₀
x
λ


VIBRATION
TRAVEL


Wave
λ
y
displacement
distance
λ = wavelength
y = amplitude


Y, distance
(m)
Sine Curve:
One pulse
CREST
CREST
TROUGH
TROUGH
X, time (s)
A
One wavelength (λ)

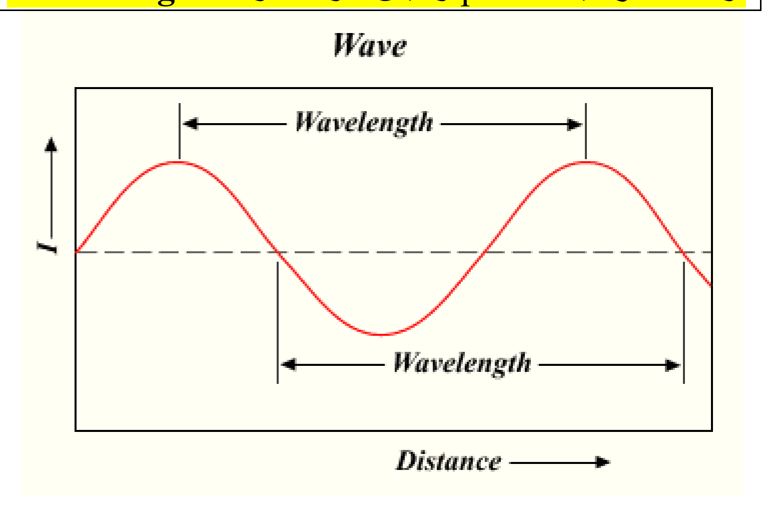


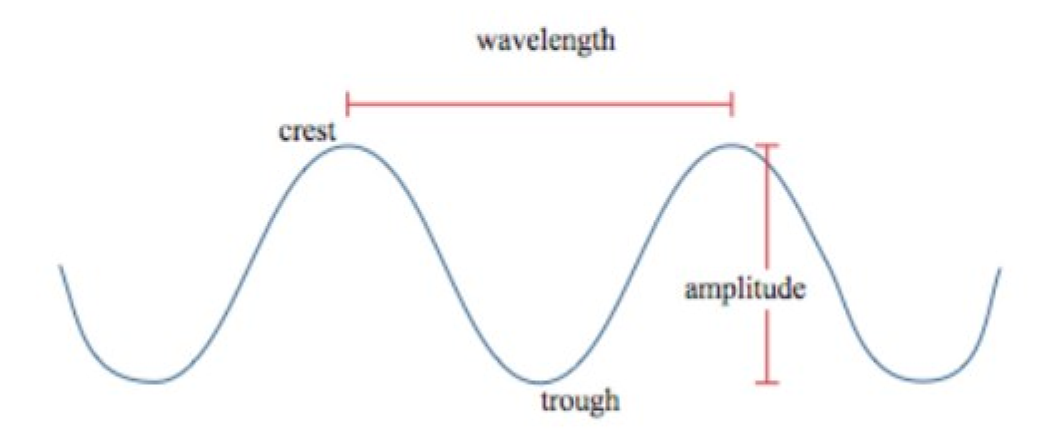
الموجة الطولانية longitudinal wave

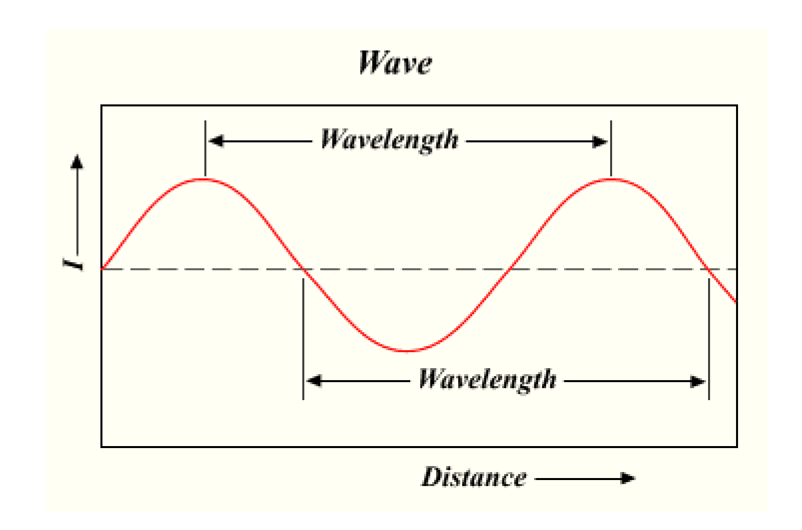
الموجات الطولانية أو الموجات الانضغاطية **compressional waves** أو موجات الضغط **pressure waves** و هي الموجات التي يكون اهتزازها متوازياً مع مع اتجاه حركتها أي أنها الموجات التي يكون اهتزازها على طول اتجاه حركتها، وهي تتضمن الموجات التي تكون حركة الوسط فيها مماثلةً لاتجاه حركة الموجة.

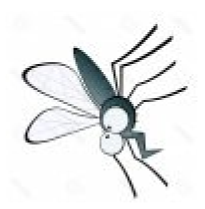
طول الموجة **Wavelength** و يرمز له بالحرف اليوناني (لامبدا) λ و طول الموجة هو البعد بين قمتي أو ذروتي موجتين متعاقبتين .
عند تمثيل الموجة تمثيلاً إحداثياً فإن المحور الأفقي س أو x يمثل الموضع position ، بينما يمثل المحور العمودي y الإزاحة displacement ، أي مقدار حركة عناصر الوسط في الموجة، ذلك أن ارتفاع و انخفاض عناصر الوسط في الموجة هو الذي تكسب تلك الموجة خصائصها ، فعند تمثيل موجةٍ صوتية مثلاً بشكلٍ إحداثي نجد بأن عناصر الوسط تتحرك نحو الأعلى و الأسفل تبعاً لتغير الصوت ضمن الحد الأدنى و الحد الأعلى للموجة .
إذاً من الناحية العمودية لدينا عامل الإزاحة (المسافة) أو مدى الموجة A- Amplitude
أما من الناحية الأفقية فلدينا عامل طول الموجة **Wavelength** الذي يرمز له بالحرف اليوناني (لامبدا) λ.

المدة (و ليس المسافة) ما بين ذروتي أو قمتي موجتين متعاقبتين peak to peak interval تدعى بالدور أو المدة الزمنية period و ليس طول الموجة **Wavelength.**

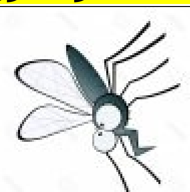




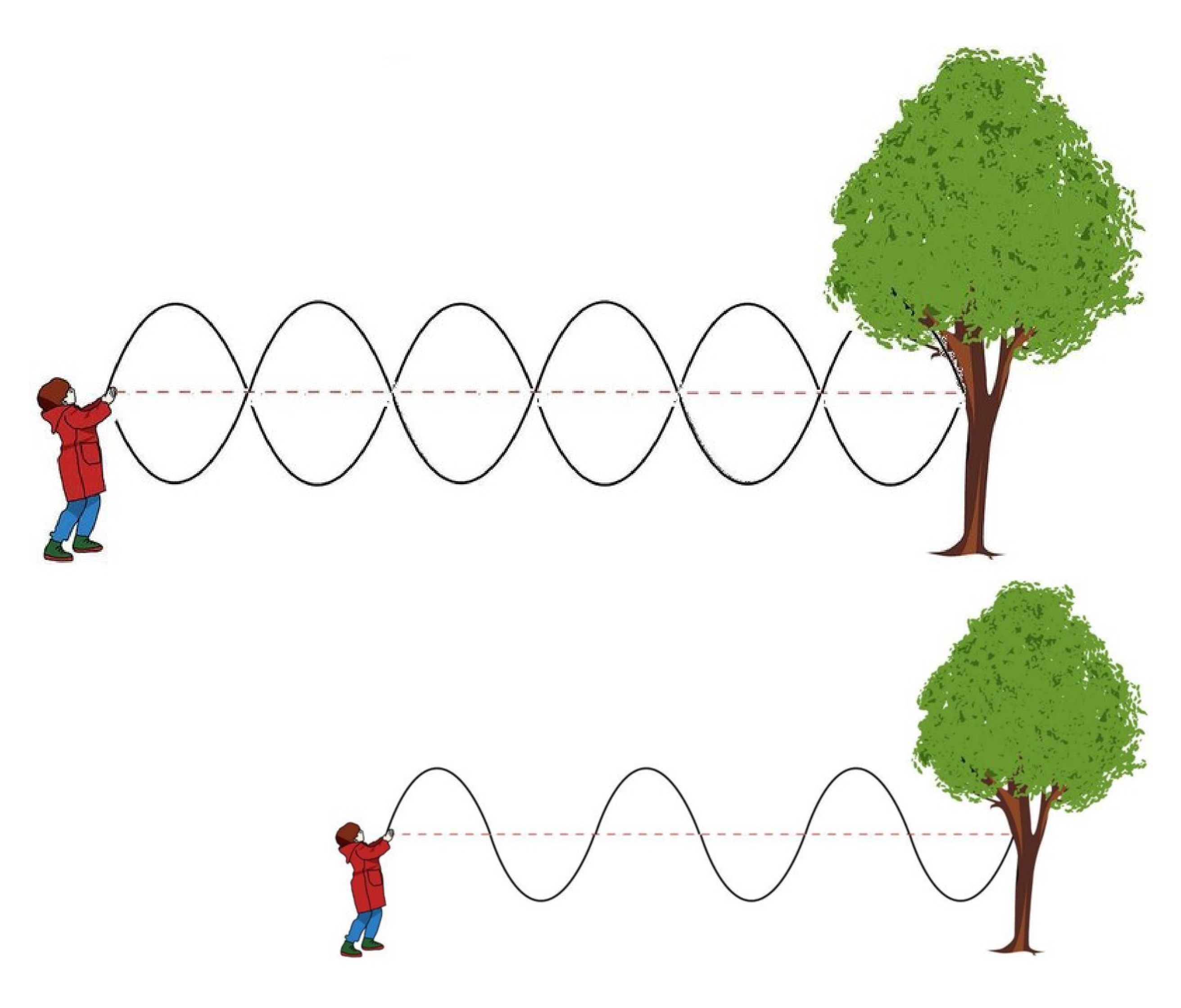




انتبه جيداً:
طول الموجة λ **Wavelength** هو المسافة ما بين ذروتي أو قمتي موجتين متعاقبتين .
المدة أو الدور period هو الزمن الذي يفصل ما بين ذروتي موجتين متعاقبتين.



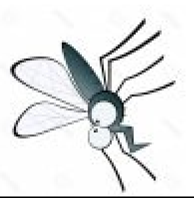
إذا علقنا حبلاً بجدار مثلاً أو شجرة و قمنا بتحريك الحبل نحو الأعلى و الأسفل سوف تتولد فيه تموجاتٌ او نبضات تتحرك ابتداءً من يدنا التي تحرك الحبل باتجاه الجدار .
عندما تصل تلك التموجات إلى الجدار و ترتطم به فإنها تنعكس و ترتد مجدداً باتجاه مصدرها، أي أنها تتحرك مجدداً نحونا.



و لكن علينا الانتباه إلى أن الموجة المرتدة من عائقٍ ما تكون معاكسةً للموجة الأصلية ليس فقط من حيث جهة حركتها و إنما كذلك من حيث جهة ظهور حدباتها ،فإذا كانت النبضات و التموجات الناتجة عن تحريكنا للحبل محدبة أي أن جيوبها متجهةً نحو الأعلى فإن جيوب الموجات المرتدة ستكون معاكسةً من حيث الجهة أي انها ستكون متجهةً نحو السفل أي انها ستكون مقعرة.

فإذا كانت التموجات الأساسية التي تتحرك نحو العائق (الجدارمثلاً)   محدبة جيوبها متجهةً نحو الأعلى على صورة جبال و هضاب) و كانت حركتها نحو الجهة اليمنى مثلاً فإن اتجاهها سيكون معاكساً بعد اصطدامها بالعائق أي انه سيكون نحو الجهة اليسرى كما ان تلك التموجات او النبضات ستكون مقعرة الشكل (جيوبها متجهةً نحو السفل على شكل أودية و منخفضات).

يمكن أن ندعو الموجة الصادرة عن مصدر الاهتزاز مثلاً بالموجة →A التي اتجاه حركتها من المصدر نحو العائق أي نحو الجهة اليمنى مثلاً و شكلها محدب ، أما الموجة المرتدة الناتجة عن الاصطدام بالعائق فإننا سندعوها بالموجة B ←و اتجاهها يكون من العائق الذي اصطدمت به نحو المصدر (أو أي اتجاهٍ آخر) أي ان اتجاهها سيكون من الجهة اليمنى إلى الجهة اليسرى كما سيكون شكلها مقعراً .



ما الذي يحدث عندما تصطدم موجتين متعاكستين في الاتجاه و الشكل مع بعضهما البعض؟
أي ما الذي يحدث عندما تصطدم موجةٌ صادرة محدبة متجهة نحو الجهة اليمنى مع موجة مرتدة مقعرة تتجه نحو الجهة اليسرى؟
إن هاتين الموجتين سوف تندمجان مع بعضهما البعض A+B و بعد ذلك الاندماج و التلاشي سوف تعبر هاتين الموجتين من خلال بعضهما البعض ثم سوف تتابع كلاً من هاتين الموجتين طريقها و اتجاهها الأصلي بعد ان تنفصلا عن بعضهما البعض دون أن تفقد أي منهما شكلها او اتجاه حركتها ، أي أن هاتين الموجتين المتعاكستين من حيث الشكل و اتجاه الحركة و بعد اصطدامهما ببعضهما البعض فإنهما تتفرقان مجدداً فتواصل الموجة المقعرة المرتدة حركتها نحو الجهة اليسرى بينما تواصل الموجة الصادرة المجدبة حركتها نحو الجهة اليمنى.
تنبيه : ليس ضرورياً أن تكون الموجة الصادرة محدبة و الموجة المرتدة مقعرة فمن الممكن أن يكون العكس فتكون الموجة الصادرة مقعرة و الموجة المرتدة محدبة و لكن المهم في الأمر أن تكون كلا الموجتين الصادرة و الواردة متعاكستين مع بعضهما البعض من حيث الجهة و الشكل .

أي أن المسافة بمرور الزمن تعني السرعة أي أن سرعة الانتشار تساوي طول الموجة على المدة.
سرعة الانتشار تساوي طول الموجة ضرب التردد.

هنالك علاقةٌ عكسية ما بين التردد و طول الموجة .
إن طول الموجة λ يساوي سرعة نمط الموجة c (سرعة الضوء أو سرعة الصوت) مقسوماً على تردد الموجة f

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

F=frequency التردد
λ = wavelength **Lambda** طول الموجة

التوافق-الانسجام (الهارمونيك) **harmonic**

الهارمونيك هو نغمة تشكل جزءاً من صوتٍ معقد ، و في الموجات الصوتية فإن الهارمونيك الخاص بموجةٍ معينة هو عبارة عن ترددٍ مكون component frequency للإشارة و هذا الهارمونيك يكون دائماً عددٌ

صحيح يمثل أحد مضاعفات تردد تلك الموج ة الصوتية فإذا كان تردد الموجة الصوتية هو f فإن تردد هارمونيك تلك الموجة يجب أن يكون من قبيل :
2f,3f,4f…

إذاً فإن الهارمونيك عبارة عن نغمة تشكل جزءاً من صوتٍ معقد و التي ينبغي أن يكون ترددها من المضاعفات الصحيحة integer multiple للتردد الأساسي fundamental frequency the
التردد الأساسي هو التردد الأدنى في سلسلة منسجمة من النغمات أي أنه التردد الدنى في سلسلة هارمونيك
.
تتم الإشارة غالباً للتردد الأساسي أو النغمة الأساسية fundamental tone بكلمة أساسي fundamental
.
الديسيبل signalperiodic   هو وحدة قياس شدة الصوت بصورةٍ لوغاريتمية و رمزه dB و تستخدم وحدة الديسيبل في قياس مستوى التشويش و الضجيج في مجال الاتصالات كما أنها تستخدم في قياس شدة الصوت و درجة ارتفاعه.
إن وحدة الديسيبل

dB

تدرك الكائنات الحية الصوت بشكلٍ لوغاريتمي (انظر كتابي الفيزياء و الرياضيات الممتعة) .
الديسيبل :

حتى ندرك ما هو الديسيبل علينا أن ندرك مفهوم الشدة أي شدة الصوت لأن الديسيبل هو وحدةٌ تستخدم في قياس شدة الصوت.
Intensity=power/area
الشدة تساوي القوة على المساحة و تقاس بالوات على المتر المربع w/m^2.
تتناسب الشدة تناسباً طردياً مع القوة كما أن القوة بدورها تتناسب تناسباً طردياً مع الطاقة.
إذا انتشر الصوت بشكلٍ متجانس في جميع الاتجاهات فإنه سوف يغطي مساحاتٍ واسعة كلما ابتعد عن مصدره .

تحسب مساحة سطح الكرة و فق المعادلة التالية:
$4\pi r^2$
$4\times \pi \times r^2$

تتناسب شدة الصوت عكسياً مع المساحة أي أنه كلما ازادت المساحة التي ينتشر فيها الصوت انخفضت شدته .
تتناسب شدة الصوت عكسياً مع مربع البعد عن مصدر الصوت أي أنه كلما ابتعدنا عن مصدر الصوت انخفضت شدته، فإذا كان الصوت أبعد بعشرة مرات فإن شدته ستكون أضعف بمعدل $10^2=100$.
إذا كان الصوت أبعد عنا بعشرة مرات فإن شدته لن تكون أقل بعشرة مرات و إنما فإنها ستكون أقل بمعدل 10 مرفوعة للقوة الثانية.
لماذا؟

لأن شدة الصوت تتناسب تناسباً عكسياً مع مربع البعد عن مصدر الصوت.

ينتشر الصوت في معظم الأحوال بشكلٍ متجانس ، و لكن إذا كان الصوت محتجزاً ضمن أنبوبٍ مثلاً فإنه لا ينتشر أبداً و عندها فإن شدة الصوت لن ترتبط بالمسافة و تلك هي مستوى شدة الصوت بيتا β
β Intensity level و معادلتها :

$\beta_2 - \beta_2 = 10 \log(I_2/I_1)$

يحدد مقياس شدة الصوت المستوى صفر ديسيبل 0dB بأنه يساوي $10^{12-}W/M^2$ و هي تمثل أعلى درجة هدوء يمكن لأي أذن إنسانٍ أن تختبرها.
W/M^2 وات على المتر المربع.

Overtone النغمة العليا

النغمة العليا هي مكونٌ جيبي من مكونات الموجة و يكون تردد هذه النغمة أعلى من التردد الأساسي fundamental frequency .
النغمة العليا الأولى first overtone غالباً ما تكون هي الهارمونيك الثاني second harmonic
و النغمة العليا الثانية second overtone تكون الهارمونيك الثالث third harmonic و هكذا.
إن النغمة العليا يمكن أن تكون جزئية التوافق .
الهارمونيك هو بالطبع من المضاعفات الصحيحة للتردد الأساسي أما النغمة الجزئية العليا **A partial overtone**-inharmonic overtone فهي من المضاعفات غير الصحيحة للتردد الأساسي .

شدة الصوت=قوة الصوت=ضغط الصوت
شدة الصوت تساوي القوة مقسومةً على المساحة.

يمثل الرقم عشرة 10 على مقياس شدة الصوت شدة صوتٍ مرجعية a reference intensity و شدة الصوت المرجعية هذه غالباً ما تكون عتبة حاسة السمع :
$10^{-12}w/m^2$

وات على المتر المربع.
Loudness=intensity level

مسألة :

طائر يطير فوق كهف و يصدر أصواتاً –لوحظ بأن صوته يتسبب في إحداث طنين في الكهف عند ترددين هما 396 هرتز و 404 هرتز .
إذا كانت سرعة الصوت في ذلك اليوم و في ذلك الطفس 400 متر في الثانية فكم يبعد الكهف عن الطائر إذا كان ذلك الكهف مفتوحٌ من جهةٍ واحدة فقط و إذا كان مفتوحا من كلا الجهتين؟
ما ينطبق على الحبل الذي نقوم بأرجحته و القصبة التي ننفخ فيها ينطبق كذلك على الكهف .
بما أن الرنين لا يحدث في الكهف إلا على ترددين اثنين و هما 396 و 404 هرتز و بما أن الاختلاف ما بين هذين الترددين هو 8 هرتز أو 8 خطوات فذلك يعني بأن ترددات الرنين في ذلك الكهف و بالنسبة لذلك الصوت تختلف عن بعضها البعض بمعدل 8 هرتز.

$404-396=8HZ$

و هذا يعني بأن بإمكاننا أن نعرف ترددات الرنين الأخرى عن طريق طرح 8 هرتز أو 8 خطوات في كل مرة:

$396-8=388HZ$

$388-8=380HZ$

$380-8=370HZ$

ما هو تردد الرنين النهائي الأدنى.
الرقم 404 ليس من مضاعفات العدد 8 لأن:

$404\div8=50.5$

هل الرقم 400 هو من مضاعفات العدد 8 ؟

$400\div8=50$

و لذلك فإن التردد الأساسي fundamental frequency هو 4 هرتز أي 4 دورات في الثانية .

$404\div4=101$

التوافق ثلاثي 3^{rd} harmonic
و بما أنه لدينا فقط هارمونيك (توافق) مفرد odd harmonic فهذا يعني بأن الكهف مغلقٌ من ناحيته الأخرى.

$F=nv/4L$

F أي التردد الأساسي يساوي 4 هرتز .
n رقم التوافق (واحد)
v السرعة ، ولكن أي سرعة؟ إنها سرعة الصوت و سرعة الصوت في ذلك اليوم كانت 400 متر في الثانية.
تقسيم 4 ضرب بعد الكهف L (مجهول؟)

$4=1\times400/4L$



حالة :

$4=1\times400/4L$

نستبدل رموز و أرقام المعادلة برموز بسيطة و نهمل العدد واحد المضروب بالرقم 400 لأنه لا يؤثر على النتيجة:

$4=1\times 400/4L$

$A=B/(CD)$

نستبدل الرموز بأرقام بسيطة.

$A=2 ,B=30,C=5,D=3$

فتصبح المعادلة على الصورة التالية:

$2=30/(5\times 3)$

$2=30/15$

الحالة السابقة تعني بأن :

$A\times C\times D=B$

$2\times 5\times 3=30$

فإذا كان العنصر المجهول هو B فإن ناتج ضرب جميع العناصر الأخرى ببعضها البعض يساوي B.

الآن نعود لمسألتنا السابقة فنقول :

$4=400/4L$

في الحالة السابقة و كما رأينا فإن ناتج ضرب جميع العناصر ببعضها البعض يساوي الرقم 400 و لذلك فإننا ننفذ عملية ضرب ناتج القسمة أي العدد 4 بالمقسوم عليه 4L فتصبح معادلتنا على الصورة التالية:

$4\times 4L=16L$

$4\times(4\times L)=16\times L$

أي أن

$16L=400$

$16\times L=400$

و بذلك تصبح لدينا عملية ضرب تحوي عنصراً مجهولاً L و لمعرفة قيمة المجهول L فإننا نقسم الناتج أي الرقم 400 على المعلوم 16 أي أننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب:

$400\div 16=25m$

أي أن بعد الكهف هو 25 متر.

إذا تسببت كمية معينة من المتفجرات في إحداث دوي صوتي بشدةٍ معينة فهل يؤدي تفجير عشرة أضعاف كمية المتفجرات تلك إلى إحداث دوي صوتي تبلغ شدّته عشرة أضعاف الدوي الصوتي للانفجار الأول؟

إذا استخدمنا عشرة أضعاف كمية المتّفجرات فإن الصوت و بكل تأكيد سيكون أقوى ، و لكنه لن يكون أقوى بعشرة مرات.

لماذا؟

لأن الأذن عند البشر و بقية الكائنات تدرك الأصوات بشكلٍ لوغاريتمي و هذا يعني بأن الاختلاف في شدة الصوت بين انفجار قنبلة واحدة و عشرة قنابل يماثل الاختلاف في شدة الصوت ما بين انفجار عشرة قنابل و مئة قنبلة صوتية.
و كما ذكرت سابقاً فإن شدة الصوت تقاس بوحدة الديسيبل dB و الشدة intensity تساوي القوة مقسومةً على المساحة intensity=power/area.
تتناسب شدة الصوت عكسياً مع المساحة أي أنه كلما ازدادت المساحة التي يغطيها الصوت انخفضت الشدة ، كما أن شدة الصوت تتناسب عكسياً مع المسافة فإذا ابتعدنا عشر أضعاف المسافة الأولى عن مصدر الصوت فإن شدة الصوت تنخفض بمعدل 10^2 أي $10\times10=100$ أي عشرة أضعاف.

بالنسبة للأصوات المحصورة التي لا تستطيع الانتشار في الفضاء فإن شدتها لا تعتمد على المسافة و إنما فإنها تكون من المستوى بيتا intensity level β و هذا المستوى يوازي الصوت الذي ندركه اعتماداً على المسافة مقاساً بالديسيبل decibel .

ما هي شدة الصوت بيتا β؟
إن الصوت الذي تكون شدته مساويةً للقيمة $10^{-12}\ W/m^2$ (وات على المتر المربع) فإن المستوى بيتا يكون مساوياً لصفر ديسيبل, **$\beta = 0$ dB**. لماذا؟
لأن اللوغاريتم العشري $\log_{10}$ للعدد واحد يساوي الصفر :
$\log_{10} 1 = 0$
أي أن عتبة حاسة السمع عند الإنسان تساوي صفر ديسيبل و كل عاملٍ من عوامل الرقم عشرة أي أن كل مضاعف من مضاعفات الرقم عشرة بالنسبة لشدة الصوت يكون مساوياً لعشرة ديسيبل 10 dB.
إن شدة الصوت من المستوى بيتا sound intensity level β تكون مقاسةً بالوات في المتر المربع على الصورة:
β (dB) = 10 log 10

مساحة سطح الكرة:
$4\pi r^2$

يعطى مستوى الصوت بيتا بالمعادلة التالية:
$\beta_2-\beta_1=10 \log(I_2-I_1)$
تمكننا هذه المعادلة من مقارنة مستوى شدة الصوت بين وضعين مختلفين فهي تمكننا مثلاً من مقارنة كيفية إدراك مصدر الصوت ذاته من مسافتين مختلفتين ، أو مقارنة كيفية إدراك مصادر صوتٍ مختلفة من مسافةٍ واحدة.

مسألة :
تبلغ شدة صوت محرك سيارة 700 dB من مسافة 10 امتار.

كم تبلغ شدة صوت هذا المحرك من بعد كيلو متر واحد.
1 كيلو متر يساوي 1000 متر (ألف متر)
النسبة ما بين المسافتين تساوي:
$1000/10=100$
$1000÷10=100$
أي أن شدة الصوت على بعد عشرة أمتار تكون أقوى بمئة مرة مما هي عليه من على بعد كيلو متر واحد.
شدة الصوت تساوي واحد على مربع المسافة أي واخد على مربع نصف القطر:
$1/r^2$

$L_2=1/(100^2)l_1=1/100^2=1÷100^2=1÷(100×100)=1/1000=1÷1000=0.0001\ l_1=0.0001×l_1$

نعود إلى معادلتنا الأصلية :
$_2β-β_1=10\ \log(l_{2}-l_{1})$
شدة الصوت تساوي واحد على مربع المسافة أي واحد على نصف القطر (الخط الوهمي ما بين مصدر الصوت و المستمع :
$1/r^2$
و لذلك فإن:
$I_2=1/(100)^2\ I_1=$
$I_2=1÷100^2\ ×I_1=$
$I_2=0.0001\ I_1$
$I_2=0.0001×\ I_1$

نعوض الرموز بالأرقام المتوفرة :
$_2β-700=10\ \log(0.0001\ l_{1}/l_{1})$

شدة الصوت بيتا الثاني مجهول $β_2$ بينما شدة الصوت بيتا الأول $β_1$ تبلغ 700 ديسيبل.
$10\ \log(0.0001\ l_{1}/l_{1})=$
$10\ \log(0.0001\ l_{1}/l_{1})=$
$10\ \log(0.0001)=(-40)$
أي أن :
$_2β-700=(-40)$
لمعرفة قيمة المجهول $β_2$ فإننا نجمع المعلومين (-40) و 700 مع بعضهما البعض:
$700+(-40)=660$
إذاً فإن $β_2$ تساوي dB660
660 ديسيبل

ذلك أن العملية $_2β-700=(-40)$ هي عملية طرحٍ اعتيادية :
$A-B=C→\ A=B+C$
$9-5=4→9=5+4$



بالنسبة للعلاقة =($10\log(0.0001\, I_1/I_1)$ كيف استطعنا التخلص من القيمة المجهولة I_1 بحيث تمكنا من حساب لوغاريتم الرقم العشري 0.0001 دون اعتبارٍ لذلك العنصر المجهول I_1 ؟

$10\log(0.0001)=(-40)$

أياً تكن القيمة المجهولة I_1 فإنها بالتأكيد تساوي و تماثل القيمة المماثلة I_1 أي أنها تساوي نفسها.

و لدينا في العلاقة السابقة عمليتين متعاكستين تجريان على القيمة ذاتها أي القيمة I_1 و هما عملية ضرب ثم عملية قسمة :

$=(0.0001\, I_1/I_1)$

$=0.0001\times I_1 \div I_1$

ماذا يعني هذا؟

إنه يعني بأننا ضربنا الرقم العشري 0.0001 بقيمةٍ معينة أياً تكن و هي القيمة I_1 ، و من ثم فإننا جئنا بعد ذلك و أجرينا عملية قسمة على القيمة ذاتها أي I_1 ، أي اننا عملياً لم نفعل شيئاً سوى أننا تخلصنا من القيمة I_1 ، أي أنها قيمةٌ قابلةٌ للحذف تماماً كقولنا:

$2\times4/4=8/4=2$

$2\times4\div4=8\div4=2$

أي أن القيمة 2 قد بقيت على حالها،أي أنه يمكن حذف القيمة المتكررة 4 من العملية السابقة دون أن تتأثر النتيجة .

إن هذا الأمر يشبه قولنا بأنني أعطيتك 4 دولارات ثم عدت فأخذتها منك أو أنني أخذت منك 4 دولارات ثم عدت و أرجعتها لك ـأي أنني بالمحصلة لم أعطك شيئاً و لم آخذ منك شيئاً.



ماذا تعني العلاقة:

$=I_2=1/(100)^2\, I_1$

$=I_2=1\div100^2\times I_1$

$I_2=0.0001\, I_1$

$I_2=0.0001\times I_1$

لأن شدة الصوت تتناسب طردياً مع مربع نصف القطر (مربع المسافة)، و بما أن المسافة تبلغ 100 متر فإن مربع المسافة يساوي 100^2.

لماذا $I_2=1/(100)^2\, I_1$ ؟

لأن شدة الصوت الأولى تتناسب طردياً مع مربع المسافة :
$1/(100)^2 I_1$
العلاقة السابقة تشير إلى تناسب شدة الصوت الأولى I_1 مع مربع المسافة.
بينما شدة الصوت الثانية I_2 تساوي تناسب شدة الصوت الأولى I_1 مع مربع المسافة $1/(100)^2$:
$I_2=1/(100)^2 I_1$

مسالة:
تبلغ شدة صوت تلميذ مدرسة على بعد 8 أمتار 45 ديسيبل .
كم تلميذ مدرسة نحتاج على المسافة ذاتها حتى نحصل على صوتٍ تبلغ شدته 75 ديسيبل كحدٍ أدنى؟
نستحضر العلاقة الخاصة بمستوى الصوت:
$\beta_2-\beta_1=10 \log(I_2 / I_1)$
نستبدل الرموز بالأرقام المتوفرة:
مستوى الصوت الثاني β_2 هو شدة الصوت الدنيا التي نريد الحصول عليها أي 75 ديسيبل .
مستوى شدة الصوت الأول β_1 هو مستوى شدة صوت تلميذ مدرسة واحد أي 45 ديسيبل.
فتصبح لدينا المعادلة التالية:
$75-45=10 \log(I_2 / I_1)$
ننفذ عملية الطرح المعلقة فيصبح لدينا:
$30=10 \log(I_2 / I_1)$
الآن و حتى نتمكن من إزالة الرقم عشرة من الحد الثاني من المعادلة يتوجب علينا أن نقسم الحد الأول كذلك على عشرة :
$30/10=3$
فتصبح لدينا المعادلة التالية :
$3= \log(I_2 / I_1)$
و حتى نتمكن من إيجاد قيمة (I_2 / I_1) يتوجب علينا أن نجري عمليةً معاكسة للوغاريتم log .
ما هي العملية المعاكسة للوغاريتم العشري log ؟
إنها عملية رفع الرقم عشرة للقوة و هذه القوة التي يجب أن نرفع إليها الرقم عشرة تماثل اللوغاريتم log أي العدد 3 ، كما يتوجب علينا في الطرف الثاني كذلك أن نرفع الرقم عشرة لقوةٍ تماثل (I_2 / I_1) ليصبح لدينا:
$10^3=10^{\log(I_2 / I_1)}$

الوظيفة المعاكسة Inverse function
الجيب المرفوع للقوة السلبية ناقص واحد Sin^{-1} هو الوظيفة المعاكسة للجيب Sin.
الوظيفة المعاكسة للوغاريتم log هي الرفع للقوة .

ما هو اللوغاريتم؟

$\text{Log } 10 = 1 \quad 10^1 = 10$

لوغاريتم الرقم عشرة يساوي واحد كما أن 10 مرفوعة للقوة الأولى 1 تساوي 10

$\text{Log } 100 = 2 \quad 10^2 = 100$

لوغاريتم الرقم 100 يساوي 2 كما أن 100 مرفوعة للقوة الثانية 2 تساوي 100

$\text{Log } 1000 = 3 \quad 10^3 = 1000$

لوغاريتم الرقم 1000 يساوي 3 كما أن 10 مرفوعة للقوة الثالثة 3 1 تساوي 1000

$\text{Log } 10000 = 4 \quad 10^4 = 10000$

لوغاريتم الرقم 10000 يساوي 4 كما ان 10 مرفوعة للقوة الرابعة 4 تساوي 10000

$\text{Log } 100000 = 5 \quad 10^5 = 100000$

لوغاريتم الرقم 100000 يساوي 5 كما أن 10 مرفوعة للقوة الخامسة 5 تساوي 100000

و هكذا دواليك

يتناسب اللوغاريتم هنا مع عدد الأصفار.

$10 \log 10 = 10$

10 ضرب لوغاريتم الرقم 10 يساوي 10

$10 \log 100 = 20$

10 ضرب لوغاريتم مئة يساوي 20

$10 \log 1000 = 30$

10 ضرب لوغاريتم الف تساوي 30

$10 \log 10000 = 40$

10 ضرب لوغاريتم عشرة آلاف تساوي 40 .

و هكذا دوليك ...

اللوغاريتم بتناسب هنا مع عدد الأصفار.

للمزيد عن اللوغاريتم انظر كتابي الفيزياء و الرياضيات الممتعة.



Thermodynamics الديناميكا الحرارية

المعادلة الحرارية :

$q=mc\Delta t$

حيث :

q الحرارة

mالكتلة

c الحرارة النوعية

Δt مقدار التغير في درجة الحرارة.

في كل خطوة يحدث فيها تغيرٌ في حالة المادة من صلبة إلى سائلة أو من سائلة إلى غازية فإننا نستخدم المعادلة التالية :

$q=+/-ml$

حيث :

q درجة الحرارة

M الكتلة

L حرارة مصدر الطاقة
تدل شارة الموجب + على مقدار الحرارة الذي تتم إضافته بينما تدل شارة السالب – على مقدار الحرارة الذي يتم سحبه من المادة.

الاستطاعة تساوي الحرارة/ الزمن.
$P=q/t$
الزمن يساوي الحرارة/الاستطاعة .
$T=q/p$

specific heat الحرارة النوعية

الحرارة النوعية هي مقدار الحرارة اللازمة لرفع حرارة غرام واحد من المادة درجة مئوية واحدة.

مسألة:
كم من الحرارة يتطلب رفع درجة حرارة 60 غرام من الجليد من درجة حرارة قدرها ناقص -25° مئوية إلى 160° درجة مئوية إذا استخدمنا فرناً تبلغ قوته 300w؟

تتمثل الخطوة الأولى في رفع درجة حرارة الجليد إلى درجة الذوبان إي إلى الدرجة صفر مئوية 0C°
المعادلة الحرارية :

$q=mc\Delta t$
حيث :
q الحرارة
mالكتلة
c الحرارة النوعية
Δt مقدار التغير في درجة الحرارة.
درجة الحرارة اللازمةq تساوي الكتلة mضرب الحرارة النوعيةc ضرب مقدار التغير في درجة الحرارة Δt.

بداية نقوم بتحويل كتلة المادة موضوع المسألة أي الجليد من وحدة الغرام إلى وحدة الكيلو غرام:
الكتلة$m=(60g)(1kg/1000g)=60\times(1\div1000)=60\div0.001=0.06kg$
أي 6 بالمئة من الكيلو غرام.
لماذا؟
لأن الحرارة النوعية تعطى بوحدة الجول على الكيلو غرام و ليس على الغرام و لذلك فإننا نجرس التحويل حتى تكون الوحدات المستخدمة في المعادلة متناسبة مع بعضها.

الحرارة النوعية للجليد C_{ice} و فق جداول الحرارة النوعية المعتمدة تساوي :

$2050 J\ Kg^{-1}\ C^{\circ -1}$

أي أن الحرارة النوعية للجليد C_{ice} تساوي 2050 كيلو جول.

Δt مقدار التغير في درجة الحرارة من درجة الحرارة السلبية -25° التي هي درجة حرارة الجليد في المسألة إلى درجة الصفر مئوية و هي درجة ذوبان الجليد أي أن مقدار التغير في درجة الحرارة Δt يساوي (0--25)

و بذلك تصبح معادلتنا على الصورة التالية :

$q=mc\Delta t$

$q=(0.06)(2050)(0- -25)=$

$0.06\times2050\times(0- -25)=-3075\ J$

أي 3075 جول و لكن يتوجب علي أن أزيل شارة السالب من الإجابة فتصبح إجابة المسألة الرقم الموجب 3075 جول.

حساب الزمن اللازم لإنجاز عملية التسخين :

$T=q/p=3075/300=10.25$

الزمن اللازم لإنجاز عملية التسخين يساوي مقدار الحرارة اللازمة للتسخين بالجول و هي تساوي 3075 جول تقسيم الاستطاعة أي استطاعة مصدر الطاقة بالوات و هي تساوي 300 وات أي أن الزمن اللازم للتسخين يساوي 10.25 ثانية.

المرحلة الثانية من الحل:

و الآن و بعد ان تمكنا من إذابة الجليد و تحويله إلى ماء درجة حرارته صفر مئوية سنقوم برفع درجة حرارته إلى درجة الغليان أي 100 درجة مئوية و سنستخدم مجدداً معادلة إيجاد الحرار ة اللازمة:

$q=mc\Delta t$

حيث :

q الحرارة

m الكتلة

c الحرارة النوعية

Δt مقدار التغير في درجة الحرارة.

درجة الحرارة اللازمة q تساوي الكتلة m ضرب الحرارة النوعية c ضرب مقدار التغير في درجة الحرارة Δt.

الكتلة m أي كتلة الجليد الذائب أو الماء 0.060 كيلو غرام .

الحرارة النوعية للماء C_{water} تساوي $4180\ J/Kg^{-0}\ C^{-1}$ أي 4180 جول في الكيلو غرام .

مقدار تغير درجة الحرارة Δt من صفر إلى درجة الغليان أي 100 درجة مئوية (100-0)

و بالتالي تصبح معادلة رفع درجة الحرارة من صفر درجة إلى درجة الغليان أي 100 درجة مئوية على الصورة التالية:

$q=mc\Delta t$

$q=(0.060)(4180)(100)=$



طبعاً بما أن الحرارة النوعية تعطى بوحدة الجول على الكيلو غرام و ليس بوحدة الغرام فلابد من تحويل كمية 60 غرام من وحدة الغرام إلى كيلو غرام و بالطبع فإن 60 غرام تساوي 60 بالألف من الكيلو غرام أي 0.060

$1000\times0.060=60$

و بالتالي تصبح المعادلة على الصورة التالية:

$q=mc\Delta t$

$q=0.060\times4180\times(100-0)=25080J$

مقدار الحرارة اللازم لرفع درجة حرارة 60 غرام من الماء من درجة الصفر المئوية إلى درجة الغليان أي 100 درجة مئوية هي J25080 جول.

حساب الزمن اللازم لإنجاز عملية التسخين :

لحساب الزمن اللازم لإنجاز عملية التسخين نستخدم معادلة حساب الزمن اللازم لرفع أو خفض حرارة مادةٍ ما هي:

$T=q/p=25080/300=83.6S$

الزمن اللازم لرفع درجة الحرارة يساوي مقدار الحرارة اللازمة أي 25080 جول تقسيم استطاعة المصدر الحراري و هو في مسألتنا هذه يساوي 300 وات أي أن الزمن اللازم لعملية التسخين يساوي 83.6 ثانية.

قيمة ثابتة:

مقدار الحرارة اللازمة لتبخير الماء و تحويله من الحالة السائلة إلى بخار $L_{water\ to\ steam}$ تساوي القيمة الثابتة:

$L_{water\ to\ steam}=2.26\times10^6\ J/Kg$

$q=+ml$

مقدار الحرارة اللازم يساوي الكتلة أي كتلة الماء 0.060 ضرب مقدار الحرارة اللازمة لتبخير الماء و تحويله من سائل إلى بخار $L_{water\ to\ steam}$ أي 2.26×10^6 :

$q=(0.060)(2.26\times10^6)=135600\ J/Kg$

135600 جول للكيلو غرام الواحد.

الآن بعد أن تمكنا من حساب مقدار الحرارة اللازمة لإنجاز هذه العملية نحسب الزمن الذي سوف تستغرقه عملية التبخير مستخدمين معادلة حساب الزمن:

$t=q/p=135600/300=452$

$t=q/p$ الزمن t يساوي الحرارة q تقسيم الاستطاعة p

$t=q/p$ الزمن t يساوي الحرارة 135600 تقسيم الاستطاعة 300 (استطاعة مصدر الحرارة).

الزمن اللازم لإنجاز عملية تبخير الماء يساوي 452 ثانية .

الآن نصل إلى الخطوة الأخيرة و هي عملية رفع درجة حرارة البخار من 100 درجة مئوية إلى 160 درجة مئوية .

معادلة تغيير درجة حرارة المادة زيادةً أو نقصاناً :

$q=mc\Delta t$

q الحرارة اللازمة تساوي الكتلة mضرب الحرارة النوعية c ضرب مقدار تغير درجة الحرارةΔt .

ما هي الحرارة النوعية للبخار C_{steam}؟

إنها تساوي :

$2010\ J/Kg^{-1}\ C°^{-1}$

نعوض الرموز بالأرقام المتوفرة لدينا:

$q=(0.060)(2010)((160-100)=$

$0.060\times2010\times60=7236\ J$

إذاً فإن مقدار الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة كتلة قدرها 60 غرام من البخار من 100° درجة إلى 160° درجة مئوية تبلغ 72360 جول.

الآن نصل إلى الطلب الأخير و هو حساب الزمن اللازم لإنجاز هذه العملية.

$t=q/p$

الزمنt يساوي مقدار الحرارة اللازمة q مقاسة بالجول على الكيلو غرام تقسيم استطاعة مصدر الطاقة p مقاسةً بالوات w و في مسألتنا هذه فإن استطاعة مصدر الطاقة تبلغ 300 وات.

$T=72360/300=241.2\ S$

أي أن الزمن اللازم لإنجاز هذه العملية يبلغ 241.2 ثانية.

الآن لحساب إجمالي مقدار الحرارة اللازم لتنفيذ العمليات السابقة جميعاً و لرفع درجة حرارة 60 غرام من الجليد من -25° درجة مئوية إلى 160° درجة مئوية فإننا نجمع مقادير الحرارة اللازمة كلها مع بعضها البعض :

$135600+25680+7236+3075=185151$

أي أن إجمالي مقدار الحرارة اللازم لرفع درجة حرارة 60 غرام من الجليد من -25° درجة مئوية إلى 160° درجة مئوية يبلغ 185151 جول.

من الملاحظ أن المقدار الأكبر من الطاقة الحرارية أي 135600 كان مقدار الحرارة اللازم لتبخير الماء و تحويله من حالته السائلة إلى بخار و هو مقدارٌ يفوق مقدار الحرارة اللازمة لإنجاز جميع العمليات الأخرى مجتمعةً.

مسألة 2 :

تم إسقاط كرة حديدية تبلغ كتلتها 600 غرام و تبلغ حرارتها 800 درجة مئوية في 300 غرام من الماء موضوعة ضمن مقياس كالوري calorimeter نحاسي تبلغ كتلته 240 غرام .
كم تبلغ درجة حرارة المنظومة السابقة بأكملها إذا كانت درجة حرارة بقية المكونات 30 درجة مئوية في حال لم يحصل أي فقدٍ أو ضياع في درجات الحرارة؟

نستخدم في حل المسألة السابقة المعادلة الحرارية لحساب مقدار الحرارة
$mc\Delta t$
أي الكتلة m ضرب الحرارة النوعية c ضرب مقدار تغير درجة الحرارة Δt.
و بما أنه ليس هنالك فاقدٌ أو ضياعاتٌ حرارية فإننا سوف نضيف صفراً للمواد الثلاثة المذكورة في هذه المسألة.

حساب حرارة الحديد النهائية في المسألة :
الحرارة النوعية للحديد C_{iron} :
C_{iron}=450 J/Kg
الحرارة النوعية للحديد C_{iron} تساوي 450 جول على الكيلو غرام.
حساب حرارة الحديد في المسألة :
$q_{iron}=mc\Delta t=(0.600)(450)(T_f- 800)$
حرارة الحديد q_{iron} تساوي كتلة mالحديد 0.600 كيلو غرام أي 600 غرام ضرب الحرارة النوعية للحديد C_{iron} أي 450 جول \كيلو غرام ضرب الحرارة النهائية T_f للحديد (مجهول المسألة ؟) ناقص الحرارة الابتدائية للحديد أي 800° درجة مئوية .

حساب حرارة الماء النهائية :
الحرارة النوعية للماء C_{water}
C_{water}=4180 J/Kg
الحرارة النوعية للماء 4180 جول على الكيلو غرام.
معادلة حساب حرارة الماء النهائية :
$q_{water}=mc\Delta t=(0.300)(4180)(T_f - 30°)$
حرارة الماء q_{wate} تساوي الكتلة mأي كتلة الماء و هي هنا 300 غرام أي 0.300 كيلو غرام ضرب الحرارة النوعية c للماء أي 4180 ضرب مقدار التغير في درجة الحرارة Δt (أي الحرارة النهائية T_f و هي قيمةٌ مجهولة ناقص الحرارة الابتدائية و هي كما تعلم في المسألة تبلغ 30 درجة مئوية.

طبعاً بما أن الحرارة النوعية تعطى بوحدة الجول على الكيلو غرام فقد قمنا بتحويل الكتلة من وحدة الغرام 300 غرام إلى ما يناسبها بالكيلو غرام أي 0.300 كيلو غرام أي 300 بالألف لأن 300 غرام تساوي 300 بالألف من الكيلو غرام ، و كنا قد فعلنا الشيء ذاته مع الحديد.

حساب حرارة النحاس النهائية q_{copper}
الحرارة النوعية للنحاس C_{copper} 390 J/Kg جول على الكيلو غرام.
$Q_{copper}=mc\Delta t=(0.240)(390)(T_f - 30°)$

حرارة النحاس Q_{coppe} تساوي الكتلة mأي كتلة النحاس و هي هنا 0.240 ضرب الحرارة النوعية للنحاس C_{coppe} 390 جول على الكيلو غرام ضرب الحرارة النهائيةT_f للنحاس (مجهولة) ناقص الحرارة الابتدائية للنحاس 30 درجة مئوية.

طبعاً بما أن الحرارة النوعية تعطى بالجول على الكيلو غرام فقد قمنا بتحويل كتلة النحاس من 240 غرام إلى 0.240 كيلو غرام أي 240 بالألف من الكيلو غرام لأنه لا يجوز أن تتباين الوحدات المستخدمة في القياس في معادلةٍ واحدة.

$\sum q=0$

المجموع$\sum$ الحراري q يساوي الصفر.

الأن نقوم بجمع المعادلات الحرارية السابقة جميعاً مع بعضها البعض و نحن نعلم بأن مجموعها $\sum$يساوي الصفر غير أن الهدف من العملية يتمثل في معرفة درجة الحرارة النهائية T_f للمنظومة بأكملها فنقول:

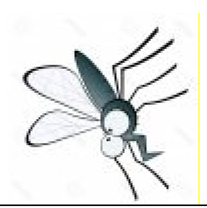
$$(0.600)(450)(T_f-800)+(0.300)(4180)(T_f-30)+(0.240)(390)(Tf-30)=0$$

كما ترون فإن لدينا ثلاث عمليات جمع تتم على ثلاث مجموعات كما أن لدينا عدة عمليات ضرب في كل مجموعة مع بعضها البعض ، كما أن لدينا في كل عملية ضرب ثلاثة أقواس ، و القوس الأخيرة تتضمن عملية طرح أي عملية طرح رقمٍ من عنصرٍ مجهول هو T_f أي درجة الحرارة النهائية ، و لذلك فإننا سنقوم بالتالي:

سوف ننفذ كل عملية ضرب على مرحلتين :العملية الأولى سوف تتم مع العنصر الأول من القوس الثالثة أي العنصر المجهول T_f بينما سنجري عملية الضرب الثانية مع العنصر الثاني في القوس الثالثة أي الرقم.

و ماذا سنفعل بعملية الطرح الموجودة في كل قوسٍ ثالثة؟

إننا سوف نعتبر شارة الطرح شارة عنصرٍ سالب و من ثم فإننا سوف نُلحقها بالعنصر التالي لها و سوف نعتبره عنصراً سالباً :



$(A)(B)(C-D)=A\times B\times(C-D)=(A\times B\times C)-(A\times B\times D)$

إننا سوف نضرب العنصر الأولA مع العنصر الثانيB مع العنصر الأول من القوس الثالثة C.

ثم سوف نضرب العنصر الأول A مع العنصر الثانيB و العنصر الثاني من القوس الثالثةD .

و بعد ذلك سوف نطرح نتيجتي عمليتي الضرب من بعضهما البعض على اعتبار أن العملية الأساسية كانت عملية طرح .

لاحظ أنه كانت لدينا عمليتي ضرب خارجيتين بين الأقواس الثلاثة و عملية طرح داخلية واحدة ضمن القوس الثالثة (A)(B)(C-D) ثم أصبحت عمليات الضرب عملياتٍ داخلية ضمن الأقواس$(A\times B\times C)$ بينما أصبحت عملية الطرح عمليةً خارجية تجري خارج الأقواس:

$(A\times B\times C)-(A\times B\times D)$

مثال رقمي توضيحي:

A=2,B=3,C=6,D=5

$(2)(3)(6-5)=6$ $2\times3\times6-2\times3\times5=36-30=6$

الآن نطبق الطريقة السابقة على مسألتنا:

$(0.600)(450)(T_f-800)+(0.300)(4180)(T_f-30)+(0.240)(390)(Tf-30)=0$

كما ترون فإن لدينا ثلاث عمليات جمع سوف نجري كلاً منها على حدة و من ثم فإننا سوف نجمع النتائج في النهاية مع بعضها البعض ، كما أن لدينا ضمن كل مجموعة عمليتي ضرب :

العملية الأولى:

$(0.600)(450)(T_f-800)$

$0.600\times450\times T_f=270 T_f$

العملية الثانية:

نُلحق شارة الطرح بالعنصر الثاني 800 ليصبح رقماً سلبياً ثم نجري عملية الضرب الثانية "

$0.600\times450\times(-800)=216000$

فنحصل في النهاية على عملية الطرح التالية:

$270 T_f -216000$

العملية الثانية:

$(0.300)(4180)(T_f-30)$

$0.300\times4180\times T_f=1254 T_f$

$0.300\times4180\times(-30)=(-37620)$

لنحصل في النهاية على عملية الطرح التالية:

$1245 T_f- 37620$

العملية الثالثة:

$(0.240)(390)(Tf-30)$

$0.240\times390\times T_{f\times}=(-93.6 T_f)$

$0.420\times390\times(-30)=(-2908)$

فتصبح لدينا عملية الطرح التالية:

$93.6 T_f - 2908$

الآن نجمع النتائج السابقة جميعها مع بعضها البعض:

$270 T_f -216000+1245 T_f- 37620+93.6 T_f - 2908$

لاحظ كيف أننا ألحقنا شارة عملية الطرح بالعنصر التالي ليصبح عنصراً سلبياً.

الآن أصبحت لدينا ثلاث عمليات جمع :

$270\ T_f - 216000 + 1245\ T_f - 37620 + 93.6\ T_f - 2908$

كيف نتصرف في سلسلة عمليات الجمع و الطرح هذه التي تحوي عنصراً مجهولاً T_f؟

إننا سوف نجمع جميع الحدود التي لا تحتوي عنصراً مجهولاً مع بعضها البعض دون مراعاة شارة السالب :

$26000+37620+2908=66528$

كما أننا سوف نقوم بجمع الحدود التي تحوي عنصراً مجهولاً أو متغيراً أي T_f مع بعضها البعض لأنه لا يجوز أن نجمع حدين غير متشابهين مع بعضهما البعض ، أي أنه لا يجوز أن نجمع حدين يحويان متغيراً غير متماثل مع بعضهما البعض، كما لا يجوز أن نجمع حداً يحوي متغيراً مثل T_f مع حدٍ آخر لا يحتوي متغيراً مماثلاً .

$270\ T_f+1245\ T_f+93.6\ T_f=1608.6\ T_f$

و الآن سأقول بأن كلاً من هاتين النتيجتين متساويتين :

$66528=1608.6\ T_f$

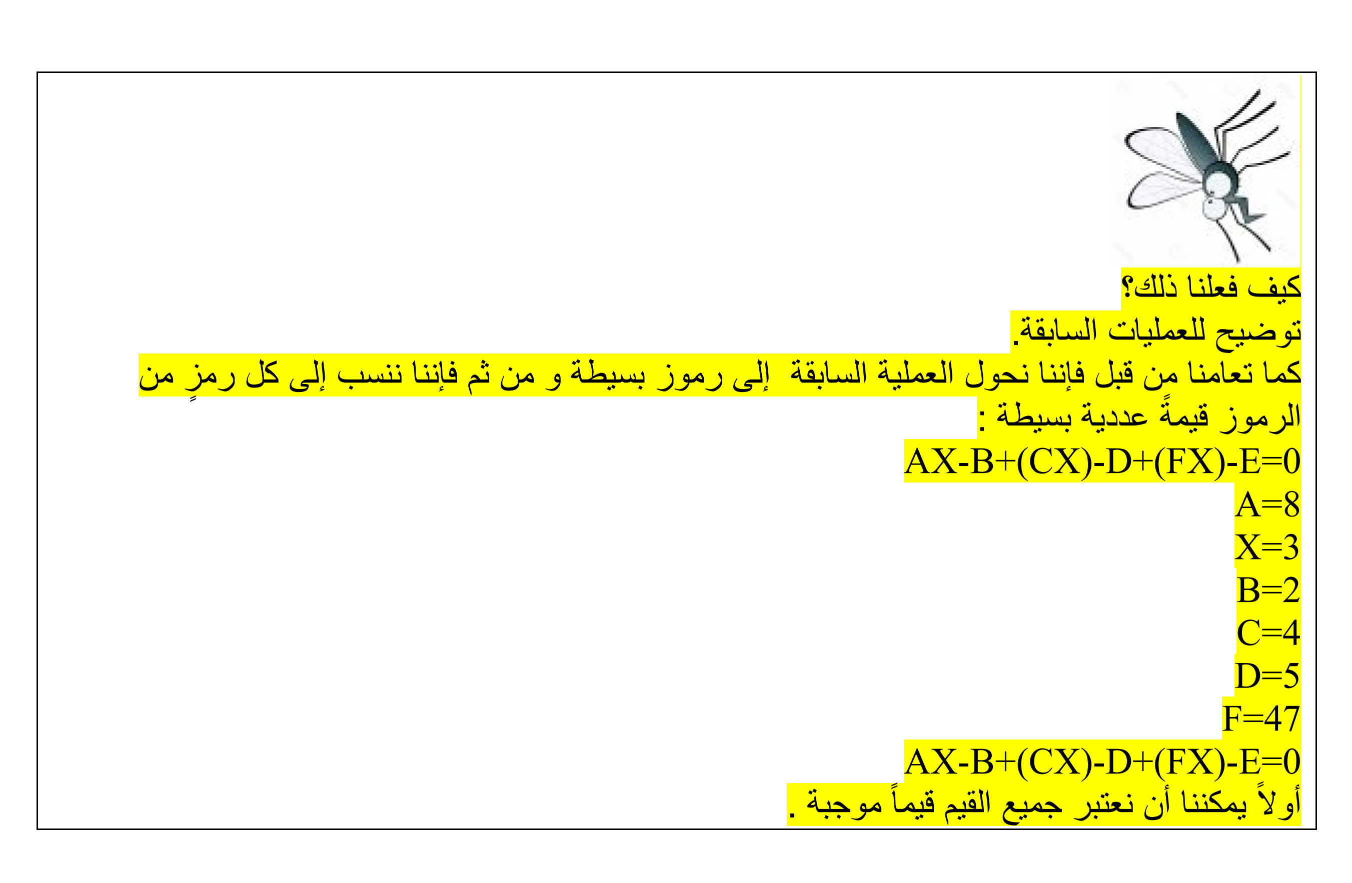
و بذلك تصبح لدي عملية ضرب تحوي عنصراً مجهولاً و نتيجة و حدٌ معلوم :

$1608.6\times T_f=66528$

لمعرفة قيمة العنصر المجهول T_f أجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب أي أنني أجري عملية قسمة و بالطبع فإنني سوف أقسم النتيجة على الحد المعلوم حتى أعرف قيمة المجهول T_f.

$66528\div 1608.6=41.3$

أي أن مجهول المسألة T_f أي الحرارة النهائية للمنظومة تساوي $41.3°$ درجة مئوية.



كيف فعلنا ذلك؟

توضيح للعمليات السابقة.

كما تعامنا من قبل فإننا نحول العملية السابقة إلى رموز بسيطة و من ثم فإننا ننسب إلى كل رمزٍ من الرموز قيمةً عددية بسيطة :

$AX-B+(CX)-D+(FX)-E=0$

$A=8$

$X=3$

$B=2$

$C=4$

$D=5$

$F=47$

$AX-B+(CX)-D+(FX)-E=0$

أولاً يمكننا أن نعتبر جميع القيم قيماً موجبة .

ثانياً بما أن ناتج العملية السابقة يساوي الصفر فإن محصلة جمع عمليات ناتج عمليات الضرب مع بعضها البعض يجب أن يساوي محصلة جمع المطروحات من عمليات الضرب مع بعضها البعض دون اعتبارٍ لشارة الطرح و دون اعتبار الأرقام المسبوقة بشارة طرح أرقاماً سلبية .
لنتأكد من هذا الأمر.

$AX +(CX) +(FX) =$

$A\times X +(C\times X) +(F\times X) =$

$8\times 3 +(4\times 3) +(6\times 3) =54$

كما أن حاصل جمع جميع المطروحات من عمليات الضرب مع بعضها البعض :

$B+D+E=$

$2+5+47=54$

إذاً فإن حاصل جمع ناتج عمليات الضرب جميعها مع بعضها البعض يساوي حاصل جمع المطروحات من عمليات الضرب مع بعضها البعض إذا كان ناتج العملية بأسرها هو الصفر.
إذاً فإن كل ما قمنا به صحيحٌ من الناحية الرياضية.

ما أردت إثباته هنا هو أنه في عملية رياضية نتيجتها الصفر إذا كانت لدينا سلسلة عمليات جمعٍ تحتوي كلاًّ منها على عملية ضرب عنصرين ببعضهما البعض و عملية طرح عنصرٍ فإن ناتج جمْع جميع عمليات الضرب ببعضها البعض يساوي ناتج جمع جميع العناصر المطروحة مع بعضها البعض:

$AX-B+(CX)-D+(FX)-E=0$

$AX+CX+FX=B+D+E=0$

مسألة :
وضعنا 70 غرام من الثلج تبلغ درجة حرارته -7 درجة مئوية في 700 غرام من ماءٍ درجة حرارته 77 درجة مئوية.
على اعتبار أن المنظومة السابقة تصل إلى حالة التوازن سريعاً فما هي درجة الحرارة النهائية لهذه المنظومة بأسرها؟
بما أن المزيج السابق و كما قيل لنا سيصل سريعاً إلى حالة التوازن فهذا يعني بأنه لن يحدث الكثير من التبادل الحراري بينه و بين الوسط المحيط و لن تحدث الكثير من الضياعات و هذا يعني بأن المجموع

الحراري النهائي للمزيج السابق يساوي الصفر ، و السؤال الذي يطرح نفسه هنا هو :هل سيذوب الثلج بأكمله في الماء أم أن بعضاً منه سيبقى على حالته.
لنفترض بأن الثلج قد ذاب بشكلٍ جزئي و أنه لم يذب بشكلٍ كلي –إذا كان افتراضنا هذا خاطئاً فإن النتيجة النهائية ستكون غير منطقية أي أن مقدار الثلج سيكون ذو قيمةٍ سلبية أو أنه سيكون أكبر من مقداره الحقيقي
.

إذا ذاب الثلج بشكلٍ جزئي فإن الحرارة النهائية للمنظومة ستكون صفر درجة مئوية أي أنه سيكون قد حدث تسخينٌ للثلج من درجة -7° (ناقص 7) مئوية و التي هي درجة حرارة الثلج في المسألة إلى درجة صفر مئوية و هي درجة ذوبان الثلج .
نستخدم المعادلة الحرارية :
$q=mc\Delta t$
الحرارةq تساوي الكتلةm ضرب الحرارة النوعيةc ضرب مقدار تغير درجة الحرارة Δt
و بالطبع بما أن الحرارة النوعية تعطى بالجول على الكيلو غرام فيجب علينا أن نحول الأوزان جميعها من غرام إلى كيلو غرام أي أن 70 غرام من الثلج سوف تصبح 0.070 أي 70 بالألف .
$0.070\times1000=70$
نعوض الرموز بالأرقام المتوفرة:
$(0.070)(2050)(0- -7)=1004.5$
و بيان ذلك أن الكتلة أي كتلة الثلج تساوي 70 غرام أي 70 بالألف من الكيلو غرام 0.070 ضرب الحرارة النوعية للثلج و هي 2050 ضرب مقدار تغير درجة الحرارة و هو من ناقص 7 مئوية على صفر .
إن المعادلة السابقة تبين لنا بأن رفع درجة حرارة الثلج من ناقص 7 درجات مئوية إلى درجة الصفر يتطلب 1004.5 جول.

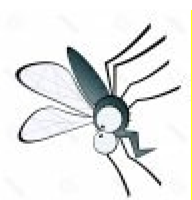
الخطوة الثانية تبريد الماء من 77 درجة مئوية إلى درجة الصفر .
نستخدم المعادلة الحرارية :
$q=mc\Delta t$
الحرارة اللازمةq تساوي الكتلةm ضرب الحرارة النوعيةc ضرب مقدار تغير درجة الحرارة Δt
الكتلة mهنا هي كتلة الماء و بما أن الحرارة النوعية cتعطى بوحدة الجول على الكيلو غرام فيجب أن تكون جميع وحدات قياس الوزن بالكيلو غرام أي أن 0.700 غرام من الماء
الحرارة اللازمةq لتبريد الماء من 77 إلى صفر درجة مئوية تساوي الكتلةm أي كتلة الماء أي0.700 غرام ماء ضرب الحرارة النوعيةc للماء أي 4180 ضرب معدل تغير درجة الحرارةΔt أي انخفاض درجة الحرارة من 77 درجة مئوية إلى الصفر (0-77)
بالنسبة لمقدار التغير في درجة الحرارة فإننا مبدئياً عندما يكون التغير نحو الأعلى أي عندما يكون التغير تغيراً إيجابياً على شكل زيادةٍ في درجة الخرارة فإننا نستخدم قيمةً موجبة، أما عندما يكون التغير سلبياً ، أي عندما يكون التغير عبارةٌ عن نقصٍ في درجة الحرارة (تبريد) فإننا نستخدم قيماً سلبية .

و بما أننا نقوم هنا بتبريد الماء بالثلج فإننا سوف نستخدم قيمةً سلبية هي مقدار تغير درجة الحرارة أي -77 درجة مئوية ، و بذلك تصبح المعادلة على الصورة التالية:
$(0.700)(4180)(0-77)=(-225302)J$

أي أننا نحتاج إلى ناقص -225302 جول حتى نخفض درجة حرارة الماء من 77 درجة مئوية إلى الصفر.

بما أن الحرارة النوعية تعطى بوحدة الجول على الكيلوغرام فيجب أن يتم تحويل بقية الوحدات إلى الكيلو غرام و لذلك فقد حولنا 700 غرام إلى 0.700 أي 700 بالألف أي 700 غرام من ألف غرام.
ما الذي سوف يحدث لو أننا وضعنا الرقم 700 غرام في المعادلة كما هو دون تحويل؟
إن المعادلة سوف تتعامل مع هذا الرقم على أنه 700 كيلو غرام و ليس على أنه 700 غرام.

ماذا لوحدث ذوبانٌ جزئي للثلج؟
إننا سوف نحسب ذلك وفق القانون :
$q=+mL$
إن المعادلة السابقة تستخدم في قياس الطاقة الحرارية في الكتلة .
أما فإنها تمثل الحرارة النوعية لمصباح التسخين في المخابر و هي تساوي (3.34×10^5)
أما ناتج هذه المعادلة فإنه يعطى بوحدة الجول في الكيلو غرام .
تستخدم المعادلة السابقة في قياس الحرارة التي تقوم كتلةٌ ما من المادة بامتصاصها أو إصدارها.
كما ذكرت سابقاً و بما أنه ليست هنالك أية ضياعاتٍ حرارية فإن المحصلة الحرارية النهائية تساوي الصفر:
$\sum=0$
و الآن نقوم بجمع النتائج الثلاثة التي توصلنا إليها مع بعضها البعض :
$1004.5+(-225302)+m(3.34\times10^5)=0$
طبعاً لدينا هنا علاقة جمع رقمٍ موجب هو 1004.5 مع رقمٍ سالب هو -225302 .



إذاً تتابعت شارة الجمع + مع شارة رقم سلبي (-) فإننا ندمج هاتين الشارتين في شارةٍ واحدة هي شارة الطرح (-) ، أي أن علاقة جمع رقم موجب مع رقم سلبي تصبح علاقة طرح رقمين موجبين من بعضهما البعض ، و هذا بالضبط ما تقوم به الآلات الحاسبة عندما ندخل إليها شارتي جمع و طرح متعاقبتين.

و نحن نعلم بأن ناتج عملية الجمع هذه تساوي الصفر.
و بالطبع فإن الرقم (3.34×10^5) يساوي 334000 أما الكتلة فإنها مجهولة غير أنه قد أصبح بإمكاننا أن نقوم بحاسبها لأن العلاقة السابقة قد أصبحت على الصورة التالية:
$1004.5-225302+(m\times334000)=0$
و بذلك فقد أصبحت لدينا معادلة صفرية نتيجتها الصفر تحوي عنصراً مجهولاً (الكتلة) m.
ننفذ العمليات الرياضية الرقمية المعلقة القابلة للتنفيذ :
كما ترون فإن لدينا عملية طرح معلقة نقوم بتنفيذها فنقول:
$1004.5-225302=(-224297.5)$
فتصبح معادلتنا السابقة على الصورة التالية:
$-224297.5+(m\times334000)=0$

إذاً فإن لدينا رقمٌ سلبي هو الرقم 224297.5- إذا جمعناه مع رقم آخر هو حاصل ضرب الكتلة m مع الرقم 334000 فإن الناتج سيكون صفراً.
ما هو الرقم الذي إذا جمعناه مع رقمٍ سلبي كان الناتج صفر؟
بالطبع إنه النظير الإيجابي لذلك الرقم أي أن :
$-224297.5+224297.5=0$
إذاً فإن الكتلةm المجهولة ضرب 334000 تساوي الرقم الموجب 224297.5
$m\times334000=224297.5$
أي أننا لإيجاد المجهول (الكتلة) فإننا نجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب فنقسم النتيجة على المعلوم الثاني:
$224297.5\div334000=0.68$ kg
علينا الانتباه هنا إلى أن النتيجة تعطى بالكيلو غرام و ليس بالغرام أي أن الكتلة أي كتلة الثلج تساوي 680 غرام.

إذاً فإن كتلة الثلج تبلغ 680 غرام.
ما رأيكم بهذه النتيجة؟
إنها بالتأكيد نتيجةٌ خاطئة بالرغم من أن خطوات الحل كانت صحيحةً من الناحية الرياضية إذ أن كمية الثلج الأصلية كانت 70 غرام فكيف ازدادت لتصبح 680 غرام ؟
إن هذا يعني بأن افتراضاتنا الأولى لم تكن صائبة و لذلك سنفترض فرضيةً أخرى و هي أن كامل كمية الثلج قد ذابت في الماء.

المرحلة الأولى :
تسخين الثلج من   ناقص -7 درجات مئوية كما ورد في المسألة إلى درجة الصفر:
$q=mc\Delta t$
مقدار الحرارة q يساوي الكتلةm أي كتلة الثلج و تبلغ 0.070 غرام أي 70 بالألف أي 70 غرام من واحد كيلو غرام و بالطبع بما أن الحرارة النوعية تعطى بوجده الجول على الكيلو غرام فإننا قمنا بتحويل 70 غرام من وحدة الغرام إلى كيلو غرام 0.070 أي 70 بالألف ، و لو أننا وضعنا الرقم 70 في المعادلة كما هو فإن المعادلة سوف تتعامل مع هذا الرقم على أنه 70 كيلو غرام و ليس 70 غرام.
$q=mc\Delta t$
إذاً فإن كتلة الثلج mضرب الحرارة النوعيةc للثلج و هي تساوي 2050 جول على الكيلو غرام ضرب مقدار التغير في درجة الحرارة Δt و مقدارها من ناقص -7 درجاتٍ مئوية إلى الصفر (7- -0) .
و بالطبع بما أن تغير درجة الحرارة هو نحو الأعلى و الزيادة فإننا سوف نعتبر العدد 7 عدداً موجباً لتصبح معادلتنا على الصورة التالية:
$0.070\times2050\times7=1004.5$

في حال ذوبان الثلج بـأكمله:
$Q=+ml$
الحرارة اللازمة تساوي الكتلة أي كتلة الثلج و هي تساوي 0.070 ضرب حرارة شعلة مصباح اللهب و هي تساوي 3.34×10^5 أي 334000 .
$(0.070)(3.34\times10^5)=0.070\times334000=23380$

المرحلة الثالثة:

تسخين الثلج المذاب من صفر درجة مئوية إلى الحرارة النهائية T_f (مجهول) :

$q=mc\Delta=(0.070)(4180)(T_f-0)$

الحرارة اللازمة تساوي الكتلة أي كتلة الثلج 0.070 كيلو غرام ضرب الحرارة النوعية 4180 ضرب مقدار تغير درجة الحرارة أي من صفر درجة مئوية إلى درجة الحرارة النهائية T_f

$0.070\times4180\times(T_f-0)=292.6\ T_f$

المرحلة الرابعة:

تبريد الماء من 77 درجة مئوية إلى درجة الحرارة النهائية T_f

$q=mc\Delta t$

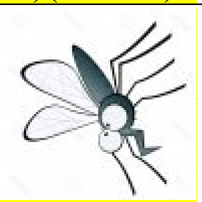
الحرارة تساوي الكتلة أي كتلة الماء و تبلغ 700 غرام ضرب الحرارة النوعية للماء أي 4180 جول على الكيلو غرام ضرب مقدار التغير في درجة الحرارة و التحول من 77 درجة مئوية إلى الحرارة النهائية T_f و بالطبع بما أن العملية هنا هي عملية تبريد فإننا سوف نعتبر القيمة 77 قيمةً سلبية أي -77 درجة مئوية.

بالنسبة لكمية الماء فإنها تبلغ 700 غرام و لكن و بما أن الحرارة النوعية تعطى بوحدة الكيلو غرام فقد حولنا 700 غرام إلى وحدة الكيلو غرام لتصبح 0.700 غرام أي 700 بالألف :

$0.700\times1000=700$

بما أن الكيلو غرام يساوي 1000 غرام فإن 700 غرام تساوي 700 بالألف لتصبح لدينا المعادلة التالية:

$q=mc\Delta t=(0.700)(4180)(T_f-77)=$



كيف نجري عملية الضرب السابقة؟

هذه الحالة مرت معنا سابقاً (القوس الثالثة تحوي عملية طرح)

كيف نجري عملية الضرب هذه؟

$q=mc\Delta t=(0.700)(4180)(T_f-77)=$

نضرب القوس الأولى(0.700) مع القوس الثانية (4180) مع العنصر الأول من القوس الثالثة T_f

$(0.700)(4180)(T_f)=2926T_f$

نضرب القوس الأولى(0.700) مع القوس الثانية (4180) مع العنصر الثاني77 – من القوس الثالثة T_f

و لكن ما الذي نفعله بعملية الطرح؟

إننا نلحق شارة الطرح (-) بالمطروح منه أي 77 فنعتبره عنصراً سلبياً -77 :

$(0.700)(4180)(-77)=(-225302)$

الآن نضع النتيجة الأولى أولاً ثم نضع النتيجة السلبية الثانية ثانياً فتصبح لدينا بذلك عملية طرح:

$2926T_f-225302$

و الآن نجمع النتائج السابقة جميعاً مع بعضها البعض :

$1004.5+23380+292.6\ T_f+2926T_f-225302=0$



كيف نجري سلسلة العمليات هذه التي تحوي عنصراً مجهولاً هو الحرارة النهائية T_f مكرراً و التي تحوي كذلك عملية طرح و نتيجتها الصفر.

كما تعلمون فإن علم الجبر يقول لنا بأنه لا يجوز لنا أن نجمع حدوداً غير متماثلة مع بعضها البعض ،أي أنه لا يجوز لي أن أجمع حداً يحتوي العنصر T_f المجهول إلا مع حدٍ آخر يحوي ذلك العنصر المجهول و لذلك فإننا نقوم بجمع الحدود التي تحتوي العنصر المجهول T_f مع بعضها البعض:

$292.6\ T_f+2926T_f=3218.6\ T_f$

ثم أقوم بجمع الحدود التي لا تحوي عنصراً مجهولاً مع بعضها البعض:

$1004.5+23380+\ 225302=249686.5$

طبعاً أقوم بتجاهل شارة الطرح أو شارة الرقم السالب أي أنني أجمع الرقم السالب 225302 – مع بقية الأرقام و كأنه رقمٌ موجب اعتيادي:

و الآن سأقول بأن نتيجتي الجمع هاتين متساويتين أي أن :

$3218.6\ T_f=\ 249686.5$

و لقد أثبت لكم سابقاً بأنه في مثل هذه الحالة يكون هذين المقدارين فعلياً متساويين .

و الآن ماذا أصبح لدينا ؟

لقد أصبحت لدينا عملية ضربٍ تحوي نتيجةً معلومة و عنصراً مجهولاً مضروباً بعنصرٍ معلوم:

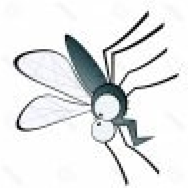
$3218.6\ T_f=\ 249686.5$

$3218.6\times\ T_f=\ 249686.5$

أي أننا لإيجاد قيمة العنصر المجهول T_f (الحرارة النهائية) أجري عمليةً معاكسة لعملية الضرب أي أنني أجري عمليةً قسمة بحيث أقسم الناتج على الحد المعلوم :

$24968.5\div3218.6=7.76°$

أي أن حرارة الماء النهائية هي 7.76° درجة مئوية .

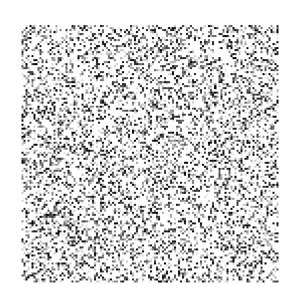


إذا كانت النتيجة تحت الصفر أي أنه إذا كانت النتيجة رقماً سلبياً فذلك يعني بأن الحل الذي توصلنا إليه خاطئ.

المسائل التي مرت معنا سابقاً هي من مسائل الديناميكا الحرارية thermodynamics (الثيرموديناميكا)

القانون الثاني في الديناميكا الحرارية:
Entropy الاعتلاج
الحرارة T_R temperature

العشوائية و الاعتلاج

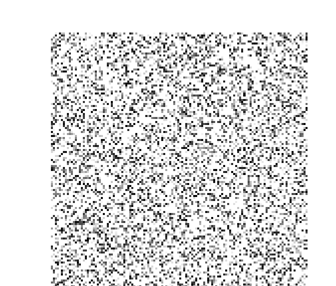


القانون الثاني في الديناميكا الحرارية:
يمكن لعشوائية أو اعتلاج **entropy** الكون أن تزداد و لكن لا يمكن لها أن تنقص.
إن المادة تمتلك قدراً أكبر من العشوائية و الاعتلاج عندما تكون في حالةٍ سائلة مما تمتلكه من عشوائية عندما تكون في حالةٍ صلبة لأنه في حالة المادة السائلة يمكن لجزيئات المادة أن تكون أكثر عشوائية مما تكون عليه عندما تكون المادة صلبة.
إن جزيئات الماء تكون بحالةٍ من الفوضى و العشوائية و لكن الماء عندما يتجمد متحولاً إلى ثلج فإن جزيئاته تصبح أكثر تنظيماً و لتحقيق ذلك يتوجب علينا أن نسحب الحرارة من الماء.

و السؤال الذي يطرح نفسه هنا هو : إذا كان الكون يميل نحو المزيد و المزيد من العشوائية فكيف يمكن للكون أن يحوي عناصر منتظمة كالكائنات الحية؟
إن الكون كلما أصبح أكثر عشوائية فإن اجزائه و مكوناته تصبح أكثر تنظيماً و دقة.

معادلة العشوائية و الاعتلاج **entropy**
معادلة العشوائية بالنسبة للعمليات التي تتم في حرارةٍ ثابتة:
$\Delta S \geq q/T$
حيث S يرمز للعشوائية **entropy و الاعتلاج**
q مقدار الحرارة المضافة للمنظومة.
T درجة الحرارة.

و في حال لم تكن درجة الحرارة ثابتة في المنظومة فإننا نستخدم درجة الحرارة الوسطى أو معدل درجات الحرارة average temperature



مسألة في الديناميكا الحرارية تابعة للمسألة السابقة :

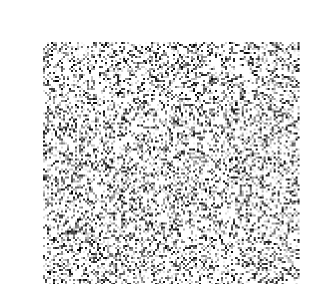
احسب بشكلٍ تقريبي مقدار تغير العشوائية الكونية entropy بالنسبة للمسألة السابقة:



تنبيه:

عند التعامل مع مسائل العشوائية يتوجب تحويل درجة الحرارة من درجة مئوية C°(سيلسيوس) إلى كالفن Kelvin (K) و ذلك بإضافة الرقم العشري 273.15 إلى درجة الحرارة المئوية.

C°+273.15=K



حساب مقدار تغير الاعتلاج عند تسخين الثلج من ناقص -7 درجة مئوية إلى 0 صفر درجة مئوية:

أولاً نحسب متوسط درجة الحرارة الدنيا أي -7 درجة مئوية و هو يساوي ناقص -3.5°C

T_{avg} متوسط أو معدل درجة الحرارة.

نقوم بتحويل متوسط درجة الحرارة T_{avg} أي ناقص -3.5°C من درجة مئوية (سيليوس) إلى كالفن و ذلك بإضافة الرقم العشري 273.15

3.5°C+273.15=276.65

و الآن نستخدم معادلة حساب مقدار تغير العشوائية:

$\Delta S=q/T_{avg}$

مقدار تغير العشوائيةΔS يساوي مقدار الحرارة اللازمة q بالجول على الكيلو غرام تقسيم معدل درجة الحرارة T_{avg} مقاساً بوحدة الكالفن

بدايةً نتذكر كيف قمنا بحساب درجة الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة 70 غرام من الثلج من ناقص -70 إلى صفر:

$Q=mc\Delta t$

الحرارة اللازمة تساوي الكتلة أي كتلة الثلج و هي هنا تساوي 0.070 غرام بالألف .
قمنا بتحويل 70 غرام إلى 70 بالألف من الكيلو غرام ضرب الحرارة النوعية للثلج C_{ice} و هي تساوي 2050 ضرب معدل تغير درجة الحرارة من ناقص -7 إلى صفر أي بزيادة 7 درجات :

$(0.070)(2050)(7)=1004.5$

نعود الآن إلى معادلة حساب معدل تغير العشوائية :

$\Delta S=q/T_{avg}$

مقدار تغير العشوائيةΔS يساوي مقدار الحرارة اللازمة q بالجول على الكيلو غرام1004.5 تقسيم معدل درجة الحرارة T_{avg} مقاساً بوحدة الكالفن أي 276.65 أي أنها تساوي 3.6 .

$\Delta S=q/T_{avg}=1004.5/276.65=3.6$

معدل تغير العشوائية

$\Delta S=3.6$

حساب معدل تغير الاعتلاج عند ذوبان كامل الثلج :
أولاً نتذكر سوياً كيف حسبنا الحرارة اللازمة لإذابة كل الثلج:

$q=+mL=(0.070)(3.34\times10^5)=0.070\times334000=23380$

و الآن نستخدم معادلة حساب تغير الاعتلاج عند ذوبان كامل كمية الثلج:

$\Delta S= q /T_{avg}=33380/273.15=122.2$

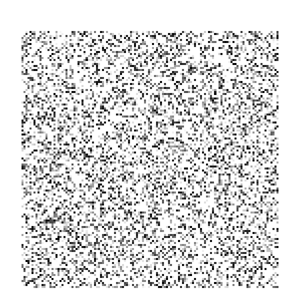
معدل تغير العشوائية ΔS عند ذوبان كل كمية الثلج يساوي الحرارة الازمةq لإذابة الثلج مقاسةُ بالجول على الكيلو غرام33380 تقسيم درجة الحرارة الوسطية T_{avg} بالكالفن 273.15.
بما أن درجة الحرارة هنا تساوي الصفر فإنها تصبح :

$0+273.15=273.15$

و بالتالي فإن معدل تغير الاعتلاج يساوي 122.15

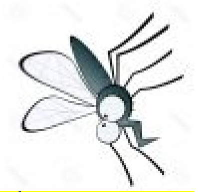
حساب معدل تغير الاعتلاج في ظرف الحرارة النهائية T_f
كما تذكرون فإننا كنا قد توصلنا في مسألة الديناميكا الحرارية السابقة إلى أن درجة الحرارة النهائية T_f تساوي 7.76 .

من الممكن ان نقوم بتدوير الرقم 7.76 ليصبح 8 درجات مئوية عندما لا تكون هنالك حاجة لإجابة دقيقة.
نحسب معدل الحرارة T_{avg} بالنسبة للحرارة النهائية T_f بوحدة الكالفن:
الحرارة النهلئية تساوي 7.76 .
معدل الحرارة النهائية يساوي الحرارة النهائية تقسيم 2 أي 7.76 تقسيم 2 يساوي 3.88 درجة مئوية و هي بوحدة الكالفن تساوي :
3.88+273.15=277.03K



حساب معدل تغير الاعتلاج عند تسخين الثلج الذائب من صفر درجة مئوية إلى الحرارة النهائية T_f أي 7.76 .
بدايةً نقوم بحساب مقدار الحرارة اللازمةq لتسخين الثلج المذاب من صفر درجة مئوية إلى درجة الحرارة النهائية أي 7.76 درجة :
$q = mc\Delta t$
مقدار الحرارة اللازمة q مقاسةً بالجول على الكيلو غرام تساوي الكتلةm أي كتلة الثلج و هي تساوي 70 غرام ضرب الحرارة النوعيةc للماء لأن الثلج بعد ذوبانه أصبح عبارة عن ماء و الحرارة النوعيةc للماء تساوي 4180 ضرب معدل تغير درجة الحرارةΔt إي من صفر إلى درجة الحرارة النهائية التي تساوي 7.76 أي مقدار التغير من صفر إلى 7.76 :
$q = mc\Delta t = (0.070)(4180)(7.76) = 2273.5$
مقدار الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة الماء من صفر درجة مئوية إلى درجة الحرارة النهائية T_f أي 7.76 درجة مئوية.

و الآن نحسب معدل تغير العشوائية عندما نرفع درجة الحرارة من صفر إلى درجة الحرارة النهائية T_f



مع الانتباه دائماً عند حساب العشوائية إلى ضرورة تحويل درجة الحرارة (هنا درجة الحرارة النهائية) من درجة حرارة مئوية (سيلسيوس) إلى كالفن.
كما ننتبه إلى ضرورة استخدام معدل الحرارة أو درجة الحرارة الوسطى عند رؤية الرمز T_{avg} و ليس الحرارة الاعتيادية.

و علينا الانتباه كذلك إلى أن الحرارة هنا هي معدل الحرارة أو متوسط درجة الحرارة T_{avg} النهائية مع الانتباه إلى ضرورة تغيير درجة الحرارة النهائية T_f من درجة مئوية (سيلسيوس) Celsius إلى كالفن.
و كما تذكرون فإن درجة الحرارة النهائية T_f كانت تساوي 7.76 .
حساب معدل أو متوسط درجة الحرارة النهائية:
$7.76 \div 2 = 3.88$
حساب درجة الحرارة النهائية بالكالفن :
$3.88 + 273.15 = 277.03K$
نطبق قانون حساب الاعتلاج:

نعود الآن إلى معادلة حساب معدل تغير الاعتلاج :
$\Delta S = q/T_{avg}$
مقدار تغير الاعتلاجΔS يساوي مقدار الحرارة اللازمة q بالجول على الكيلو غرام2273.5 تقسيم معدل درجة الحرارة T_{avg} مقاساً بوحدة الكالفن أي 277.03 أي أنها تساوي 8.2 .
$\Delta S = q/T_{avg} = 2273.5/277.03 = 8.2$
$\Delta S = 8.2$

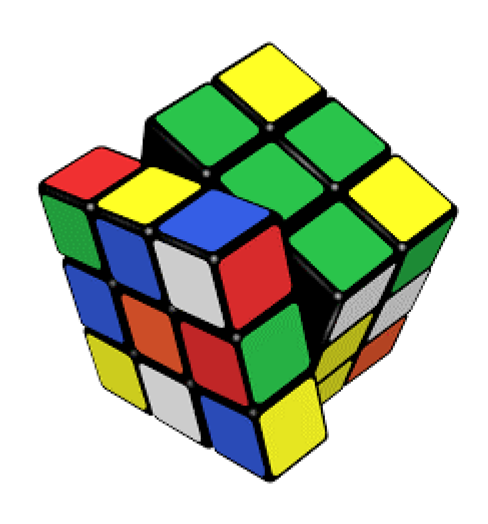
و الآن لحساب مجموع معدل تغيير الاعتلاج فإننا نجمع معدلات تغير الاعتلاج ΔS التي توصلنا إليها جميعها مع بعضها البعض .
$\sum \Delta S$ مجموع معدلات تغير الاعتلاج
$\sum$ مجموع .
بالرغم من أن معدل تغير الاعتلاج يكون في هبوطٍ مستمر فإن مجموع معدل تغير العشوائية يكون ذو قيمةٍ موجبة.

وحدات سي آيSI units القياسية السبعة :
المتر لقياس الطول(m) meter
الثانية لقياس الزمن (s) second
المول لقياس كمية المادة (mole) mole
الأمبير (A) ampere لقياس التيار الكهربائي Electric current
الكالفن (K) kelvin لقياس درجة الحرارة

الشمعة (cd) candela لقياس شدة الاضاءة Luminous intensity

الكيلو غرام kg Mass القياس الكتلة

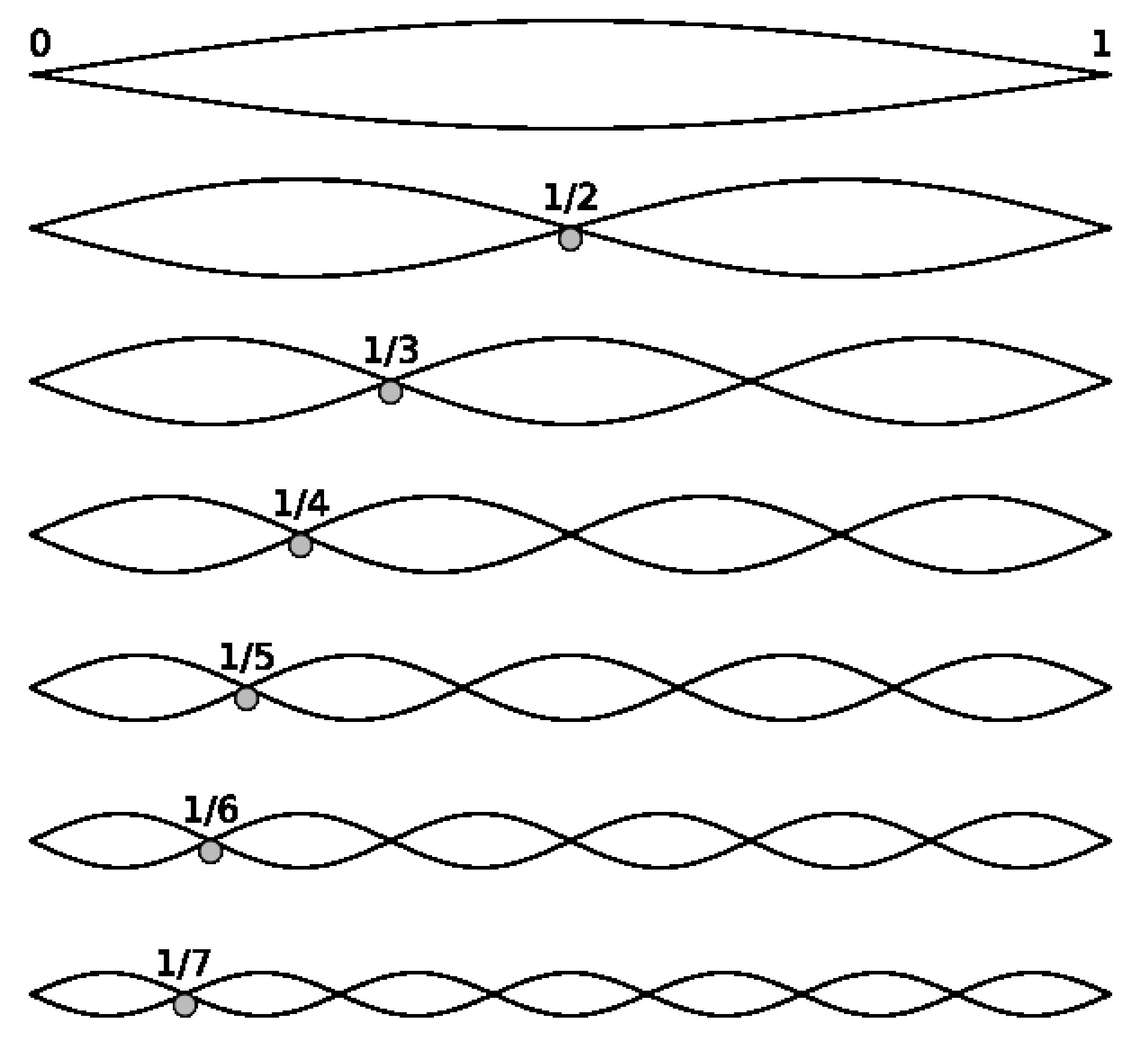
-



توازن Equilibrium

الترابط الإحصائي statistical correlation
يتم التعبير عن قوة الترابط بعدد ما يقع ما بين القيمة السلبية ناقص واحد -1 و القيمة الإيجابية +1 .
تمثل القيمة الإيجابية زائد واحد +1 علاقة الترابط الإيجابي التام perfect positive correlation
أما العامل السلبي ناقص واحد -1 فإنه يدل على وجود علاقة سلبية تامة perfect negative correlation .
أما الصفر فإنه يدل على عدم وجود أي علاقة من أي نوعٍ بين هذين العاملين.

التردد الأساسي fundamental frequency



النغمة العليا

الموجات الصوتية

ترتيب نماذج الموجات و فقاً لكم هو تردد الصوت أعلى من التردد الأساسي fundamental frequency
النغمة العليا overtone الأولى يبلغ ترددها ضعف التردد الأساسي و لذلك تدعى بالتوافق الثنائي أو
التوافق الثاني second harmonic .

D

L/2
fundamental

2L/2
first harmonic

3L/2
second harmonic

4L/2
third harmonic

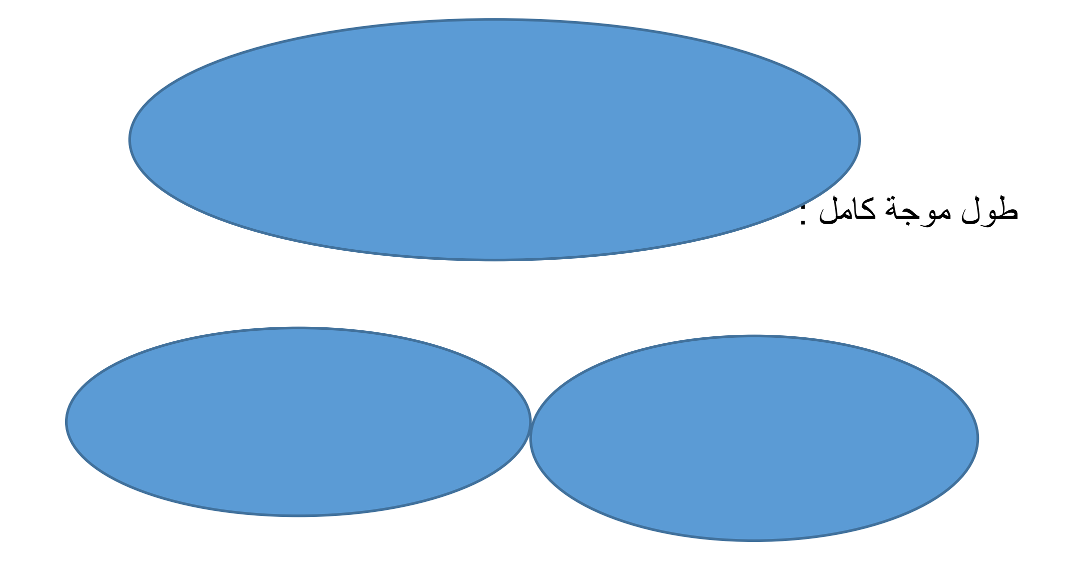
نصف طول موجة :

الشكل البيضاوي التالي يمثل نصف طول موجة و ليس موجة كاملة لأن طول الموجة يعني البعد بين ذروتين متجاورتين.

$L=\frac{1}{2}\lambda$

Fundamental

طول موجة كامل :

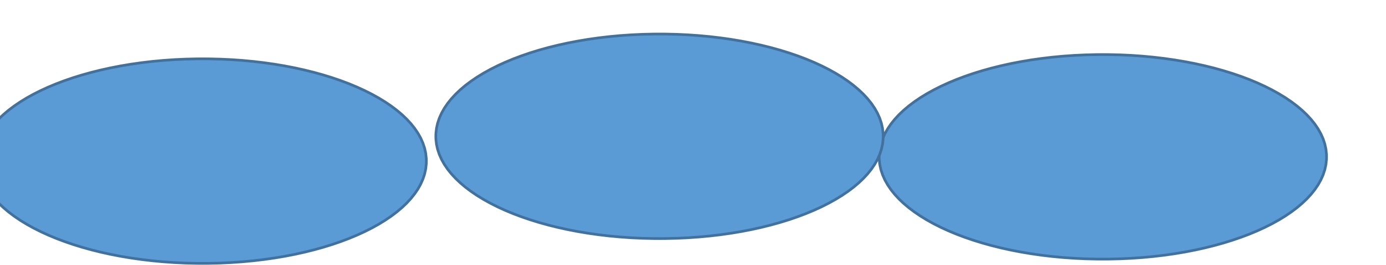


$L=1\ \lambda$

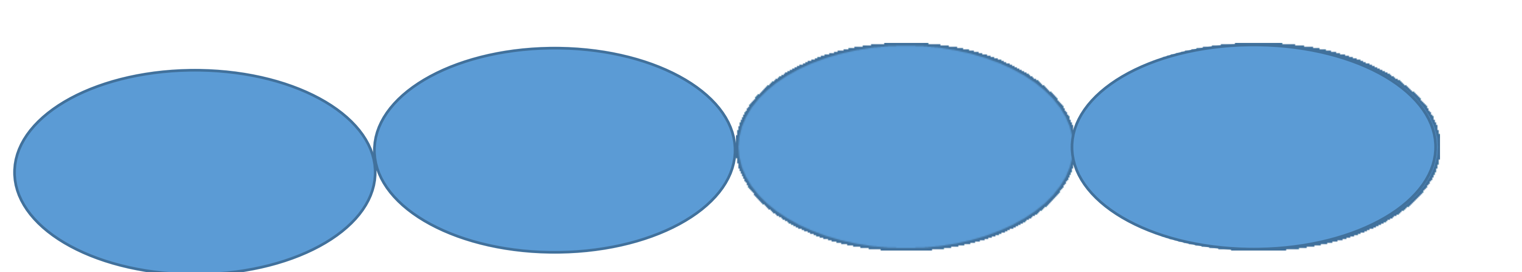
الطول يساوي طول موجة كامل.

في مثل هذه الحالة فإن التردد الأساسي fundamental يساوي طول موجة واحدة .
2 overtone   نغمتين علويتين.
3 harmonic   توافق ثلاثي

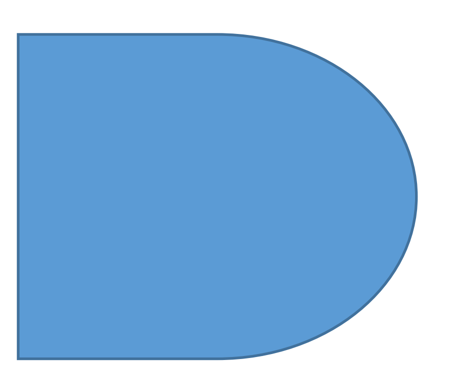
$L=\frac{3}{2}\ \lambda$
3overtone
4 harmonic
نغمة علوية ثلاثية- توافق رباعي
في مثل هذه الحالة فإن التردد الأساسي fundamental يساوي طول $\frac{3}{2}$ موجة أي طول موجة واحدة و نصف الموجة.



طولي موجة (4 ذروات) حيث ان البعد بين كل ذروتين متجاورتين يساوي طول موجة واحدة.
$L=2\ \lambda$
الطول يساوي طولي موجتين اثنتين.
في مثل هذه الحالة فإن التردد الأساسي fundamental يساوي طول موجتين اثنتين .
3overtone
4 harmonic



طول ربع طول موجة



$L=\frac{1}{4}\lambda$

و في مثل هذه الحالة فإن التردد الأساسي fundamental يساوي ربع طول موجة .

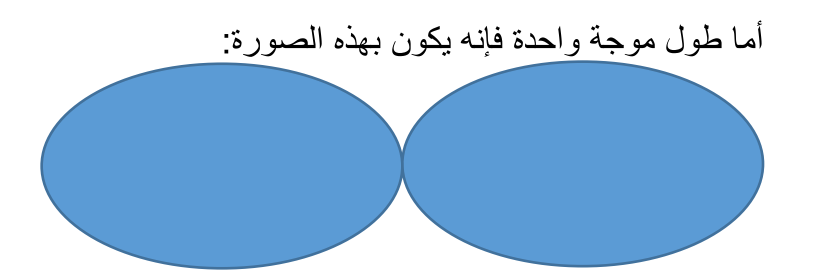
$Fundamental= L=\frac{1}{4}\lambda$

نغمة عليا أولى –توافق ثالث

الطول السابق يساوي ربع طول موجة (و ليس نصف طول موجة) .

لأن نصف طول الموجة يكون بهذه الصورة:

أما طول موجة واحدة فإنه يكون بهذه الصورة:



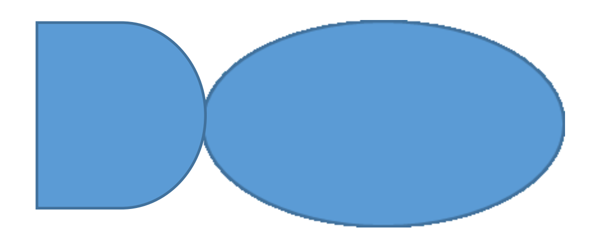
ثلاثة أرباع طول موجة

طول نصف موجة+طول ربع موجة =$\frac{3}{4}$ طول موجة.

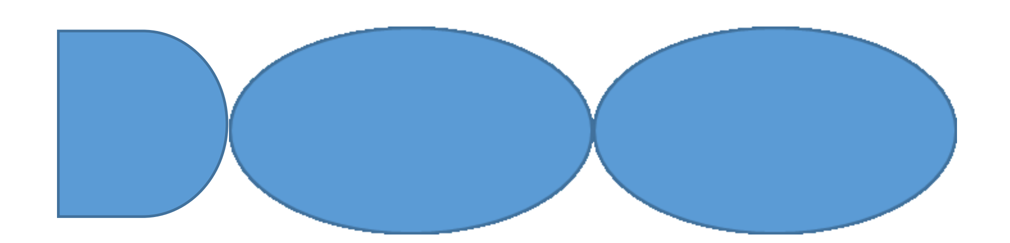
$L=\frac{3}{4}\lambda$

نغمة عليا ثنائية Second overtone

توافق خماسية5^{th} harmonic



موجة و ربع طول موجة :



$L=\frac{5}{4}\lambda$

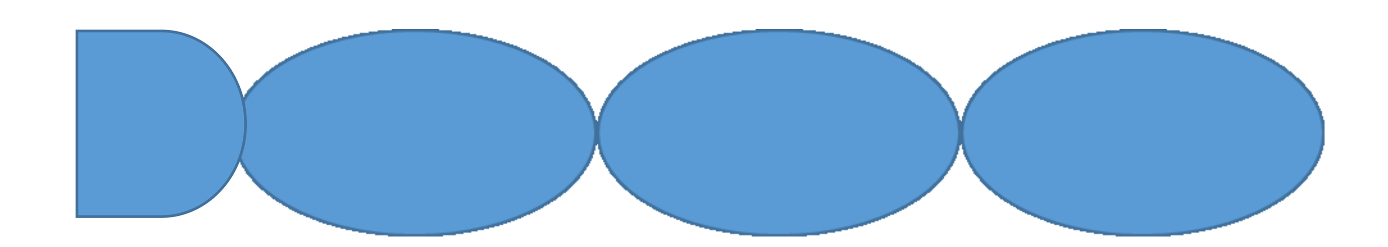
نغمة عليا ثلاثية third overtone

توافق سباعي 7^{th} harmonic

$\frac{4}{4} = 1$ واحد و يتبقى واحد يمثل ربع القيمة أي ربع و بذلك يصبح لدينا واحد و ربع .

$L=\frac{7}{4}\lambda$

$\frac{7}{4}$ تعني واحد و ثلاثة أرباع حيث $\frac{4}{4}$ تساوي واحد يتبقى لدينا $\frac{3}{4}$ و هذا يعني بأن $\frac{7}{4}$ تساوي واحد و ثلاثة أرباع.



$\lambda=4L/n$

طول الموجة λ يساوي 4 ضرب الطول تقسيم رقم التوافق.

N= **Harmonic number**

F=nv(4L)

التردد يساوي رقم التوافق ضرب السرعة (سرعة الصوت) ضرب 4 ضرب الطول:

$V=\lambda f$

السرعةV تساوي طول الموجةλ ضرب التردد f

رقم التوافق   **N= Harmonic number** دائماً رقمٌ مفرد.
هنالك فقط رقمٌ توافق مفرد.

حبلٌ مربوط من أحد طرفيه و حرٌ من طرفه الآخر يماثل قصبة مغلقة من أحد طرفيها و مفتوحة من الطرف الثاني.
حبلٌ مربوطٌ من كلا طرفيه يماثل قصبة مثقوبة من كلا طرفيها.
التردد الأساسيFundamental Frequency   في قصبة مثقوبة من كلا طرفيها يساوي التردد الأساسي في قصبة يبلغ طولها ضعف طول القصبة الأولى و لكنها مغلقة من أحد طرفيها.

الكتلة=الكثافة ضرب الحجم

الكثافة تساوي الكتلة ضرب الحجم .
و فقاً لأرخميدس فإن قوة الطفو force buoyant على جسمٍ ما تساوي وزن السائل الذي يزيحه ذلك الجسم.
الكثافة = الكتلة/ الحجم

-

θ

θ

$\tau_{R.S} = (-1)F_{left\ s}$

$2(3/4)=(2\div4)3$
$2(3\div4)=(2\div4)\times3$
$2\times3\div4=1.5$
$2\div4\times3=1.5$

في حال لم تتغير النتيجة بعد قيامنا بتبديل عناصر المعادلة فذلك يعني بأن تبديل مواقع العناصر الذي قمنا به هو تبديلٌ صحيح.
إذا كانت النتيجة واحدة قبل و بعد قيامنا بتبديل مواقع العناصر فذلك يعني بأن بإمكاننا القيام بتبديل مواقع عناصر المعادلة المشابهة.
إذا كان تبديل مواقع عناصر المعادلة صحيحاً فيجب أن تكون القيمة متماثلةً على كلا طرفي شارة المساواة.

---

inertia [in·er·tia || ɪ'nɜrʃə / -'nɜː-]
n. قصور ذاتي في الفيزياء، همود، العطالة، كسل
Inertia

الجسم الحر **Free body** و أي جسم يتحرك كجسم واحد أو يتوقف عن الحركة كجسمٍ واحد .

مخطط الجسم الحر **Free body diagram** هو المخطط المتعلق بالمسائل الحركية و الميكانيكية و الذي يصور لنا جميع القوى الميكانيكية التي تؤثر في جسم حرٍ ما حيث يتم تصوير هذه القوى على شكل متوجهات(أسهم) مما يمكنا من استخدام قياسات النسب المثّلثيةً المناسبة لحل تلك المسائل.

محور الدوران **Axis of rotation** : هو المركز الذي يدور حوله شيءٌ ما.

تسارع مماس tangential acceleration

radial [ra·di·al || 'reɪdɪəl]

زاوي : يتم قياسه بالزاوية –له شكلٌ زاوي. **angular** ['æŋgjʊlə]

الإزاحة الزاوية **Angular displacement** :

مخطط حل المعضلات الفيزيائية

هل تتضمن الحالة حدوث انفجار أو اصطدام أو ارتداد؟
إذا كانت الحالة تتضمن اصطداماً أو انفجاراً أو ارتداداً فإننا نستخدم حسابات العزم **Momentum**.
(و ليس حسابات الطاقة)

إذا كانت المسألة لا تتضمن انفجاراً أو اصطداماً أو ارتداداً أي في حال كانت الطاقة مصانة فإننا نسأل أنفسنا السؤال التالي:
هل تحدد لنا المسألة زمناً معيناً أو تطلب منا تحديد زمن؟
إذا كانت المسألة تتضمن طاقةً مصانة و زمناً فإننا نسأل أنفسنا السؤال التالي:
هل تحدد المسألة الاستطاعة أو القوة أو هل تطلب منا تحديد مقدار القوة أو الاستطاعة؟
إذا كانت المسألة تتضمن طاقةً مصانة و زمناً و قوة أو استطاعة فإننا نستخدم حسابات الطاقة.

إذا كانت المسألة لا تتضمن انفجاراً أو اصطداماً أو ارتداداً أي في حال كانت الطاقة مصانة فإننا نسأل أنفسنا السؤال التالي:
هل تحدد لنا المسألة زمناً معيناً أو تطلب منا تحديد زمن؟
إذا كانت المسألة تتضمن طاقةً مصانة و زمناً فإننا نسأل أنفسنا السؤال التالي:
هل تحدد المسألة الاستطاعة أو القوة أو هل تطلب منا تحديد مقدار القوة أو الاستطاعة؟

إذا كانت المسألة تتضمن طاقةً مصانة و زمناً و لكنها لا تحدد لنا القوة أو الاستطاعة ولا تطلب منا أن نحدد القوة أو الاستطاعة فإننا نستخدم حسابات الطاقة الحركية(الكينيماتيك)

إذا كانت الحالة لا تتضمن تصادماً أو انفجاراً أو ارتداداً أي إذا كانت الطاقة مصونة و إذا كانت المسألة لا تحدد زمناً ولا تطلب منا تحديد زمن فإننا نسأل أنفسنا السؤال التالي:
هل تطلب منا المسألة تحديد القوى ضمن المنظومة ؟
إذا كانت الحالة تتضمن طاقةً مصونة بلا زمن و كانت تطلب منا تحديد القوى ضمن المنظومة فإننا نستخدم حسابات الديناميك **dynamics.**

الديناميك dynamics : هو فرع الميكانيك المتعلق بدراسة القوى التي تتسبب في حركة الأجسام.

إذا كانت المسألة لا تطلب منا تحديد القوى ضمن المنظومة فإننا نسأل أنفسنا السؤال التالي:
هل تطلب منا المسألة تحديد التسارع؟
إذا كانت المسألة تطلب منا تحديد التسارع فإننا نستخدم حسابات الديناميك .
أما إذا كانت المسألة لا تحدد لنا التسارع ولا تطلب منا تحديد التسارع فإننا نستخدم حسابات الطاقة.

هوامش :

Kinetic Energy KE $=\frac{1}{2}mv^2$
طاقة الجسم المتحرك تساوي
Kinetic طاقة الجسم المتحرك تساوي ½ ضرب الكتلة m ضرب مربع السرعة v^2.
إذا كانت كل القيم على ارتفاعٍ لا يساوي الصفر non-zero height فإننا نحسب طاقة الجاذبية الكامنة Gravitational potential energy PE و فق المعادلة التالية:
$PE=mgh$
الطاقة الكامنة تساوي الكتلة ضرب تسارع السقوط بفعل الحاذبية أي 9.8 ضرب الارتفاع.
إذا كانت هنالك نوابض فإننا نحسب الطاقة المرنة الكامنة elastic potential energy وفق المعادلة:
$PE=\frac{1}{2}\times KX^2$

الارتفاع h يجب أن يكون ذو قيمةً موجبة إذا كان الاتجاه نحو الأعلى.
$W=Fd\cos\theta$

العمل يساوي القوة F ضرب المسافة d تجيب cos الزاوية θ.
الزاوية θ هي الزاوية الواقعة بين القوة F و السرعة v أي أنها الزاوية الواقعة بين متجهي أو سهمي القوة و السرعة.
إذا كانت هنالك عدة قوى مؤثرة غير مصونة فيتوجب علينا أن نضيفها إلى بعضها البعض لنحسب العمل.
Non-cpnservativeغير مصونة
Dynamics & Kinematics علم الحركة و علم الحركة المجردة (الديناميك و الكينيماتيك)
Dynamic حركي
Kinematic حركي مجرد – كينماتي

ΨθϑΣ

Sin=opposite/hypotenuse.
الجيب=الضلع المقابل للزاوية/الوتر

النسب المثلثية :
Sin=opposite/hypotenuse.
الجيب=الضلع المقابل للزاوية/الوتر
Cos=adjacent/hypotenuse.
التجيب=الضلع المجاور للزاوية/الوتر
Tan=opposite/adjacent.
الظل=الضلع المقابل للزاوية/الوتر

$V=V_0+at$
السرعةV تساوي السرعة الابتدائية V_0 زائد ناتج ضرب التسارع a في الزمن t.

$\Delta X=V_0t+½at^2$
ΔX = الازاحة أي مقدار الحركة و الانتقال تساوي السرعة الابتدائية V_0 ضرب الزمن t زائد نصف ½ ضرب التسارع a ضرب الزمن مرفوعاً للقوة الثانية t^2.

يمكن إضافة الطاقة إلى منظومةٍ ما من خلال العمل أو الحرارة:
$Q+W=\Delta E$
إن محركات الاحتراق الداخلي هي منظوماتٍ تحول الحرارة إلى عمل .
$Q_{in} - w=\Delta E$
W_{on} العمل الذي يتم تنفيذه و تطبيقه على منظومةٍ ما (المنظومة هنا مفعولٌ بها).

W_{BY} العمل الذي تقوم منظومةٌ ما بتنفيذه (المنظومة هنا فاعل).

$W_{BY,net}=W_{BY} - W_{on}$

العمل الذي تقوم منظومةٌ ما بتنفيذه W_{BY} يساوي العمل الذي تقوم تلك المنظومة بتنفيذه W_{BY} ناقص العمل الذي يتم تنفيذه و تطبيقه على تلك المنظومة W_{on}

$W_{BY,net}= W_{BY} - W_{on}$

$W_{BY,net}= (- W_{on,net})$

$Q_{in,,net}= (- q_{out,net})$

معادلة عمل الغاز الذي تمدد عند ضغطٍ ثابت:

$P=F/A$

$W=Fd$

العمل W يساوي القوةF/ المسافة d (بالنسبة لقوةٍ تدفع نحو الخارج).

$P=F/A$

الضغط P يساوي القوةF /المساحةA .

$F=PA$

القوة F تساوي الضغط Pعلى المساحة A.

$W=PAD$

العمل W يساوي الضغط Pضرب المساحة Aضرب المسافة D.

Ad المساحةA ضرب المسافةd تساوي الحجم volume.

حتى لا ننسى :

في الجيب و التجيب يكون المقسوم عليه هو الوتر: في حساب الجيب نقسم طول الضلع المقابل للزاوية على طول الوتر و في حساب التجيب نقسم طول الضلع المجاور للزاوية على الوتر.

في حساب الظل نقسم الضلع المقابل للزاوية على الضلع المجاور.

المقسوم في كلٍ من الجيب و التجيب هما الضلع المقابل للزاوية و الضلع المجاور للزاوية.

المقسوم في كلا الجيب و التجيب أي الضلع المقابل و الضلع المجاور عندما نقسمهما على بعضهما البعض يشكلان الظل.

دائماً في قياس الجيب يرد الضلع المقابل قبل الضلع المجاور:

تم بعون الله تعالى وحده

الطريقة المحرمة في تدريس الفيزياء و الرياضيات

د.عمار شرقية

https://archive.org/details/@ash790
thenonterrorist@outlook.com